

研究ノート

Bifactor 構造と Bifactor 回転法
— 自尊感情尺度を対象として —

清水和秋・青木貴寛

Bifactor Structure and Bifactor Rotation:
Analyzing Self-esteem Scale

Kazuaki SHIMIZU and Takahiro AOKI

Abstract

Traditionally, the two-factor model and the multi-factor model have been applied to explore psychological concepts. Bifactor model consisting of the general factor and the group factor was also proposed by Holzinger and Swineford (1937). In addition, Schmid and Leiman (1957) developed the hierarchical factor solution method for the calculation of the coefficients of items on second-order factor extracted from factor correlations among primary factors. The Schmid-Leiman transformation method and the structural equation modeling have been used to identify the bifactor structure and to estimate the coefficients of the general factor and the group factor. Recently, Jennrich and Bentler (2011, 2012) developed the analytical orthogonal and oblique rotation methods for use in the bifactor structure. Exploratory factor analyses with bifactor rotations and Schmid-Leiman transformation are conducted for the Rosenberg self-esteem scale. The results obtained for this scale are discussed in relation to the methodological features of simple structure rotation, such as the Promax rotation and the Schmid-Leiman transformation.

Keywords: bifactor, rotation, exploratory factor analysis, general factor, group factor

抄 録

伝統的に、二因子モデルと多因子モデルは、心理学的な概念を探求するために適用されている。一般因子とグループ因子から構成される bifactor モデルもまた、Holzinger & Swineford (1937) によって提案された。Schmit & Leiman (1957) は、主因子間の因子間相関から抽出された二次因子の項目の係数を計算するために階層因子解法を開発した。この Schmid-Leiman 変換方法及び構造方程式モデリングは bifactor モデルを特定し、一般因子とグループ因子の係数を推定するために用いられている。近年 Jennrich & Bentler (2011, 2012) は bifactor 構造の解析的な直交及び斜交回転を開発した。ローゼンバークの自尊感情尺度について、bifactor 回転と Schmid-Leiman 変換による探索的因子分析を行った。この尺度の結果について、Promax のような単純な構造の回転方法と Schmid-Leiman 変換の方法論的な特徴とともに議論した。

キーワード：双因子、回転、探索的因子分析、一般因子、群因子

0. はじめに

項目を観測変数とした因子分析の結果から尺度を構成し、尺度の信頼性を α 係数から報告する手順で研究を行うことが心理学研究法の一つとして定着している。具体的には、因子分析では、因子数を固有値の減衰を図にしたスクリーから決定し、主因子法あるいは最尤法で因子解を推定し、次に、Varimax法で直交回転し、さらにより単純な因子の構造を求めてPromax法で斜交回転するという手順である。そして、この斜交解の因子パターン行列から、例えば絶対値で.4以上の値を示す項目を対象として因子を解釈し、この内容にもとづいて尺度を構成することが広く行われている。

確立されたかのように思われているこの手順について、いくつかの疑問が呈されている。その一つがCronbachの α 係数に対するものであった（例えば、岡田, 2011; Schweizer, 2011; 清水, 2007; Shimizu, 2007など）。構成した尺度の分散と項目の分散から信頼性を推定する α 係数の計算方法は簡便なものではあったが、尺度を構成する前に、その対象となる項目の内部構造が因子分析により明らかとなっている時代においては、もはや信頼性の適切な推定方法とはいえないというものである。この点に関してMcDonald (1970) は、因子分析の因子負荷量から構成尺度の分散をとらえる方法に検討を加え、そして、McDonald (1999) は ω という名称で、因子負荷量から信頼性を推定する方法を提案している。清水 (2010) は、Cattell & Tsujioka (1964) あるいは辻岡 (1964) による構成した尺度の共通性が一次元の場合にはこの ω に一致すること、そして、 ω を多因子にも拡張可能であることを紹介している。

因子分析の回転に関しても、因子分散に着目したVarimax法が適切な回転方法であるのかという点でも批判があった（例えば、Comrey, 1973; Gorsuch, 1983 など）。彼らの批判のポイントは、因子の構造に一般因子が仮定されるような構成概念の回転には、各因子の分散の最大化を目的とするVarimax法が適切ではないというものである。この批判の根拠は、一般因子に関するそして一般因子と群因子あるいは特性因子という単純構造では捉えることのできない因子が、知能を代表とするような研究分野において報告されているということである（例えば、Carroll, 1995; Cattell, 1963; Spearman, 1927; Vernon, 1961 など）。

相関行列から一般因子とこれとは独立した群因子を計算する方法をbifactorという名称の下でHolzinger & Swineford (1937) が提案している。一般因子と群因子を探求する方法は、Schmid & Leiman (1957) やWherry (1959) による二次レベルの因子を想定した階層的因子分析として検討が行われ、観測変数を二次因子に関係づける変換方法（Schmid-

Leiman Transformation: 以下, S-L 変換と略) として利用されることもあった (例えば, Clark, Steer, & Beck, 1994; Humphreys, 1962; Rolfhus & Ackerman, 1999 など). 一般的に bifactor については, Thomson (1950) や Cattell (1952) などのような懐疑的な意見の影響が強かったようで, 因子分析的研究では, 知能の一般因子を追求し続けた Carroll (1995) や上で紹介したような研究などを除いて, 方法論においても応用研究においても, 本格的に検討されていたとはいえそうにない.

転機は, 構造方程式モデリング (以下, SEM と略) が尺度の構造の分析に確認的因子分析法が応用されるようになったことにある (例えば, Marsh & Hocevar, 1985 など). 一般因子と群因子 (あるいは特性因子) からなる bifactor 構造の適合度が伝統的な単純構造よりも良いという報告の蓄積がみられるようになってきた (例えば, 清水・吉田, 2008; Tomás & Oliver, 1999 など). 探索的因子分析の立場から Reise (2012) は, 仮説的回転による bifactor 構造への回転や Jennrich & Bentler (2011) の bifactor 回転法などを紹介しながら, 70年ぶりに bifactor が再発見されたことの意義を論じている.

単純構造を想定した解析的回転法が一般因子を想定したデータに対してどのような結果を示すのか, モンテカルロ法での実験を行ってみたところ, Bi-quartimin 法や直交の Bifactor 法により bifactor 構造をある程度は再現することができた. しかしながら, Varimax 法, Promax 法, Quartimin 法では一般因子を抽出することは困難と言わざるをえない結果となった (青木・清水, 2015). そこで, 本稿では, 清水・吉田 (2008) で報告した自尊感情尺度を対象にして, bifactor 構造という観点からの検討を行ってみることにする. ここでは, Jennrich & Bentler (2011, 2012) の直交と斜交 Bifactor 法, そして, S-L 変換を適用して, 因子の構造の探索などについて議論を行ってみることにする.

1. 因子解としての bifactor 構造

因子分析のモデルとしては, Spearman の二因子モデル (Spearman, 1904) と Thurstone の多因子モデル (Thurstone, 1934) の二つがよく知られている. 前者の二因子モデルの観測変数の分散は, 全体からなる一般因子の分散と観測変数に固有の特殊因子の分散と, そして, 誤差の分散とからなる. これに対して, 後者は, 一般因子の分散が, 一次レベルの互いに相関のある複数の共通因子に分解したモデルである. 知能の構造と因子分析に関しての Spearman と Thurstone の論争について, Thurstone (1947) は, 一次レベルの上位に二次レベルの因子を想定することによって, 階層的な関式として統合されたとしている.

この結果、因子分析のモデルも多因子とその因子間の相関という多因子モデルに、一次因子と二次因子とからなる高次因子分析モデルが加えられたとの理解が心理学や因子分析の分野では共通するものとなった。

この時代に、もう一つの因子分析モデルがHolzingerにより提案されていた (Holzinger & Swineford, 1937). bifactor モデルである. Spearman の二因子モデルは、観測変数の全体が関係する一般因子と個々の観測変数だけが関係する特殊因子からなる。この特殊因子は一つの観測変数に対応したものであった。これに対して、bifactor モデルは、因子分析の対象の観測変数の数を n とし、群因子の数を g とすると、変数の真の分散が {一個の一般、 n 個の特殊因子、 g 個の群因子} からなると想定したモデルであった。表 1 は bifactor の因子構造をより分かりやすく示すために作成したものである。ここでは、変数の数を 9、群因子の数を 3 とし、推定する負荷量を $g_1 \sim g_9$, $p_{11} \sim p_{39}$ としている。なお、群因子のゼロに近い値については、この表では該当するセルを空欄としている。

Holzinger (1938) や Holzinger & Harman (1938) は、Thurstone の多因子を一般因子と互いに独立した群因子から説明できることを計算の過程を示しながら主張した。その後、Holzinger (1945) は、因子分析の過程を数学的な基準による直交の因子解の推定と回転による心理学的な解釈との二つにわけ、そして、回転後の因子に関して、因子パターンと因子構造とを斜交因子分析の表記体系として提案している。この中でも、多因子モデルとの比較において、bifactor については、一般因子と直交であるだけでなく、群因子間でも直交するとしている。

Spearman (1904) は、因子負荷量あるいは因子パターンに相当する因子と変数との関係に飽和度 (saturation) という用語を与えている。これは観測変数と一般因子との相関係数

表 1 bifactor 構造

variable	general factor	group factor1	group factor2	group factor3	communality
x_1	g_1	p_{11}			h_1^2
x_2	g_2	p_{12}			h_2^2
x_3	g_3	p_{13}			h_3^2
x_4	g_4		p_{24}		h_4^2
x_5	g_5		p_{25}		h_5^2
x_6	g_6		p_{26}		h_6^2
x_7	g_7			p_{37}	h_7^2
x_8	g_8			p_{38}	h_8^2
x_9	g_9			p_{39}	h_9^2

のことであり、相関行列の 2×2 の小行列がゼロとなる四価差 (tetrad differences) からこの一般因子を仮定することができるとしている (例えば、柳井・繁樹・前川・市川, 1999 など)。その後、Spearman (1914) は、因子負荷量に相当する係数を相関係数から計算する方法を提案している。飽和度やこの係数に相当する用語として因子分析の世界で定着したのが Thurstone (1931) の負荷量 (loading) であり、そして、その計算方法であったセントロイド法であった (Thurstone, 1935)。なお、Holzinger (1933) は、Spearman (1914) の係数の計算方法とセントロイド法とが全く同じであることを指摘している。

因子解の計算に関しては、現在の主因子法を Hotelling (1933) が提案しており、Thurstone (1935) は、この方法を主軸法 (principal axes) として、詳細に解説をセントロイド法とは独立した章で行っている。この二つの因子解の計算方法の違いは、芝 (1972) によれば、主因子法が負荷量の平方和を最大化する因子を定めるのに対して、セントロイドが負荷量の絶対値和を最大にするところにある。いずれの方法も、相関行列から第 1 因子を求め、その負荷量から計算される因子の分散を取り除いた残差相関行列から第 2 因子を求める手順が順次、必要な因子の数まで適用されることになる。このため、このような計算方法で抽出される因子は、互いに独立したものとなる。

Holzinger & Swineford (1937) による bifactor も実は相関行列から初期の因子解を得る方法として提案されたものであった。そして、変数全体にわたる一般因子を抽出し、これとは独立に互いに相関ある変数の群を群因子として抽出する方法で、彼らは、Spearman の二因子モデルを拡張したとしている。Holzinger & Harman (1938) では、Thurstone の知能のデータを bifactor の方法で計算し、その結果を比較している。さらに、Holzinger & Swineford (1946) は、一般因子と群因子との妥当性を、高校生を対象として収集した知能検査と教科の成績から検討を行い、一般知能とそれから独立した群因子という因子分析モデルの有効性を主張している。

因子解の抽出方法の一つとして提案された bifactor は、Reise (2012) によれば、約 70 年間にわたって注目されることがなかった。その理由の一つは、Horn & McArdle (2007) が指摘している群因子の不安定さにあったようである。最も簡便な bifactor の計算は、相関行列から主因子法で一般因子を抽出し、その残差行列から群因子を抽出し、この群因子を何らかの方法で回転することによって行うことができる。一般因子の分散が大きくなればなるほど、群因子の各分散は小さくなる。このため、測定において必要とされる信頼性や妥当性に関して十分な分散をそのような群因子が持っているのかという点で不安定という指摘があったと考えられる。

2. 階層的因子分析法そして bifactor 回転法

ここでは、主因子法あるいは最尤法で因子解を求め、bifactor 構造への変換あるいは回転を試みた方法を紹介してみることにする。

まず、Schmid & Leiman (1957) によって提案された階層的因子分析法である。この方法は、一般因子を Thurstone の二次因子分析モデルの二次因子において表現し、Holzinger のモデルと同じように、一般因子と一次因子とを直交化しているところに特徴がある。まず、変数間に潜在する一次因子を主因子法などで抽出し、一次因子の斜交回転を行い、一次因子間の因子間相関行列から2次因子を抽出し、この二次因子から一次因子の分析で使用した項目との関係を計算することになる。このような手順を踏むので、この方法はS-L変換あるいはSchmid-Leiman Orthogonalization (直交化)とも呼ばれる。なお、実際の計算は、SPSSとSAS (Wolff & Preising, 2005) やRのpsychのschmidで行うことができる (Revelle, 2014)。

階層的な構造を追求したHumphreys (1962) は、知能の構造の解明にS-L変換を使用した場合、その結果の解釈が複雑になることに言及しながら、この計算方法の利用を勧めている。最近でも、計算ソフトが提供されたこともあって、二次因子を求めた研究で使用されている。そのような研究の中で、例えば、Ebesutani, Reise, Chorpita, Ale, Regan, Young, Higa-McMillan, & Weisz (2012) やGignac (2006) そして、Reise, Ventura, Keefe, Baade, Gold, Green, Kern, Meaholah-Gatryly, Nuechterlein, Seldman, & Bilder (2011)などは、S-L変換の計算であるにもかかわらず、どうしたわけか bifactor という用語を使用している。

次に、bifactor 構造を想定した回転方法であるが、その一つが、bifactor 構造への近似を仮説的因子回転として求める方法である (Reise, Moore, & Haviland, 2010)。この方法に関しては、Myers, Martin, Ntoumanis, Celimli, & Bartholomew (2014) や Reise, Moore, & Haviland (2010) などが、SEMで構成した bifactor モデルとの関係について検討を行っている。

本格的な解析的回転法をJennrich & Bentler (2011) が提案している。この方法の特徴は、最尤法によりあらかじめ回転前の因子解を求め、因子の構造として表1で示したような bifactor 構造が存在すると仮定し、まず、一般因子を求め、残りの因子を群因子としてQuartimin回転基準を適用しているところにある。実際の計算は、Jennrich (2001, 2002) の勾配射影アルゴリズムで行われ、RのGPArotationの中にBifactorTとして提供されている (Bernnaards & Jennrich, 2014)。この群因子間の関係を直交とする方法の他に、彼

らは、群因子を斜交とする方法も提案している (Jennrich & Bentler, 2012)。これは同じく GPArotation で BifactorQ と名付けられている。これらの論文で、彼らは、SEM での bifactor モデルを回転で得ることがきることと、S-L 変換では内部の bifactor 構造を取り出すことができないことを主張している。

3. パス図からみた bifactor と S-L 変換の関係

一般因子が想定される分野では、SEM により bifactor モデルあるいは階層的因子分析モデルを構成し、それらの適合度を評価することにより、潜在している構造を追求する研究が増えてきている。例えば、Tomás & Oliver (1999) による Rosenberg の自尊感情尺度の内部構造を SEM によりモデル化を追求する研究がある。清水・吉田 (2008) でも Promax による単純構造を追求した探索的因子分析を下にして、自尊感情の一般因子とこれとは独立した肯定的な表現項目からなる特殊因子と否定的な表現項目からなる特殊因子を想定し、他のモデルと比較した上でこのモデルの適合度が良いことを報告している。Hyland, Boduszek, Dhingra, Shevlin, & Egan (2014) も同様のモデルを bifactor モデルという呼び、一般因子モデル、二次因子モデルや階層的モデルと比較し、このモデルの適合度が最も良いとしている。

尺度の内部構造については、NEO-PI-R の外向性尺度 (Chen, Hayes, Carver, Laurenceau, & Zhang, 2012)、Beck の抑うつ尺度 (Brouwer, Meijer, & Zevalkink, 2013)、知能モデル (Beaujean, Parkin, & Parker, 2014)、知能検査の WPPSI-IV (Watkins & Beaujean, 2014)、認知機能 (Murray, & Johnson, 2013) など数多くの研究の蓄積が bifactor という用語を使って進み始めている。これらの研究に共通する結論の一つが、階層的な因子分析モデルよりも、bifactor モデルのほうが、適合度が良い傾向を示すということである。ここでは、一部の研究だけを紹介したにすぎない。数多くのモデルの検討がさまざまな分野で行われている。

構成概念の構造についての因子分析的研究では、Brunner, Nagy, & Wilhelm (2012) が紹介しているように、一般因子モデル、多因子モデル、高次因子モデル (あるいは階層的因子モデル) そして、bifactor モデル (この論文では入れ子因子モデル) という 4 種類へと選択肢が拡大した。この論文では、bifactor という用語も使用しているが、一般因子と特殊因子という枠組みでの検討を目的としており、入れ子という用語を使っている。ここまでは、群因子という用語を使ってきたが、青木・清水 (2015) でも紹介したように、群因

子を特性因子とすることもできるように、そして、階層因子モデルもまた二次因子モデルと表記されることもあるように、この分野では使用される用語に混乱がみられる。

加えて、方法論の評価にも混乱がみられる。Schmid & Leiman (1957) は、Thomson (1950) の2次因子と1次因子との関係の展開を拡張したとしている。bifactorとの関連については、Wherry (1959) がS-L変換と同じであるとしているが、Yung, Thissen, & McLeod (1999) はSEM図式によりこれらの関係を整理し、これらの関係が数学的には同値とならないことを明らかにしている (Chen, West, & Sousa, 2006)。Jennrich & Bentler (2011) も彼らの提案する方法で回転した結果とS-L変換の結果とが異なること、そして、その理由がS-L変換が二次因子分析モデルを対象に構成されたことにあるとしている。

ここでは、bifactorモデル (図1)、二次因子モデル (図2)、そして、階層的因子分析モデル (図3) を表1の変数を対象にして、SEMによって描いてみることによって、これらモデル関係を議論してみることにする。

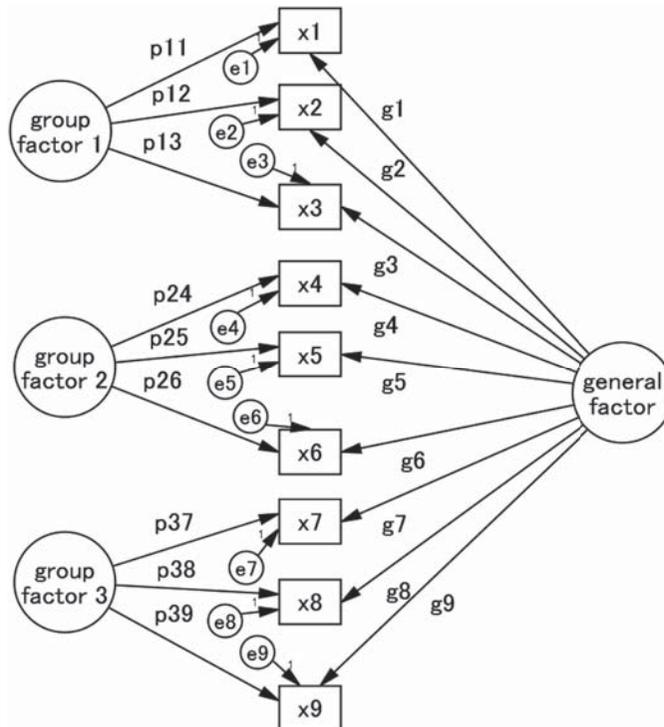


図1 bifactorモデル (群因子間は直交)

まず、表 1 の bifactor 構造を SEM のソフトを使って描いてみることにする。ここでは、表 1 の空白セルについては、パスを引いていない。そして、一般因子と 3 個の群因子は独立していると仮定し、因子間には共分散関係を設定していない。このモデルを実際に Amos などのような SEM のソフトで解析する場合には、清水・吉田 (2008) で行っているように、識別性を確保するために各因子へのパスの一つを 1 で固定することが必要となる。そして、因子間の共分散を独立したままでの推定を実行させることになる。なお、探索的な因子分析では、識別性を確保するために、各因子の分散を 1 としているとも考えることができる。

表 1 の共通性は、群因子が直交の場合には、例えば、第 j 番目変数が第 k 番目の群因子であれば、 $h_j^2 = g_j^2 + h_{kj}^2$ と表すことができる。図やこの式からも分かるように、一つの観測変数の分散に一般因子と群因子の両方の情報が含まれると想定するところに、bifactor モデルの特徴がある。

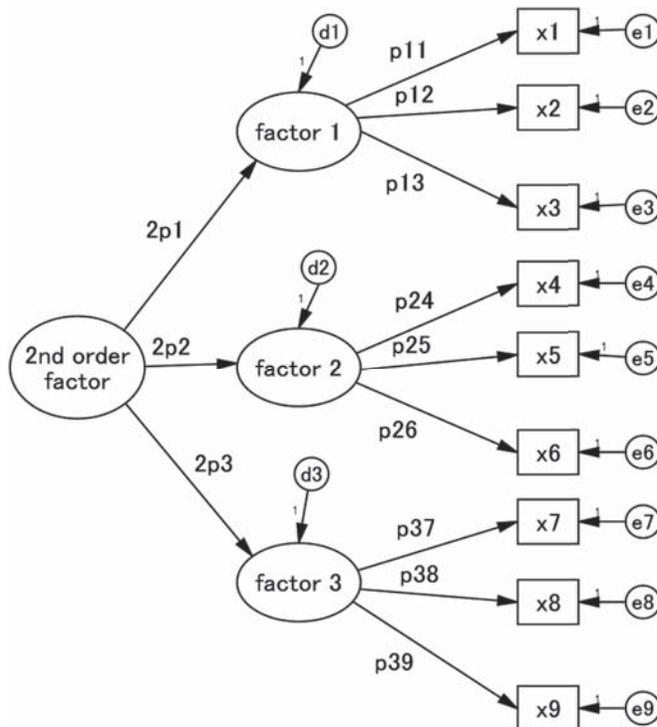


図 2 二次因子分析モデル

次に、二次因子モデルを Thurstone の考えに従って、図2として描いてみた。ここでは、一次因子は3個として、完全な単純構造を想定し、図ではこれらの因子を factor と、一般因子をここでは二次因子 (2nd order factor) と表記している。観測変数 (ここでは項目) の分散と共分散を説明するのは、図1とは異なり一次因子だけである。二次因子は、この一次因子に影響を与える潜在変数ということになる。このため、図1の群因子とこの一次因子はその質が同一であるとはいえないことになる。

観測変数の分散を一次因子と二次因子の両方から説明するモデルを Yung et al. (1999) は、図2の二次因子モデルに、二次因子から項目への直接的なパスを加えることによって描いている (図3)。このモデルをSEMに適用することによって、S-L変換のように観測変数の二次因子での因子パターンを推定することを彼らは検討している。図2でも指摘したように、このアイディアはあくまで二次因子モデルの範疇にあり、一次因子へ二次因子からのパスがある。このため一次因子は、bifactorの因子とは質が異なることになる。す

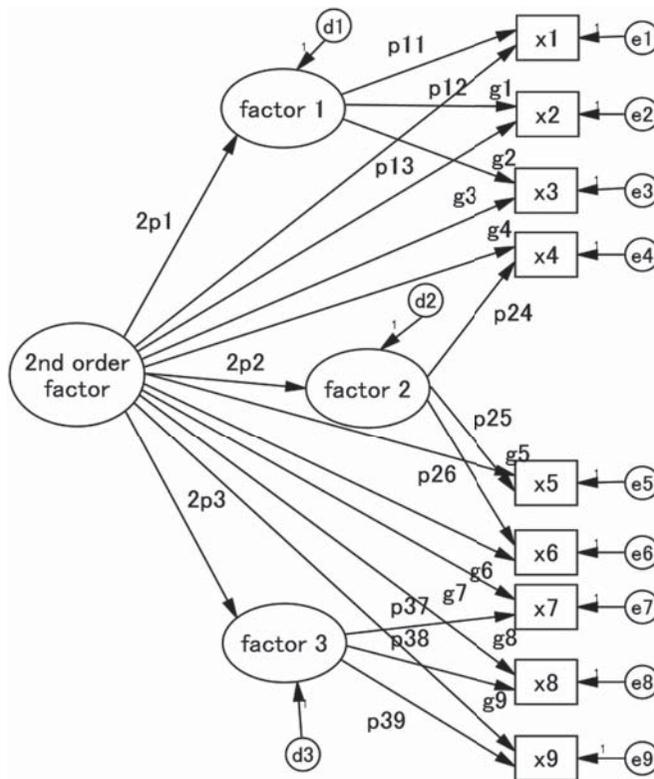


図3 階層的因子分析モデル

なわち, Jennrich & Bentler (2011) などが指摘しているように, Schmid & Leiman (1957) のモデルは, その意味で Holzinger の bifactor モデルには該当しないといえる. なお, Chen et al. (2006) もまた, このモデルと図 1 の bifactor モデルとを SEM を使用して, QOL 尺度の分析を行い, このモデルよりは Bifactor 法のほうが, 尺度の内部構造を特定する方法として優れているとしている.

4. Rosenberg の自尊感情尺度の探索的 Bifactor 回転

bifactor モデルが注目を集めるようになってきたのは, 因子構造を SEM により, 伝統的な Spearman や Thurstone の一般因子モデル・多因子モデル・高次因子モデルに加えて, 多様な仮説的モデルの検討が可能となったこともその理由でないだろうか. 先にも紹介したように, 代表的な研究が, Rosenberg の自尊感情尺度を対象として展開した. 自尊感情の一般因子とは独立に道具的な因子 (項目表現が肯定と否定とで分かれる) や Very good (とても良い) 項目と Good enough (ちょうど良い) 項目の因子などが検討されている. 次元構造として作成された尺度にもかかわらず, 欧米版だけではなく日本版でも, 次元性に関して疑問が数多く提起されている. その内部を, 伝統的な因子分析のモデルに拘ることなく, 仮説的な議論を SEM のモデルとして描き, その適合度の検討が行われてきた (例えば, Qulity, Oakman, & Risko, 2006; 清水・吉田, 2008 など).

ここでは, 探索的因子分析での回転方法を, Rosenberg の 10 項目 (山本・松井・山成, 1982) を対象に検討してみることにする. データは, 清水・吉田 (2008) で探索的因子分析と SEM による分析を行ったものを使用する. なお, 回答選択肢は 5 件であり, 調査参加者は, 617 名の大学生で, 年齢は, 18 歳~62 歳 (平均: 18.55, 標準偏差: 2.20) であった.

清水・吉田 (2008) では, 固有値の値が順に 4.247, 1.213, 0.884, 0.793, 0.718, 0.538, 0.493, 0.450, 0.343, 0.321 であったので, Scree から 1 因子と判断し, 詳細に内容を検討するために, 因子数を 1 から 4 とした 4 種類の最尤法, Promax 回転の結果を報告している. 今回は, 同じデータを平行分析 (R の psych) にかけてところ, 4 因子が適切であるとの結果を得ることができた. 表 2 の Promax は SPSS で計算したものであり, Bifactor 法の斜交と直交そして S-L 変換は R で計算した.

探索的因子分析法として, 最尤法により因子解を求め, この解に 4 種類の回転を適用しているため, 表 2-1 と表 2-2 の共通性の列の値は, いずれも同じである. 最尤法によっ

表 2-1 自尊感情尺度の4因子での因子分析 (最尤法, Promax と bifactor (斜交), 共通性, 因子間相関)

	Promax				Bifactor (斜交)				共通性	
	因子1	因子2	因子3	因子4	共通性	一般因子	群因子1	群因子2		群因子3
項目01: 少なくとも人並みには価値のある人間である (P1)	-0.136	0.240	0.313	0.298	0.595	0.645	0.115	0.349	0.103	0.595
項目02: 色々な良い素質を持っている (P2)	0.097	1.119	-0.075	-0.057	0.999	0.608	0.789	0.008	-0.006	0.995
項目03: 敗北者だと思ふことがある (N1)	0.606	0.078	-0.105	0.093	0.391	-0.596	0.114	0.077	0.095	0.391
項目04: 物事を人並みには、うまくやれる (P3)	-0.113	0.219	0.131	0.264	0.318	0.442	0.114	0.293	0.022	0.318
項目05: 自分には自慢できるところがあまりない (N2)	0.287	-0.394	-0.127	0.217	0.434	-0.607	-0.257	0.172	-0.002	0.435
項目06: 自分に対して肯定的である (P4)	-0.109	-0.019	0.654	-0.118	0.484	0.630	-0.041	-0.044	0.294	0.485
項目07: だいたいにおいて、自分に満足している (P5)	0.092	-0.036	0.911	-0.096	0.643	0.653	-0.043	0.002	0.466	0.643
項目08: もっと自分自身を尊敬できるようにになりたい (N3)	0.096	-0.040	-0.130	0.442	0.181	-0.121	-0.049	0.421	-0.061	0.181
項目09: 自分は全くだめな人間だと思ふことがある (N4)	0.896	-0.001	0.092	0.120	0.666	-0.753	0.080	0.115	0.259	0.666
項目10: 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思ふ (N5)	0.824	0.016	0.025	-0.127	0.696	-0.792	0.107	-0.135	0.222	0.696
	1.000	-0.588	-0.714	-0.230		1.000	0.000	0.000	0.000	
	-0.588	1.000	0.637	0.411		0.000	1.000	0.068	0.336	
	-0.714	0.637	1.000	0.318		0.000	0.068	1.000	0.062	
	-0.230	0.411	0.318	1.000		0.000	0.336	0.062	1.000	

注1: 肯定表現の項目には、順にP1~P5の記号を付け、否定表現の項目には、順にN1~N5の記号を付けた。

表 2-2 自尊感情尺度の4因子での因子分析 (最尤法, bifactor (直交) と Schmid-Leiman 変換, 共通性)

	Bifactor (直交)				Schmid-Leiman 変換				共通性		
	一般因子	群因子1	群因子2	群因子3	二次因子	一次因子1	一次因子2	一次因子3			
項目01: 少なくとも人並みには価値のある人間である (P1)	0.674	0.160	0.142	0.308	0.595	0.668	-0.087	0.117	0.139	0.316	0.595
項目02: 色々な良い素質を持っている (P2)	0.689	0.721	-0.018	0.020	0.995	0.673	0.056	0.738	-0.038	-0.022	0.995
項目03: 敗北者だと思ふことがある (N1)	-0.575	0.204	-0.008	0.136	0.391	-0.503	0.334	0.071	-0.040	0.080	0.391
項目04: 物事を人並みには、うまくやれる (P3)	0.477	0.148	0.042	0.259	0.318	0.461	-0.078	0.115	0.057	0.272	0.318
項目05: 自分には自慢できるところがあまりない (N2)	-0.608	-0.154	-0.068	0.190	0.435	-0.574	0.144	-0.257	-0.052	0.187	0.435
項目06: 自分に対して肯定的である (P4)	0.579	-0.053	0.378	-0.057	0.485	0.619	-0.033	-0.038	0.296	-0.078	0.485
項目07: だいたいにおいて、自分に満足している (P5)	0.589	-0.014	0.544	0.005	0.643	0.676	0.088	-0.055	0.415	-0.046	0.643
項目08: もっと自分自身を尊敬できるようにになりたい (N3)	-0.074	0.056	-0.106	0.402	0.181	-0.079	0.021	-0.047	-0.057	0.419	0.181
項目09: 自分は全くだめな人間だと思ふことがある (N4)	-0.747	0.226	0.132	0.201	0.666	-0.618	0.503	0.019	0.054	0.110	0.666
項目10: 何かにつけて、自分は役に立たない人間だと思ふ (N5)	-0.805	0.187	0.109	-0.039	0.696	-0.686	0.477	0.048	0.022	-0.132	0.696

て得られた共通因子空間内での項目の布置を 4 種類の回転方法で別々に求めたともいうことができる。

これらの結果を比べてみると、Promax の 4 因子 (表 2-1) と S-L 変換の 4 個の一次因子 (表 2-2) はほぼ同じような構造を示した。違いは、後者では項目の二次因子の負荷量が得られたということである。項目 8 を除いて、自尊感情の明確な一般因子とすることができる。その一方で、一次因子の値は、これらの二つの結果では、比例的な関係がみられる。これは、S-L 変換では、一次因子間の回転には Promax 法を使用したもので、構造が同じとなるのは当然の結果と考えられる。また、共通性を二次因子と一次因子とで分け合うことになる S-L 変換では二次因子の負荷がある分、一次因子の負荷量の値が小さくなると考えられる。

Bifactor (斜交・直交) の結果は、Promax 解の因子 2, 因子 4, そして、因子 3 が、それぞれ群因子 1, 2, そして、3 に対応しているようである。当然、S-L 変換の一次因子の 2, 4, そして、3 とも対応している。そして、これらの値は、一次因子に近いものとなった。大きな違いは、Promax の因子 1 や S-L 変換の一次因子 1 に対応する因子が Bifactor 法では得ることができなかったことである。その一方で、Bifactor 法の一般因子の値は、S-L 変換の二次因子の値と似ている。この結果をみると、Bifactor 回転では、Promax の因子 1 や S-L 変換の一次因子 1 を見失ったとも考えられる。

因子の数を考慮に入れずに、図 1～図 3 を作成した。ここで検討の対象としている自尊感情尺度については、平行分析からも因子の数は 4 であった。この数の中に一般因子を含めるのか、それとも数には含めないのか、という違いが、Bifactor 回転と S-L 変換との間にはある。この違いが、Jennrich & Bentler (2011) は、S-L 変換が bifactor 構造の分析には不適切であると指摘していることと関連すると考えられる。

S-L 変換については、一般因子ではなく、二次因子と表記してきた。図 2 から明らかなように、二次因子は観測変数間の共分散に潜在する因子の数ではなく、一次因子間に潜在するものであるという点を強調するためであった。図 3 の二次因子からの観測変数 (ここでは項目) へのパスを一次因子と二次因子との関係から計算する方式は、本来の bifactor 構造の定義にはあわないと考えるべきなのではないだろうか。二次因子からみた観測変数と考え、一次因子の関係から導き出される二次因子からの項目についての記述体系と考えるのもいいのではないだろうか。

Promax の因子 1 は、自尊感情尺度の否定的表現項目からなる道具的な因子のようにみえる。清水・吉田 (2008) の SEM によるこの尺度のモデル化では、この点に着目した。

Promax の因子 2 と因子 3 とが肯定的表現の因子でありそれらの間の相関が高い（ここでは .637）。Bifactor 法は、この否定的表現因子の項目だけではなく、ここに肯定的表現の項目も合わせ、この自尊感情の一般因子を取り出すことに成功していると考えてもいいのではないだろうか。

群因子 1～3 あるいは、因子 2～4（一次因子 2～4）は、対応させるとその内容は非常に似通っていた。すなわち「項目02：色々な良い素質を持っている（P2）」、「項目07：だいたいにおいて、自分に満足している（P5）」「項目06：自分に対して肯定的である（P4）」「項目08：もっと自分自身を尊敬できるようになりたい（N3）」「項目01：少なくとも人並みには価値のある人間である（P1）」などである。この中で、群因子 1 は項目 2 だけからなり、群因子 3 は項目 7 を中心に項目 6 も負荷している。ある意味では、これらの項目の特殊な分散がこれらの因子として抽出されたとも考えることができる。

Bifactor（斜交）の群因子 2（直交では群因子 3）は、少し様相が異なる。この因子に負荷する項目 8 は、清水・吉田（2008）でも紹介したように、逆表現項目としての役割を十分には果たしていないといわれており、自尊感情の測定ではこの項目が分析から除外されることもある。Bifactor 法で得られた群因子 2 をみてみると、この因子には肯定的表現の項目 1 も負荷しており、項目 8 には否定と肯定の二つの分散が混在しているという指摘とも整合する結果とも考えることができそうである。このようにみてみると、Bifactor 法の群因子は、知能の研究で使われてきた群よりは、特殊因子という呼び方のほうが適切なのかもしれない。

Bifactor 法の斜交と直交とを比べると、一般因子の値に違いがみられる。自尊感情尺度の逆方向をはかる項目として疑問が呈されることが多い項目 8 の値が、斜交においては、他の回転法での結果よりマイナスの負荷の値が大きい。群因子の出現の順番に違いはあるが、群因子の内容をみると斜交の相関を許容するほうが、清水・吉田（2008）などの SEM での検討とも整合するように思われる。

以上の結果から、自尊感情尺度の内部に潜在する一般因子を抽出するには、斜交の Bifactor 法が最も適切であるといえそうである。そして、この方法を使うことによって、項目の特殊的な分散も群因子として特定することができそうである。

5. 最後に

bifactor 構造は、知能の研究において、Spearman の一般因子を追求することを目的とし

て提案された概念である。この構造に関しては、その後も、知能の研究分野では継続的に検討が行われてきた。一般的な尺度構成の研究では事情が違っており、一次元尺度という理論的そして実証的な検討は行われても、多次元の構成概念を対象とする場合には、Thurstone の多因子モデルで単純構造だけを条件にした因子分析が適用されてきた。この事情により、bifactor は過去概念として、項目を対象とした SEM での分析が試みられるまで忘れ去られていたようである。

因子分析のモデルでは、観測変数の分散は、共通性（共通因子の分散）と特殊因子の分散と誤差の分散からなると定義している。単純構造という仮定を極端に表現すれば、項目は一つの因子にしか負荷しないということになる。しかしながら、項目の中が一つの共通因子に加えて、複数の因子に関係することもある。項目は本来的に多次元的であると考えべきなのではないだろうか (Stucky, Gottfredson, & Pater, 2012)。このように考えると、項目の内部に潜在する構造を取り出すには、単純構造を仮定した回転方法よりも、bifactor のほうがより適切な方法なのではないだろうか。その意味で、最近の尺度開発や尺度の内部構造の検討に、bifactor という用語が復権することは、心理測定法としては適切な方向といえるのではないだろうか。

項目の多次元構造を追求するという流れの中では、これまでは S-L 変換を階層的因子分析として使用する研究がみられた。二次因子レベルから一次因子へのパスという関係は、本稿で検討してきたように適切な方法とはいえない。ここで紹介した Bifactor 法を評価するには、これを使った実証的な研究の蓄積を待たなければならぬと考えるが、一般因子が仮定できる場合には、これまでに検討されてきた方法の中で、より適切なものであることは確かなようである。

群因子について、特性因子、領域因子、あるいは、特殊因子という用語が使われてきた。特殊因子は、本来的に一つの観測変数に一つと考えるべきものなので、複数の項目が負荷する場合には適切な用語とはいえない。このような用語が使われている文脈に検討を加え、整理と定義を確定することも、今後の課題といえる。

SEM による bifactor モデルの検討は、探索的な方法よりも一歩先を進んでいるようにみえる。しかしながら、項目の多次元性を許容するなら、SEM で適合度の良い結果を得ることは至難の業となるかもしれない。その意味で BSEM はもう一つの選択肢といえるかもしれない (Muthén, & Asparouhov, 2012)。

bifactor 構造での尺度構成と構成した尺度の信頼性の推定という課題にも言及しておくことにする。 ω を階層的なモデルへと拡張することによって bifactor 構造での信頼性の推

定を Reise (2012) などが行っている。共通因子空間全体に布置した項目の情報を集約して構成した尺度を評価するのであれば, Cattell & Tsujioka (1964) による構成した尺度の共通性 (清水, 2010) も重要な選択肢である。多次元からなる構成概念を対象に, bifactor 構造を特定することにより, 尺度の構成と信頼性の推定についてもさらに検討を加えていきたいと考えている。

引用文献

- 青木貴寛・清水和秋 (2015). Bi-factor 構造への解析的回転 — モンテカルロ法による比較 — 関西大学心理学研究, **6**, 13-22.
- Beaujean, A. A., Parkin, J., & Parker, S. (2014). Comparing Cattell-Horn-Carroll factor models: Differences between bifactor and higher order factor models in predicting language achievement. *Psychological Assessment*, **26**, 789-508.
- Bernaards, C. & Jennrich, R. (2014). Package 'GPArotation' <http://www.stat.ucla.edu/research/gpa> (2014.12.22).
- Brunner, M., Nagy, G., & Wilhelm, O. (2012). A tutorial on hierarchically structured constructs. *Journal of Personality*, **80**, 796-846.
- Brouwer, D., Meijer, R. R., & Zevalkink, J. (2013). On the factor structure of the Beck Depression Inventory-II: G is the key. *Psychological assessment*, **25**, 136-145.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. Cambridge University Press.
- Cattell, R. B. (1952). *Factor analysis*. New York: Harper.
- Cattell, R. B. (1963). Theory of fluid and crystallized intelligence: A critical experiment. *Journal of Educational Psychology*, **54**, 1-22.
- Cattell, R. B., & Tsujioka, B. (1964). The importance of factor-trueness and validity, versus homogeneity and orthogonality, in test scales. *Educational and Psychological Measurement*, **24**, 3-30.
- Chen, F. F., Hayes, A., Carver, C. S., Laurenceau, J. P., & Zhang, Z. (2012). Modeling general and specific variance in multifaceted constructs: A comparison of the bifactor model to other approaches. *Journal of Personality*, **80**, 219-251.
- Chen, F. F., West, S. G., & Sousa, K. H. (2006). A comparison of bifactor and second-order models of quality of life. *Multivariate Behavioral Research*, **41**, 189-225.
- Clark, D. A., Steer, R. A., & Beck, A. T. (1994). Common and specific dimensions of self-reported anxiety and depression: implications for the cognitive and tripartite models. *Journal of Abnormal Psychology*, **103**, 645-654.
- Comrey, A. L (1973). *A first course in factor analysis*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. (芝 祐順訳 (1979). 因子分析法入門 サイエンス社)
- Ebesutani, C., Reise, S. P., Chorpita, B. F., Ale, C., Regan, J., Young, J., Higa-McMillan, C., & Weisz, J. R. (2012). The revised child anxiety and depression scale-short version: Scale reduction via exploratory bifactor modeling of the broad anxiety factor. *Psychological Assessment*, **24**, 833-845.

- Gignac, G. E. (2006). The WAIS-III as a nested factors model. *Journal of Individual Differences*, **27**, 73-86.
- Gorsuch, R. L. (1983). *Factor analysis*. (2nd ed.) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Humphreys, L. G. (1962). The organization of human abilities. *American Psychologist*, **17**, 475-483.
- Holzinger, K. L. (1933). The relationship between the centroid and Spearman's methods. *Journal of Educational Psychology*, **35**, 347-351.
- Holzinger, K. J. (1938). Relationships between three multiple orthogonal factors and four bifactors. *Journal of Educational Psychology*, **29**, 513-519.
- Holzinger, K. J. (1944). A simple method of factor analysis. *Psychometrika*, **9**, 257-261.
- Holzinger, K. J., & Harman, H. H. (1939). Chapter XIII: Factor Analysis. *Review of Educational Research*, **9**, 528-531.
- Holzinger, K. L., & Swineford, F. (1937). The Bi-factor method. *Psychometrika*, **2**, 41-54.
- Horn, J. L. & McArdle, J. J. (2007). Understanding human intelligence since Spearman. R. Cudeck & R. C. MacCallum (Eds.) *Factor analysis at 100: Historical development and future directions* (pp.205-247). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, **24**, 417-441.
- Hyland, P., Boduszek, D., Dhingra, K., Shevlin, M., & Egan, A. (2014). A bifactor approach to modelling the Rosenberg Self Esteem Scale. *Personality and Individual Differences*, **66**, 188-192.
- Jennrich, R. I. (2002). A simple general method for oblique rotation. *Psychometrika*, **67**, 7-19.
- Jennrich, R. I. (2004). Derivative free gradient projection algorithms for rotation. *Psychometrika*, **69**, 475-480.
- Jennrich, R. I., & Bentler, P. M. (2011). Exploratory bi-factor analysis. *Psychometrika*, **76**, 537-549.
- Jennrich, R. I., & Bentler, P. M. (2012). Exploratory bi-factor analysis: The oblique case. *Psychometrika*, **77**, 442-454.
- Marsh, H. W., & Hocevar, D. (1985). Application of confirmatory factor analysis to the study of self-concept: First-and higher order factor models and their invariance across groups. *Psychological bulletin*, **97**, 562-582.
- McDonald, R. P. (1970). The theoretical foundations of principal factor analysis, canonical factor analysis, and alpha factor analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **23**, 1-21.
- McDonald, R. P. (1999). *Test theory: A unified treatment*. Psychology Press.
- Murray, A. L., & Johnson, W. (2013). The limitations of model fit in comparing the bi-factor versus higher-order models of human cognitive ability structure. *Intelligence*, **41**, 407-422.
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2012). Rejoinder to MacCallum, Edwards, and Cai (2012) and Rindskopf (2012): Mastering a new method. *Psychological Method*, **17**, 346-353.
- Myers, N. D. Martin, J. J., Ntoumanis, N., Celimli, S., & Bartholomew, K. J. (2014). Exploratory bifactor analysis in sport, exercise, and performance psychology: A substantive-methodological synergy. *Sport, Exercise, and Performance Psychology*, **3**, 258-272.
- 岡田謙介 (2011). クロンバックの α 係数とは何だったのか：信頼性係数のレビューと実データ分析 専修人間科学論集心理学篇, **1**(1), 91-98.
- Quilty, L. C., Oakman, J. M., & Risko, E. (2006). Correlates of the Rosenberg self-esteem scale method

- effects. *Structural Equation Modeling*, **13**, 99-117.
- Reise, S. P. (2012). The rediscovery of Bifactor measurement models. *Multivariate Behavioral Research*, **47**, 667-696.
- Reise, S. P., Moore, T. M., & Haviland, M. G. (2010). Bifactor models and rotations: exploring the extent to which multidimensional data yield univocal scale scores. *Journal of personality assessment*, **92**, 554-559.
- Reise, S. P., Ventura, J., Keefe, R. S. E., Baade, L. E., Gold, J. M., Green, M. F., Kern, R.S., Meaholam-Gatry, R. Nuechterlein, K.H., Seldman, L.J., & Bilder, R. (2011). Bifactor and item response theory analyses of interviewer report scales of cognitive impairment in schizophrenia. *Psychological Assessment*, **23**, 245-261.
- Revelle, W. (2014). Package 'psych' <http://personality-project.org/r/psych.manual.pdf> (2014.12.22).
- Rolfhus, E. L., & Ackerman, P. L. (1999). Assessing individual differences in knowledge: Knowledge, intelligence, and related traits. *Journal of educational psychology*, **91**, 511-526.
- Schweizer, K. (2011). Editorial: On the changing role of Cronbach's α in the evaluation of the quality of a measure. *European Journal of Psychological Assessment*, **27**, 143-114.
- Schmid, J., & Leiman, J. M. (1957). The development of hierarchical factor solutions. *Psychometrika*, **22**, 53-61.
- 芝 祐順 (1979). 因子分析法 (第2版) 東京大学出版会.
- 清水和秋 (2007) α はやめて ω にしよう — 因子分析で構成した尺度の共通性と信頼性 — 日本心理学会第71回大会発表論文集, 416.
- Shimizu, K. (2007) Reliabilities of sub-scales corresponding to the factors by exploratory factor analysis: Omega as a communality of a scale in item common factors. The 72nd annual and 15th international meeting of the psychometric society, Tokyo, Japan.
- 清水和秋 (2010). 項目因子分析で構成した尺度の因子パターン, 共通性, 信頼性そして因子的真実性 関西大学心理学研究, **1**, 9-24.
- 清水和秋 (2014). 共通因子空間における観測変数の布置. 関西大学心理学研究, **5**, 1-9.
- 清水和秋・吉田昂平 (2008). Rosenberg 自尊感情尺度のモデル化 — wording と項目配置の影響の検討 — 関西大学社会学部紀要, **39**(2), 69-97.
- Spearman, C. (1904). "General intelligence," objectively determined and measured. *American Journal of Psychology*, **15**, 201-292.
- Spearman, C. (1914). The theory of two factors. *Psychological Review*, **21**, 101-115.
- Spearman, C. (1927). *The abilities of man: Their nature and measurement*. New York, NY: Macmillan.
- Stucky, B. D., Gottfredson, N. C., & Panter, A. T. (2012). Item-level factor analysis. In H. Cooper (Editor-in Chief), *APA handbook of research methods in psychology, Vol 1: Foundations, planning, measures, and psychometrics* (pp.683-697). American Psychological Association.
- Thomson, G. (1950). *The factor analysis of human ability* (4th ed.). London: University of London Press.
- Thurstone, L. L. (1934). The vectors of mind. *Psychological Review*, **41**, 1-32.
- Thurstone, L. L. (1935). *The vectors of the mind: Multiple factor analysis for the isolation of primary traits*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Thurstone, L. L. (1947). *Multiple factor analysis*. Chicago, IL : University of Chicago Press.
- Tomás, J. M., & Oliver, A. (1999). Rosenberg's self-esteem scale: Two factors or method effects.

Structural Equation Modeling, **6**, 84-98

辻岡美延 (1964). テスト尺度構成における新しい原理. *心理学評論*, **8**, 82-90.

Vernon, P. E. (1961). *The structure of human abilities*. (2nd Ed.) New York, NY: Wiley.

Watkins, M. W., & Beaujean, A. A. (2014). Bifactor structure of the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence—Fourth Edition. *School Psychology Quarterly*, **29**, 52-63.

Wherry, R. J. (1959). Hierarchical factor solutions without rotation. *Psychometrika*, **24**, 45-51.

Wolff, H. G., & Preising, K. (2005). Exploring item and higher order factor structure with the Schmid-Leiman solution: Syntax codes for SPSS and SAS. *Behavior Research Methods*, **37**, 48-58.

柳井晴夫・繁樹算男・前川眞一・市川雅教 (1990). 因子分析—その理論と方法— 朝倉書店.

Yung, Y. F., Thissen, D., & McLeod, L. D. (1999). On the relationship between the higher-order factor model and the hierarchical factor model. *Psychometrika*, **64**, 113-128.

—2014.12.25 受稿—