

# 非対称情報下における共通の借手と最適貸付契約

宇 惠 勝 也

## 概要

本稿では, Martimort and Stole (2001a) および伊藤 (2003) 第 8 章に依拠しながら, 非対称情報下における共通エージェント・モデルを銀行の貸付契約問題に応用した. すなわち, 二つの銀行が, 私的情報を有する 1 企業を共通の借手として貸付契約を締結する場合における最適契約設計の問題を分析した. 有利な投資機会を持つ (効率的な) 企業と有利な投資機会を持たない (非効率的な) 企業という 2 種類の企業を想定し, 内在的な共通エージェントの下における 2 行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察した. その際, 対称情報の場合の最適契約 (ファーストベストの解) と非対称情報下で 2 行が協調行動をとる (すなわち, あたかも合併した一つの銀行のごとく行動する) 場合の最適契約 (協調・非対称情報のケースの解) の二つをベンチマークとし, 非協調・非対称情報下で導き出された最適契約を評価した. その結果, 非協調・非対称情報下の最適契約は次のような特徴を持つことが明らかとなった. 2 行の貸付額は対称的 (両行に共通) であり, 効率的なタイプの企業についてはそのファーストベストの貸付額の水準で一致し, 他方, 非効率的なタイプの企業についてはそのファーストベストの貸付額より低い水準で一致する. しかも, 各タイプの貸付額は協調・非対称情報のケースの貸付額と同一であることから, この非協調・非対称情報のケースでは, 協調・非対称情報のケースに比して相対的に, 新たな非効率性は生じない.

キーワード: 貸付, アドバース・セレクション, 内在的な共通エージェント, 複数プリンシパル, 最適契約設計

## 1 はじめに

本稿では, Martimort and Stole (2001a) および伊藤 (2003) 第 8 章に依拠しながら, 二つの銀行が非対称情報の下で共通の借手である 1 企業と貸付契約を締結する場合における最適契約設計の問題を分析する. 企業 (エージェント) は投資の決定者であり, 銀行 (プリンシパル) は投資資金の貸手である. 一般に, 一人のエージェントが複数のプリンシパルと同時に契約を結ぶ状況は, 共通エージェント (common agency) と呼ばれる<sup>1</sup>. この状況では, 個々の契約が他の契約に対して外部性を与えることからコーディネーションの問題が発生するた

<sup>1</sup> 共通エージェントを巡る諸問題については, 例えば, Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 13) を参照.

め、その分析は、たとえプリンシパルとエージェントの間で情報の非対称性がない場合であっても、自明ではなくなってしまう。そこで宇恵 (2008) では、二つの銀行と企業の間ですべての情報が共有知識となっているという意味で対称情報のケースに限定して分析を行った。これに対して本稿では、借手である企業が私的情報を保有する非対称情報のケースを分析する。ただし、本稿においても宇恵 (2008) と同様、内在的な共通エージェンシー (intrinsic common agency) を考察の対象とし、企業は2行の契約をいずれも受け入れざるを得ない状況に限定して分析を行う<sup>2</sup>。本稿の目的は、こうした状況下における二つの銀行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察することである。

本稿の構成は、以下の通りである。まず第2節ではモデルの基本的な枠組を説明し、第3節では分析のベンチマークを明らかにする。次いで第4節では最適契約を導出し、その含意を考察する。最後に第5節では、本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する。

## 2 モデルの基本的設定

二つの銀行が、共通の借手である企業と貸付契約を結ぼうとしている。企業は投資の決定主体であり、投資の収益性は企業のタイプ  $\theta$  を表す。可能な企業のタイプの集合 (タイプ空間) を  $\Theta$  で表し、 $\Theta = \{\underline{\theta}, \bar{\theta}\}$ 、 $1 < \underline{\theta} < \bar{\theta}$  と仮定する。また、 $\Delta\theta \equiv \bar{\theta} - \underline{\theta}$  と置く。したがって、タイプ  $\bar{\theta}$  の企業の方が投資の収益性が高い企業 (効率的な企業) であり、タイプ  $\underline{\theta}$  の企業の方が投資の収益性が低い企業 (非効率的な企業) である。企業のタイプが  $\underline{\theta}$  である確率を  $p$ 、 $\bar{\theta}$  である確率を  $1-p$  と仮定する。また、銀行  $j$  の企業向け貸付額と元利合計額を各々  $l_j$ 、 $r_j$  と表す ( $j = 1, 2$ )。タイプが  $\theta$  の企業が2行から各々  $l_1$ 、 $l_2$  だけの資金を借入れて投資プロジェクトに投入することによって得られる収益を  $b(l_1, l_2, \theta)$  と書き、 $b(l_1, l_2, \theta) = \theta(l_1 + l_2)$  と仮定する。そうすると、投資収益から2行への返済金額を差引いた額が投資の純収益であるから、企業の効用関数は次式で与えられる。

$$U = b(l_1, l_2, \theta) - R = \theta(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \quad (1)$$

ここで、 $R \equiv r_1 + r_2$  は2行の元利合計の総額である。仮定  $\theta > 1$  より、企業の投資収益は借入額を上回る、すなわち、不等式  $\theta(l_1 + l_2) > l_1 + l_2$  が成立する。企業は、もし2行からの融資を受けないのであれば、外生的にゼロに基準化された留保効用を得る。議論を単純化するために、企業は2行の融資を受けざるを得ないという内在的な共通エージェンシーのモデルを考察する。銀行  $j$  が元利合計額  $r_j$  で金額  $l_j$  の融資を行うとき  $C(l_j)$  だけの営業費用を要すると

<sup>2</sup> 内在的な共通エージェンシーと委譲された共通エージェンシー (delegated common agency) の相違に関しては、Martimort and Stole (2001b) を参照。

仮定する。そうすると、銀行  $j$  の利潤は、

$$V_j = r_j - c(l_j) = r_j - l_j - C(l_j) \quad (2)$$

与えられる。ここで、 $c(l_j) \equiv l_j + C(l_j)$  である。営業費用関数  $C(\cdot)$  は 2 階連続微分可能で、 $C(0) = 0$ ,  $0 < l < \bar{l}$  なる任意の  $l$  に対して  $C'(l) > 0$ ,  $C'(0) = 0$ ,  $C'(\bar{l}) = \infty$ , および任意の  $l \geq 0$  に対して  $C''(l) > 0$  を仮定する。

### 3 二つのベンチマーク

比較のために二つのベンチマークを考察する。一つは、企業のタイプが私的情報ではなく銀行にも知られているようなケース、すなわち対称情報のケースである。いま一つは、非対称情報の下で 2 行が協調し、まるで合併した一つの銀行のごとく行動するケース、すなわち協調・非対称情報のケースである。

#### 3.1 対称情報のケース

銀行にとって望ましい貸付額と元利合計額が企業のタイプに依存することは明らかである。そこで、銀行  $j$  がタイプ  $\theta$  ( $\bar{\theta}$ ) の企業に指示する貸付額を  $l_j$  ( $\bar{l}_j$ ), 元利合計額を  $r_j$  ( $\bar{r}_j$ ) で表す (他の変数に関しても同様に表すこととする)。元利合計額は企業から銀行への移転であるから、タイプ  $\theta$  の企業との取引から生み出される総余剰は元利合計額には依存せず  $b(l_1, l_2, \theta) - c(l_1) - c(l_2)$  となり、タイプ  $\theta$  の企業に対するファーストベストの貸付額は次のように決定される。

$$\max_{l_1, l_2} b(l_1, l_2, \theta) - c(l_1) - c(l_2) \Rightarrow c'(l^{fb}) = \theta, \quad \forall \theta \in \Theta \quad (3)$$

すなわち、ファーストベストの貸付額は対称的 (両行に共通) であり、タイプ  $\theta$  の企業に対しては  $l^{fb} = \underline{l}_1^{fb} = \underline{l}_2^{fb}$ , タイプ  $\bar{\theta}$  の企業に対しては  $\bar{l}^{fb} = \bar{l}_1^{fb} = \bar{l}_2^{fb}$  となる。さらに、契約締結時の交渉力はすべて銀行側にあり、2 行は同時に企業に契約を提示することから、元利合計額は企業の効用がゼロとなる水準、すなわち、

$$U^{fb} = \theta(l^{fb} + l^{fb}) - (r_1^{fb} + r_2^{fb}) = 0 \Rightarrow R^{fb} = r_1^{fb} + r_2^{fb} = 2\theta l^{fb}, \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4)$$

となる。すなわち、タイプ  $\theta$  の企業に対しては  $\underline{R}^{fb} = r_1^{fb} + r_2^{fb} = 2\theta \underline{l}^{fb}$ , タイプ  $\bar{\theta}$  の企業に対しては  $\bar{R}^{fb} = \bar{r}_1^{fb} + \bar{r}_2^{fb} = 2\bar{\theta} \bar{l}^{fb}$  となる。したがって、元利合計の総額が銀行間でどのように分配されるかは決らない。

### 3.2 協調・非対称情報のケース

次に、タイプが企業の私的情報で銀行が協調する（あるいは、合併した一つの銀行のごとくに行動する）ケースを分析する。表明原理により、誘因両立的な直接表明メカニズムに限定して分析を進める。直接表明メカニズムは  $\nu = \{(l_1, l_2, R), (\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{R})\}$  と表される。そうすると、合併銀行が直面する制約は次のようになる。

$$\theta(l_1 + l_2) - R \geq \theta(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{R} \quad (\text{IC})$$

$$\bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{R} \geq \bar{\theta}(l_1 + l_2) - R \quad (\bar{\text{IC}})$$

$$\theta(l_1 + l_2) - R \geq 0 \quad (\text{PC})$$

$$\bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{R} \geq 0 \quad (\bar{\text{PC}})$$

ここで、(IC) と ( $\bar{\text{IC}}$ ) は誘因両立制約であり、(PC) と ( $\bar{\text{PC}}$ ) は参加制約である。ここで、宇恵 (2007) のモデルと同様に、有効な制約は効率的なタイプ  $\bar{\theta}$  の誘因両立制約 ( $\bar{\text{IC}}$ ) と非効率的なタイプ  $\theta$  の参加制約 (PC) のみで、他の制約は無視できる<sup>3</sup>。したがって、合併銀行の直面する問題は、以下のような制約付き最大化問題として定式化できる。

#### 問題 (p)

$$\begin{aligned} \max_{\nu} p[R - c(l_1) - c(l_2)] + (1-p)[\bar{R} - c(\bar{l}_1) - c(\bar{l}_2)] \\ \text{subject to } (\bar{\text{IC}}) \text{ and } (\text{PC}) \end{aligned} \quad (5)$$

最適な貸付額は対称的 ( $l^C = \bar{l}_1^C = l_2^C$ ,  $\bar{l}^C = \bar{l}_1^C = \bar{l}_2^C$ ) であり、次の条件で与えられる。

$$c'(l^C) = \theta - \frac{1-p}{p} \Delta\theta \quad (6)$$

$$c'(\bar{l}^C) = \bar{\theta} \quad (7)$$

よって、 $l^C < \bar{l}^C$  であり、単調性は満たされている。さらに、企業の効用水準は、次のように求められる。

$$U^C = 2\theta l^C - R^C = 0 \quad (8)$$

$$\bar{U}^C = 2\bar{\theta} \bar{l}^C - \bar{R}^C = 2\Delta\theta l^C \quad (9)$$

以上の結果は、宇恵 (2007) のモデルと同様であり、効率的なタイプ  $\bar{\theta}$  の貸付額はそのファーストベストと等しくなるが ( $\bar{l}^C = \bar{l}^{fb}$ )、非効率的なタイプ  $\theta$  の貸付額は、効率的なタイプ  $\bar{\theta}$  へのレントを削減するため、そのファーストベストに比して過少となる ( $l^C < l^{fb}$ )。

<sup>3</sup> いま  $\underline{L} \equiv l_1 + l_2$ ,  $\bar{L} \equiv \bar{l}_1 + \bar{l}_2$  と置いて制約式 (IC), ( $\bar{\text{IC}}$ ), (PC), ( $\bar{\text{PC}}$ ) を書き換えれば、宇恵 (2007) の問題 (p) における制約式と本質的に同一であり、そこでの分析をここでの分析に適用できる。

## 4 非協調・非対称情報下のケース

それでは、非対称情報の下、非協調的な銀行が2行ある場合の分析に進もう。まず、表明原理により、各銀行が提示する契約を誘因両立的な直接表明メカニズムに限定して分析する。そうすると、銀行  $j$  の契約は、 $\nu_j = \{(l_j, r_j), (\bar{l}_j, \bar{r}_j)\}$  で表される ( $j = 1, 2$ )<sup>4</sup>。

銀行2の契約を所与とすると、銀行1の問題は次のように定式化される。

問題 (p1)

$$\begin{aligned} \max_{\nu_1} & p[r_1 - c(l_1)] + (1-p)[\bar{r}_1 - c(\bar{l}_1)] & (10) \\ \text{subject to} & \\ & \theta(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \geq \theta(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) & (\underline{\text{IC}}^C) \\ & \theta(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \geq \theta(\bar{l}_1 + l_2) - (\bar{r}_1 + r_2) & (\underline{\text{IC}}_1) \\ & \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \geq \bar{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) & (\overline{\text{IC}}^C) \\ & \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \geq \bar{\theta}(l_1 + \bar{l}_2) - (r_1 + \bar{r}_2) & (\overline{\text{IC}}_1) \\ & \theta(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \geq 0 & (\underline{\text{PC}}^C) \\ & \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \geq 0 & (\overline{\text{PC}}^C) \end{aligned}$$

最初の4本の制約式は誘因両立制約、最後の2本は参加制約である。誘因両立的な直接表明メカニズムに限定しているため、各タイプの企業がどちらの銀行に対しても正直に自分のタイプを報告する均衡に焦点を合せている。これら6本の制約式のうち  $(\underline{\text{IC}}^C)$ 、 $(\overline{\text{IC}}^C)$ 、 $(\underline{\text{PC}}^C)$  および  $(\overline{\text{PC}}^C)$  は、 $\underline{R} \equiv r_1 + r_2$ 、 $\overline{R} \equiv \bar{r}_1 + \bar{r}_2$  と置くことによって、それぞれ協調・非対称情報のケース（すなわち、合併銀行の場合）の誘因両立制約  $(\underline{\text{IC}})$ 、 $(\overline{\text{IC}})$  および参加制約  $(\underline{\text{PC}})$ 、 $(\overline{\text{PC}})$  と等しいことに注意しよう。

新たに加わった誘因両立制約  $(\underline{\text{IC}}_1)$  は、企業の真のタイプが  $\theta$  のときに銀行1に対してのみ偽って  $\bar{\theta}$  と報告することを意味し、 $(\overline{\text{IC}}_1)$  は、企業の真のタイプが  $\bar{\theta}$  のときに銀行1に対してのみ偽って  $\theta$  と報告することを意味する。このような逸脱は銀行が1行のときには実行可能でないため、銀行が2行のときの問題にのみ課されている。

<sup>4</sup> 一般に、複数プリンシパルのスクリーニング問題においては、表明原理が成り立たなくなる可能性のあることが知られている。ただし、Martimort and Stole (2001a) では、二人のプリンシパルが供給する2財がエージェントにとって補完財の関係にあるケースにおいて純粋戦略直接表明メカニズムの均衡 (pure-strategy direct equilibria with complements) の存在が証明されている。本稿のモデルは、そのケースに該当する。なお、複数プリンシパルのスクリーニング問題において表明原理が成立しないことを示す例については、Martimort and Stole (2002) および伊藤 (2003) 第8章を参照。

同様に、銀行1の契約を所与としたときの銀行2の問題は次のようになる。

問題 (p2)

$$\begin{aligned} \max_{\nu_2} & p[r_2 - c(l_2)] + (1-p)[\bar{r}_2 - c(\bar{l}_2)] & (11) \\ \text{subject to} & (\underline{IC}^C), (\overline{IC}^C), (\underline{PC}^C), (\overline{PC}^C) \text{ and} \\ & \underline{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \geq \underline{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (r_1 + \bar{r}_2) & (\underline{IC}_2) \\ & \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \geq \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + r_2) & (\overline{IC}_2) \end{aligned}$$

もしも新たに加わった誘因両立制約が有効でなければ、各銀行の問題は協調・非対称情報のケースの制約式と同じになり、分配スケジュールを適当に調整することによって協調・非対称情報のケースのときの最適契約を実現することができる。この点に注意しながら、各銀行の問題を順に解くことにしよう。

ステップ1: 誘因両立制約 ( $\underline{IC}_j$ ) および ( $\overline{IC}_j$ ) を満たす契約は、単調性  $\bar{l}_j \geq l_j$  を満たす。

(証明) 誘因両立制約 ( $\underline{IC}_j$ ) および ( $\overline{IC}_j$ ) より、

$$\bar{\theta}(\bar{l}_j - l_j) \geq \bar{r}_j - r_j \geq \underline{\theta}(\bar{l}_j - l_j) \quad (12)$$

となる。この不等式と仮定  $\bar{\theta} > \underline{\theta}$  より、 $\bar{l}_j \geq l_j$  が成立することがわかる。(証了)

ステップ2: ( $\overline{IC}_1$ ) の右辺の方が ( $\overline{IC}^C$ ) の右辺よりも大きい。

(証明) ( $\overline{IC}_1$ ) の右辺から ( $\overline{IC}^C$ ) の右辺を引いた値は、

$$\{\bar{\theta}(l_1 + \bar{l}_2) - (r_1 + \bar{r}_2)\} - \{\bar{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2)\} = \bar{\theta}(\bar{l}_2 - l_2) - (\bar{r}_2 - r_2)$$

となり、この値は (12) より非負となる。(証了)

ステップ3: ( $\overline{IC}_2$ ) の右辺の方が ( $\overline{IC}^C$ ) の右辺よりも大きい。

(証明) ( $\overline{IC}_2$ ) の右辺から ( $\overline{IC}^C$ ) の右辺を引いた値は、

$$\{\bar{\theta}(\bar{l}_1 + l_2) - (\bar{r}_1 + r_2)\} - \{\bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2)\} = \bar{\theta}(\bar{l}_1 - \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 - r_1)$$

となり、この値は (12) より非負となる。(証了)

ステップ4: 制約式 ( $\overline{IC}^C$ ) および ( $\underline{PC}^C$ ) を満たす契約は、タイプ  $\bar{\theta}$  の参加制約 ( $\overline{PC}^C$ ) を満たす (よって制約式 ( $\overline{PC}^C$ ) を無視できる)。

(証明) 制約式 ( $\overline{IC}^C$ ) および ( $\underline{PC}^C$ ) より、

$$\begin{aligned} \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) & \geq \bar{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \\ & \geq \underline{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \\ & \geq 0 \end{aligned}$$

となる．よって  $(\overline{PC}^C)$  が成立する．（証了）

ステップ5：タイプ  $\bar{\theta}$  の誘因両立制約  $(\overline{IC}^C)$  は，最適解において等号で成立する．

（証明）仮に最適解は  $(\overline{IC}^C)$  を厳密な不等号で満たすと仮定してみよう．ここでもしも最適解において  $(\overline{PC}^C)$  が等号で成立するならば，

$$0 = \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) > \bar{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2) \geq \underline{\theta}(l_1 + l_2) - (r_1 + r_2)$$

となり，タイプ  $\underline{\theta}$  の参加制約  $(\underline{PC}^C)$  に反する．したがって， $(\overline{PC}^C)$  は厳密な不等号で成立しなければならない．そうすると， $(\overline{IC}^C)$  および  $(\overline{PC}^C)$  を満たすように銀行  $j$  は  $\bar{r}_j$  を少し大きくすることができる．そのような変化は，残りの制約式のうち  $(\underline{PC}^C)$  には影響を与えず，また  $(\underline{IC}^C)$  および  $(\underline{IC}_j)$  の右辺の値を小さくするので  $(\underline{IC}^C)$  および  $(\underline{IC}_j)$  はかえって満たされやすくなる．さらに，ステップ2および3より  $(\overline{IC}_j)$  の右辺の方が  $(\overline{IC}^C)$  の右辺よりも大きいことから， $(\overline{IC}_j)$  は依然として成立している．かくして， $\bar{r}_j$  を大きくしても銀行  $j$  の制約式はすべて満たされる．これは元の  $\bar{r}_j$  が最適であることに矛盾する．したがって，最適解は  $(\overline{IC}^C)$  を等号で満たさなければならないことがわかる．（証了）

ステップ6：契約が単調性  $\bar{l}_j \geq l_j$  を満たし，さらに  $(\overline{IC}^C)$  が等号で成立するならば， $(\underline{IC}^C)$  も満たされる．

（証明）制約式  $(\overline{IC}^C)$  が等号で満たされるので，

$$\begin{aligned} & (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) - (r_1 + r_2) - \underline{\theta}\{(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (l_1 + l_2)\} \\ &= \bar{\theta}\{(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (l_1 + l_2)\} - \underline{\theta}\{(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - (l_1 + l_2)\} \\ &= \Delta\theta\{(\bar{l}_1 - l_1) + (\bar{l}_2 - l_2)\} \end{aligned}$$

となる．単調性および  $\Delta\theta > 0$  よりこの値は非負，すなわち  $(\underline{IC}^C)$  が成立する．（証了）

ステップ7：以上のステップ1～6により，問題 (pj) における6本の制約式を以下の5本に置き換えても同値だということがわかる ( $j = 1, 2$ )．まず，問題 (p1) に関しては，

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &= (r_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(l_1 + l_2) && (\overline{IC}^{C'}) \\ r_1 + r_2 &\leq \underline{\theta}(l_1 + l_2) && (\underline{PC}^{C'}) \\ r_1 + r_2 &\leq (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) + \underline{\theta}(l_1 + l_2) - \underline{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) && (\underline{IC}'_1) \\ \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &\leq (r_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(l_1 + l_2) && (\overline{IC}'_1) \\ l_1 &\leq \bar{l}_1 && (m_1) \end{aligned}$$

であり，他方，問題 (p2) に関しては，

$$\begin{aligned} & (\overline{IC}^{C'}), (\underline{PC}^{C'}) \text{ and} \\ r_1 + r_2 &\leq (r_1 + \bar{r}_2) + \underline{\theta}(l_1 + l_2) - \underline{\theta}(l_1 + \bar{l}_2) && (\underline{IC}'_2) \\ \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &\leq (\bar{r}_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(\bar{l}_1 + l_2) && (\overline{IC}'_2) \end{aligned}$$

$$l_2 \leq \bar{l}_2 \quad (m_2)$$

である。問題 (pj) において制約式が以上の 5 本であるならば、 $\bar{r}_j$  と  $r_j$  を同じだけ増やすことができる。そのような変化は制約式 (PC<sup>C'</sup>) の左辺を大きくする一方、この制約式を除くすべての制約式に影響を与えないため、最適解においては (PC<sup>C'</sup>) は等号で成立する。よって、等号で成立する (PC<sup>C'</sup>) と (IC<sup>C'</sup>) の 2 式より、

$$\bar{r}_1 + \bar{r}_2 = \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \Delta\theta(l_1 + l_2) \quad (\overline{IC}^{C''})$$

$$r_1 + r_2 = \theta(l_1 + l_2) \quad (PC^{C''})$$

を得る。

ステップ 8: ( $\overline{IC}'_1$ ) と ( $\overline{IC}'_2$ ) はいずれも最適解において等号で成立する。

(証明) ( $\overline{IC}^{C'}$ ) の右辺から ( $\overline{IC}'_1$ ) の右辺を引いた値は、

$$\bar{\theta}(\bar{l}_2 - l_2) - (\bar{r}_2 - r_2) \quad (13)$$

となり、この値は (12) より非負となる。よって、( $\overline{IC}'_1$ ) と ( $\overline{IC}^{C'}$ ) の 2 式より、

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &\leq (r_1 + \bar{r}_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(l_1 + \bar{l}_2) \\ &\leq (r_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(l_1 + l_2) = \bar{r}_1 + \bar{r}_2 \end{aligned}$$

となることから、( $\overline{IC}'_1$ ) は最適解において等号で成立する。したがって、

$$\bar{r}_1 - r_1 = \bar{\theta}(\bar{l}_1 - l_1) \quad (\overline{IC}''_1)$$

を得る。同様に、( $\overline{IC}^{C'}$ ) の右辺から ( $\overline{IC}'_2$ ) の右辺を引いた値は、

$$\bar{\theta}(\bar{l}_1 - l_1) - (\bar{r}_1 - r_1) \quad (14)$$

となり、この値は (12) より非負となる。よって、( $\overline{IC}'_2$ ) と ( $\overline{IC}^{C'}$ ) の 2 式より、

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 + \bar{r}_2 &\leq (\bar{r}_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(\bar{l}_1 + l_2) \\ &\leq (r_1 + r_2) + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \bar{\theta}(l_1 + l_2) = \bar{r}_1 + \bar{r}_2 \end{aligned}$$

となることから、( $\overline{IC}'_2$ ) もまた最適解において等号で成立する。したがって、

$$\bar{r}_2 - r_2 = \bar{\theta}(\bar{l}_2 - l_2) \quad (\overline{IC}''_2)$$

を得る。(証了)



ステップ9：以上の分析より，各銀行の問題は各々，次のように書き換えても同値である．まず，等式  $(\overline{IC}^{C''})$  を  $\bar{r}_1$  に関して解いた式と等式  $(\underline{PC}^{C''})$  を  $r_1$  に関して解いた式を目的関数 (10) に代入し，銀行2の契約を所与とすると，銀行1の問題は，

問題 (p1')

$$\begin{aligned} \max_{r_1} & p[-r_2 + \theta(l_1 + l_2) - c(l_1)] + (1-p)[- \bar{r}_2 + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \Delta\theta(l_1 + l_2) - c(\bar{l}_1)] \quad (15) \\ & \text{subject to } (\underline{IC}'_1), (\overline{IC}''_1) \text{ and } (m_1) \end{aligned}$$

となる．他方，等式  $(\overline{IC}^{C''})$  を  $\bar{r}_2$  に関して解いた式と等式  $(\underline{PC}^{C''})$  を  $r_2$  に関して解いた式を目的関数 (11) に代入し，銀行1の契約を所与とすると，銀行2の問題は，

問題 (p2')

$$\begin{aligned} \max_{r_2} & p[-r_1 + \theta(l_1 + l_2) - c(l_2)] + (1-p)[- \bar{r}_1 + \bar{\theta}(\bar{l}_1 + \bar{l}_2) - \Delta\theta(l_1 + l_2) - c(\bar{l}_2)] \quad (16) \\ & \text{subject to } (\underline{IC}'_2), (\overline{IC}''_2) \text{ and } (m_2) \end{aligned}$$

となる．

ステップ10：制約  $(\underline{IC}'_j)$ ,  $(\overline{IC}''_j)$  および  $(m_j)$  を無視して問題 (pj') を解き，その後で無視された制約が満たされることを確認する ( $j = 1, 2$ )．議論をできるだけ簡単化するために，内点解が存在するものと仮定する<sup>5</sup>．解を  $\{(l_j^*, r_j^*), (\bar{l}_j^*, \bar{r}_j^*)\}_{j=1,2}$  と書くと，一階条件は，

$$c'(l_j^*) = \theta - \frac{1-p}{p} \Delta\theta \quad (17)$$

$$c'(\bar{l}_j^*) = \bar{\theta} \quad (18)$$

によって与えられる．したがって，最適貸付額は，

$$l^C = l_1^* = l_2^* \quad (19)$$

$$\bar{l}^C = \bar{l}_1^* = \bar{l}_2^* \quad (20)$$

となる．ここで， $l^C < l^{fb} < \bar{l}^{fb} = \bar{l}^C$  より，最適貸付額は無視された制約の一つ  $(m_j)$  を満たす．

<sup>5</sup>  $c(\cdot)$  の厳密な凸性により目的関数 (15) および (16) が厳密な凹関数となること，境界値の仮定 ( $c'(0) = 1$  および  $c'(\bar{l}) = +\infty$ ) に加えて，不等式

$$\theta - \frac{1-p}{p} \Delta\theta > 1$$

が満たされるものと仮定すれば，最適貸付額は一意で  $[0, \bar{l}]$  の内点となる．

ステップ 11: 解が, 無視された制約のうちの残りの二つ ( $\underline{IC}'_j$ ) および ( $\overline{IC}''_j$ ) を満たすことを確認する ( $j = 1, 2$ ). いま, 最適返済額 ( $r_j^*, \bar{r}_j^*$ ) を次のように設定する.

$$r_j^* = \theta l_j^* \quad (21)$$

$$\bar{r}_j^* = \bar{\theta}(\bar{l}_j^* - l_j^*) + \theta l_j^* \quad (22)$$

そうすると, この最適返済額は ( $\underline{IC}'_j$ ) および ( $\overline{IC}''_j$ ) を満たすことを容易に確認できる.

それでは, 上の結果の持つ含意について検討しよう. 最適契約は次のような特徴を持つことがわかる. 第 1 に, 条件 (18) より, タイプ  $\bar{\theta}$  の企業はどちらの銀行からも効率的な資金額を借入れるように指示される ( $\bar{l}^{fb} = \bar{l}^C = \bar{l}_1^* = \bar{l}_2^*$ ). これに対して, 条件 (17) より, タイプ  $\theta$  の企業は非効率的 (過少) な資金額を借入れるように指示される ( $l^{fb} > l^C = l_1^* = l_2^*$ ). すなわち, 最適契約の指示する貸付額は, 有利な投資機会を持つ (効率的な) タイプの企業についてはファーストベスト (対称情報のケース) の貸付額の水準に一致するが, しかし, 有利な投資機会を持たない (非効率的な) タイプの企業についてはファーストベストの貸付額より低い水準になる. しかも, 各タイプに対する貸付額は非対称情報下において両行が協調して (すなわち, あたかも合併した一つの銀行のごとく行動して) 貸付契約を設計し, 提示する場合と同一であることから, この非協調・非対称情報のケースでは, 協調・非対称情報のケースに比して相対的に, 新たな非効率性は生じないことがわかる<sup>6</sup>.

第 2 に, 最適解での企業の効用を求めると, (1), (19), (20), (21) および (22) より,

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \theta(l_1^* + l_2^*) - (\theta l_1^* + \theta l_2^*) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \overline{U} &= \bar{\theta}(\bar{l}_1^* + \bar{l}_2^*) - [\bar{\theta}(\bar{l}_1^* - l_1^*) + \theta l_1^* + \bar{\theta}(\bar{l}_2^* - l_2^*) + \theta l_2^*] = \Delta\theta(l_1^* + l_2^*) \\ &= 2\Delta\theta l^C \end{aligned} \quad (24)$$

となる. タイプ  $\bar{\theta}$  の企業は留保効用よりも厳密に大きい効用を得るが, タイプ  $\theta$  の企業の効用は留保効用に等しくなる. タイプ  $\bar{\theta}$  が留保効用を超える効用を手に入れることができるのは, さもなければ各銀行は, タイプ  $\bar{\theta}$  に正直に自分のタイプを申告させることができないためである. この留保効用を上回る部分はタイプ  $\bar{\theta}$  の私的情報に起因する情報レントである. この情報レントは, (24) より,  $2\Delta\theta l^C$  に等しくなる. 情報レントを節約するため, タイプ  $\theta$  の企業に対する貸付額  $l^C$  は, ファーストベスト (対称情報のケース) の貸付額  $l^{fb}$  を下回ることとなる. この結果もまた, 協調・非対称情報のケースと同じである.

<sup>6</sup> ただし, この結果は, 企業 (エージェント) のタイプが 2 種類であるという仮定に依存している. この点に関しては, 伊藤 (2003) 第 8 章を参照.

## 5 結 論

本稿では、Martimort and Stole (2001a) および伊藤 (2003) 第 8 章に依拠しながら、非対称情報下における共通エージェンシー・モデルを銀行の貸付契約問題に応用した。すなわち、二つの銀行が、私的情報を有する 1 企業を共通の借手として貸付契約を締結する場合における最適契約設計の問題を分析した。有利な投資機会を持つ（効率的な）企業と有利な投資機会を持たない（非効率的な）企業という 2 種類の企業を想定し、内在的な共通エージェンシーの下における 2 行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察した。その際、対称情報の場合の最適契約（ファーストベストの解）と 2 行が非対称情報下で協調行動をとる場合の最適契約（協調・非対称情報のケースの解）の二つをベンチマークとし、非協調・非対称情報下で導き出された最適契約を評価した。その結果、非協調・非対称情報下の最適契約は次のような特徴を持つことが明らかとなった。

第 1 に、2 行の貸付額は対称的（両行に共通）であり、効率的なタイプの企業についてはそのファーストベストの貸付額の水準で一致し、他方、非効率的なタイプの企業についてはそのファーストベストの貸付額より低い水準で一致する。しかも、各タイプに対する貸付額は協調・非対称情報のケースの貸付額と同一であることから、この非協調・非対称情報のケースでは、協調・非対称情報のケースに比して相対的に、新たな非効率性は生じない。

第 2 に、企業の返済額を適切に調整することにより、次の結果が得られた。効率的なタイプの企業は留保効用よりも厳密に大きい効用を得るが、非効率的なタイプの企業の効用は留保効用に等しくなる。効率的なタイプが留保効用を超える効用を手に入れることができるのは、さもなければ各銀行は、効率的なタイプに正直に自分のタイプを申告させることができなためである。この留保効用を上回る部分は効率的なタイプの私的情報に起因する情報レントである。この情報レントを節約するため、非効率的なタイプの企業に対する貸付額は、そのファーストベストの貸付額を下回ることとなる。

本稿の分析結果は、企業のタイプが 2 種類であるとの仮定に依存している。より多くのタイプを想定した場合に本稿の分析結果がどのような影響を受けるかという問題は、今後の研究課題としたい。

## 参考文献

- [1] Bolton, P. and Dewatripont, M. (2005) , *Contract Theory*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- [2] Martimort, D. and Stole, L. (2001a) , “Common Agency Equilibria with Discrete

- Mechanisms and Discrete Types,” *CESifo Working Paper Series No. 572*.
- [3] Martimort, D. and Stole, L. (2001b) , “Contractual Externalities and Common Agency Equilibria,” *CESifo Working Paper Series No. 581*.
- [4] Martimort, D. and Stole, L. (2002) , “The Revelation and Delegation Principles in Common Agency Games,” *Econometrica*. 70: 1659 – 1673.
- [5] 伊藤秀史 (2003), 『契約の経済理論』有斐閣.
- [6] 宇恵勝也 (2007), 「借手の私的情報と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 52 巻第 1・2 号合併号, 15 – 28 頁.
- [7] 宇恵勝也 (2008), 「共通の借手と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 53 巻第 4 号, 33 – 44 頁.