

# 共通の借手と最適貸付契約

宇 惠 勝 也

## 概要

企業が外部から資金を調達する場合、複数の銀行との間で貸付契約を結ぶことがある。本稿では、Bernheim and Whinston (1986) および伊藤 (2003) 第8章の分析に依拠しながら、二つの銀行が共通の借手である企業と貸付契約を締結する場合の最適契約設計の問題を分析した。内在的な共通エージェントの状況を想定し、その状況下における2行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察した。二つの銀行と企業の間ですべての情報が共有知識となっているという意味で対称情報のケースに分析を限定し、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致する場合と一致しない場合の各々について均衡の性質を調べ、以下の結果を得た。

まず、均衡は両方の場合に共通して、(i) 複数均衡が存在する、(ii) 企業がレントを獲得する可能性がある、(iii) 企業の均衡投資行動は効率的である、という性質を持つことが、本稿のモデルにおいても確認できた。

次に、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致する場合、2行は非協力的に契約を提示するが、結果的には、両者がともに選好する投資を企業に選ばせることに成功する。これに対して、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致しない場合には、次の結果が得られた。効率的な投資を選好する銀行1は、非効率的な投資を選好する銀行2に対抗するために貸付利子を減らし、その結果、企業は均衡においてレントを獲得することになる。他方、銀行2は、非効率的な投資を企業に選択させようとして貸付利子を減らす結果、本来選好する非効率的な投資よりもむしろ効率的な投資が選ばれることの方が望ましくなる。これは、銀行が1行のケースでは得られない結果である。

最後に、本稿のモデルには多くの均衡が存在することが示されたが、そのなかでも特に「誠実な均衡」に焦点を合せた分析をおこない、次の結果を得た。誠実な均衡においては、均衡投資行動は効率的であり、また、各銀行の効用値はその銀行の限界貢献値に等しくなっている。これは Bergemann and Välimäki (2003) の分析結果と整合的である。

キーワード：貸付、共通エージェント、複数プリンシパル、最適契約設計

## 1 はじめに

企業が外部から資金を調達する場合、複数の銀行との間で貸付契約を結ぶことがある。本稿では、Bernheim and Whinston (1986) および伊藤 (2003) 第8章の分析に依拠しながら、二つの銀行が共通の借手である企業と貸付契約を締結する場合の最適契約設計の問題を分析する。企業（エージェント）は投資の決定者であり、銀行（プリンシパル）は投資資金の貸手で

ある。

一般に、一人のエージェントが複数のプリンシパルと同時に契約を結ぶ状況は、共通エージェンシー (common agency) と呼ばれる<sup>1</sup>。この状況では、個々の契約が他の契約に対して外部性を与えることからコーディネーションの問題が発生するため、その分析は、たとえプリンシパルとエージェントの間で情報の非対称性がない場合であっても、自明ではなくなってしまふ。そこで本稿では、二つの銀行と企業の間ですべての情報が共有知識となっているという意味で対称情報のケースに限定して分析を行う。

企業がどのような投資を実行するかによって銀行の提供する貸付資金の効率が決定され、しかも投資資金額は予め企業によって決定済みであるという意味で、企業の側に銀行に影響を与える決定権限が本来的に備わっており、その結果、企業は2行の契約をいずれも受け入れるか、どちらの銀行の契約も受け入れないかという選択に直面する。この状況は一般に、内在的な共通エージェンシー (intrinsic common agency) と呼ばれる<sup>2</sup>。本稿の目的は、この状況下における二つの銀行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察することである。

本稿の構成は、以下の通りである。まず第2節ではモデルの基本的な枠組を説明し、第3節では本稿のモデルの均衡を定義する。次いで第4節では銀行の選好と均衡の性質について考察し、第5節では誠実な均衡と限界貢献値について検討する。最後に第6節では、本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する。

## 2 基本的設定

企業は投資の決定主体であり、 $A = \{a_0, a_1\}$  という集合から投資を選択する。この決定は観察可能かつ立証可能であり、いずれの投資を実行するにも共通に一定額の資金  $I$  が必要であると仮定する。銀行は投資資金の貸手であり、 $j = 1, 2$  の二つの銀行が存在する状況を考察する。銀行  $j$  の提供する貸付資金を  $I^j$  とし、 $I = I^1 + I^2$  を仮定する。各銀行は、企業の投資決定に影響を与えることによって自らの貸付資金の効率を向上させようと考えている。企業の選択する投資が  $a_k \in A$  のとき、銀行  $j$  が得る利益を  $b_k^j$  と書く ( $k = 0, 1$ )。  $b_k = b_k^1 + b_k^2$  と定義し、 $b_1 > b_0$  を仮定する。すなわち、銀行の利益の総和は、投資  $a_1$  が選択されたときに最大になる。いま、投資  $a_k$  の収益率を  $\rho_k = (b_k/I) - 1$  と定義し、かつ銀行  $j$  が得る利益  $b_k^j$  はその融資額  $I^j$  に応じて  $b_k^j = (1 + \rho_k)I^j$  となると仮定する。そうすると、利益のシェアは融資のシェアに一致し、 $b_k^j/b_k = I^j/I$  となる。例えば、各銀行の融資シェアが 50% ずつである状況は、

<sup>1</sup> 共通エージェンシーを巡る諸問題については、Bolton and Dewatripont (2005, Chapter 13) の詳細な説明と文献ノートを参照。

<sup>2</sup> これに対し、各プリンシパルがエージェントに自らの決定権限を委譲し、エージェントが一部のプリンシパルとのみ契約する可能性がある状況は、委譲された共通エージェンシー (delegated common agency) と呼ばれる。後者の興味深い例として、Parlour and Rajan (2001) の資金貸付競争のモデルがある。

$j = 1, 2$  に対して  $I^j = I/2$ ,  $b_k^j = b_k/2$  で表すことができる。本稿の分析を通じて、企業の投資  $a_k$  に対して銀行  $j$  が得る利益  $b_k^j$  は所与とする。

企業の投資行動が立証可能であるため、各銀行は選択される投資に依存した利子補給スケジュール（以下では単に、利子スケジュールと呼ぶ）を設計する。具体的には、銀行  $j$  は、企業の投資  $a_k$  に対して利子補給  $w_k^j$  を行うという利子スケジュールを設計する。このスケジュールを  $w^j = (w_0^j, w_1^j)$  と書く。このとき、企業の投資  $a_k$  に対して銀行  $j$  の得る利子が  $b_k^j - w_k^j - I^j$  となることに注意しよう。以下では、利子補給額は  $w_k^j \geq 0$  を満たさなければならないと仮定する。換言すれば、銀行  $j$  が企業から徴収する元利合計額  $b_k^j - w_k^j$  は銀行の利益  $b_k^j$  を上回らないと仮定する。そのような利子スケジュールの集合を  $\mathcal{W} = \{w_k^j \mid w_k^j = w^j(a_k) \geq 0, \forall a_k \in A\}$  と書く。スケジュールの組  $(w^1, w^2)$  および投資  $a_k$  の下における企業と銀行  $j$  の効用をそれぞれ  $u_k(w^1, w^2)$ ,  $v_k^j(w^j)$  と書き、

$$u_k(w^1, w^2) = w_k^1 + w_k^2 \quad (1)$$

$$v_k^j(w^j) = b_k^j - w_k^j - I^j \quad (2)$$

と定義する。

意思決定のタイミングは次のようになる。

1. 銀行がそれぞれ非協力的かつ同時に利子スケジュールを決定し、企業に提示する。
2. そのスケジュールを観察して、企業は投資を決定する。
3. スケジュールと投資に応じて利得の分配が行われる。

このモデルでは、企業の参加制約は明示的には考慮されていない。しかし、企業への利子補給額は非負でなければならないという制約があるため、実質的には企業は事後の効用が常に非負である限り、銀行のスケジュールを受け入れると仮定していることになる。

ベンチマークとして効率的な投資について確認しておこう。投資が  $a_k$  のとき二つの銀行と企業の効用の総和は  $b_k - I$  であるから、上記の仮定  $b_1 > b_0$  により、(社会的に) 効率的な投資は  $a_1$  となる。

### 3 均衡の定義

この問題を解くために、後向き帰納法 (backward induction) を用いて問題を実際のタイミングとは逆の方向に分析していく。まず、利子スケジュールの組  $(w^1, w^2)$  を所与として、スケジュールに対する企業の最適応答 (best response) を考えよう。企業は  $u_k(w^1, w^2) = w_k^1 + w_k^2$  を最大にする投資を選択する。企業の最適応答を  $B(w^1, w^2)$  と書くと、

$$B(w^1, w^2) = \arg \max_{a_k} w_k^1 + w_k^2, \quad \forall a_k \in A \quad (3)$$

となる. なお,  $u_0(w^1, w^2) = u_1(w^1, w^2)$  ならば投資  $a_0$  と  $a_1$  はいずれも最適で,  $B(w^1, w^2) = A$  が成立する.

次に, 問題をさかのぼって, 銀行の利子スケジュールの決定を分析しよう. 銀行  $j$  がスケジュール  $w^j$  を選択する時点では, もう一方の銀行  $-j$  がどのようなスケジュールを提示するかは不明である. したがって, 相手のスケジュールを予想して, それを所与としたときに自らの効用を最大にするスケジュールを選択する. そこで, 銀行  $-j$  はスケジュール  $w^{-j}$  を提示すると, 銀行  $j$  が予測したとしよう. 銀行  $j$  の効用は直接  $w^{-j}$  に依存しているわけではないものの, この予想は重要である. なぜなら, 銀行  $j$  が  $w^j$  を選択するとき, 企業が選択する投資は最適応答  $B(w^j, w^{-j})$  に含まれ, この最適応答は  $w^{-j}$  に依存しているからである. いま,  $a_k \in B(w^j, w^{-j})$  を仮定し,  $w^{-j}$  を所与としよう. 銀行  $j$  にとってスケジュール  $w^j$  が最適となるのは,  $j$  の効用  $v_k^j(w^j, w^{-j})$  が, 任意のスケジュール  $z^j = (z_0^j, z_1^j) \in \mathcal{W}$  および任意の投資  $a_\ell \in B(z^j, w^{-j})$  の下での効用  $v_\ell^j(z^j, w^{-j})$  を下回らないとき, ということになる. すなわち, もう一方の銀行  $-j$  の利子スケジュール  $w^{-j}$  および企業の最適応答  $a_k \in B(w^j, w^{-j})$  を所与としたとき, 銀行  $j$  のスケジュール  $w^j$  が,

$$b_k^j - w_k^j \geq b_\ell^j - z_\ell^j, \quad \forall z^j \in \mathcal{W}, \forall a_\ell \in B(z^j, w^{-j}) \quad (4)$$

を満たすならば,  $w^j$  は予想  $w^{-j}$  に対する銀行  $j$  の最適応答となる. つまり銀行  $j$  は, 所与の予想  $w^{-j}$  の下, 単独で  $w^j$  から離脱して  $z^j$  を選択しても, 効用を増加させることはできない. ただし,  $w^j$  の代わりに  $z^j$  を選択すれば企業の投資決定も変化する. 企業は最適応答  $B(z^j, w^{-j})$  に属する投資を選択するので, そのことを考慮に入れた上で銀行  $j$  は効用を比較している.

以上より, この問題の解として導出する銀行の利子スケジュールと企業の投資を定義しよう. 次の条件 (a), (b) を満たすとき,  $(\hat{w}^1, \hat{w}^2, \hat{a}_k)$  をゲームの均衡と呼ぶ<sup>3</sup>.

(a)  $\hat{a}_k \in B(\hat{w}^1, \hat{w}^2)$ .

(b) 任意の  $j = 1, 2$  について,  $\hat{w}^j$  は  $\hat{w}^{-j}$  の最適応答.

これらの条件は, 均衡において各銀行は互いに相手の銀行の提示するスケジュールを正しく予想していることを示している. しかも, 自らのスケジュールを一方的に変更しても利するところはなく, また企業は一方的に投資を変更しても効用が増えないという状態にある.  $(\hat{w}^1, \hat{w}^2, \hat{a}_k)$  が均衡のとき,  $\hat{a}_k$  を企業の均衡投資行動,  $\hat{w}^j$  を銀行  $j$  の均衡スケジュールと呼ぶことにする.

銀行が 2 行の場合でも, 銀行の契約設計を最適化問題として記述することができる. いま  $b^j(a_k) = b_k^j$ ,  $w^j(a_k) = w_k^j$  と書くと,  $(\hat{w}^1, \hat{w}^2, \hat{a}_k)$  が均衡であることは, 任意の  $j = 1, 2$  に対

<sup>3</sup> 本稿を通じて, ナッシュ均衡 (Nash equilibrium) を単に均衡と呼ぶ.

して  $(\hat{w}^j, \hat{a}_k)$  が次の問題の解であることと同値である。

問題（p）

$$\begin{aligned} \max_{w^j, a_k} & b^j(a_k) - w^j(a_k) - I^j & (5) \\ \text{subject to} & \\ & w^j \in \mathcal{W} \\ & a_k \in B(w^j, \hat{w}^{-j}) & (IC) \end{aligned}$$

すなわち、各銀行の利子スケジュールが、他の銀行のスケジュールを所与とした最適化問題の解であるとき、利子スケジュールのプロファイルと投資のペア  $(\hat{w}^1, \hat{w}^2, \hat{a}_k)$  は均衡となる。

## 4 銀行の選好と均衡の性質

伊藤（2003）第8章によれば、問題（p）の解として求められる均衡  $(\hat{w}^1, \hat{w}^2, \hat{a}_k)$  は一般に、次のような性質を持つことが知られている。

1. 複数均衡が存在する。
2. 企業がレントを獲得する可能性がある。
3. 企業の均衡投資行動は効率的である。

第1の性質は、二つの銀行が非協力的に利子スケジュールを選択するために、所与の投資を企業に選択させる場合であっても均衡となるスケジュールのペアが複数存在することを意味している。第2の性質は、非協力的な銀行が互いに牽制し合う結果、企業が正のレントを得る均衡が存在するということである。そして第3の性質は、企業の選択する投資に注目すると、効率的な投資  $a_1$  が選択される均衡のみが存在することを示している。

以下では、本稿のモデルに即して、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致する場合と一致しない場合の各々について、均衡の性質を調べることにしよう。

### 4.1 銀行の選好する投資が一致する場合

まず、 $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 > b_0^2$  の場合、すなわち、どちらの銀行も投資  $a_1$  が望ましいと考えているケースを分析する<sup>4</sup>。この場合、銀行はできるだけ少い利子補給額で企業に効率的な投資  $a_1$  を選ばせたいという点で選好が一致している。ところで、仮定により利子補給額は非負であるから、利子スケジュールの候補として  $w_1^1 = w_1^2 = w_0^1 = w_0^2 = 0$  を考えるのは自然である。

<sup>4</sup>  $b_1^1 < b_0^1$  かつ  $b_1^2 < b_0^2$  の場合は、 $a_1$  が効率的であるという仮定  $b_1 > b_0$  に矛盾する。

実際、この利子スケジュールと投資  $a_1$  の組合せは均衡になっていることを示すことができる。そこで以下、このことを確認しよう。

まず、企業の投資選択に関しては、 $u_0 = 0 = u_1$  であるから  $a_1$  は企業の最適応答 (のうちの一つ) となっている。他方、任意の  $j$  に関して、銀行  $j$  は達成し得る最大の効用  $b_1^j - I^j$  を得るため、 $w^j = (0, 0)$  から乖離する誘引はない。したがって、 $((0, 0), (0, 0), a_1)$  が均衡となる。

しかしながら、均衡はこの組合せだけではないことに注意しなければならない。いま、投資  $a_1$  と次のような利子スケジュールの組合せを考えよう。すなわち、

$$\begin{aligned} w^1 &= (w_0^1, w_1^1) = (x, 0) \\ w^2 &= (w_0^2, w_1^2) = (0, x) \end{aligned}$$

であり、 $x$  は  $0 < x < b_1^2 - b_0^2$  を満たす定数である。まず、 $u_0 = x = u_1$  であるから、 $a_1$  は企業の最適応答となっている。次に、投資  $a_1$  の下で銀行 1 は達成可能な最大の効用を得ているため、 $w^2$  を所与としたときに  $w^1$  を変更する誘引はない。最後に、銀行 2 のスケジュールに関しては、仮に  $w^2$  の代りに  $z^2 = (z_0^2, z_1^2)$  を提示することによって効用を増加させることができるかどうかを調べてみよう。

- (i)  $(w^1, z^2)$  に対する企業の最適応答が  $a_1$  の場合。この場合には、 $u_0 \leq u_1$  より  $x + z_0^2 \leq 0 + z_1^2$  であるから、 $z_1^2 \geq z_0^2 + x \geq x$  が成立する。これを用いると、銀行 2 の効用は  $b_1^2 - x - I^2 \geq b_1^2 - z_1^2 - I^2$  となり、 $z^2$  に乖離しても増加しない。
- (ii)  $(w^1, z^2)$  に対する企業の最適応答が  $a_0$  の場合。もしも仮に  $z^2$  に乖離することによって銀行 2 の効用が増加するものとするれば  $b_0^2 - z_0^2 - I^2 > b_1^2 - x - I^2$  となるが、これを書き直せば  $x > b_1^2 - b_0^2 + z_0^2 \geq b_1^2 - b_0^2$  となって仮定に矛盾する。

したがって、銀行 2 も  $w^2$  を変更することで効用を増加させることはできない。以上より、 $((x, 0), (0, x), a_1)$  は均衡であることが示された<sup>5</sup>。

この均衡において企業は  $x$  というレントを手に入れ、銀行 2 の効用は  $b_1^2 - x - I^2$  となる。ここで、 $b_0^2 - I^2 < b_1^2 - x - I^2$  であるから、銀行 2 は  $x$  を支払わなければならないとしても、依然として投資  $a_0$  よりも  $a_1$  を厳密に選好している。銀行 2 が  $x$  を企業に支払うのは、銀行 1 は企業の  $a_0$  の選択に対して  $x$  を支払うであろうと (正しく) 予想しているからである。この予想の下では、企業に  $a_1$  を選ばせるために銀行 2 は少なくとも  $x$  を支払わなければならない。それでは、なぜ銀行 1 にとって企業の  $a_0$  の選択に対して  $w_0^1 = x > 0$  を支払うことが最適なのであろうか。その理由は、この支払額は均衡経路外であるため銀行 1 の効用に影響を与えないからである<sup>6</sup>。

<sup>5</sup> 同様に、 $0 < x < b_1^1 - b_0^1$  を満たす定数  $x$  に対して、 $((0, x), (x, 0), a_1)$  も均衡となることを示すことができる。

<sup>6</sup> この場合のナッシュ均衡点は、均衡プレイ外のプレイヤーの行動によって均衡プレイが特徴付けられており、

このように複数の銀行が非協力的に契約を提示する場合には、互いに相手がどのような契約を提示すると予想するかによって、複数の異なる均衡が成立する可能性が出てくる。

これまでの分析では効率的な投資  $a_1$  が選択される均衡を考えてきた。それでは、非効率的な投資  $a_0$  が選ばれる均衡は存在するのであるだろうか。この問題を考察するために、いま仮に  $(w^1, w^2, a_0)$  が均衡であると仮定しよう。このときにはまず、 $w_0^1 + w_0^2 > w_1^1 + w_1^2$  は成立しないことがわかる。もしもこの不等式が成立するのであれば、(利子補給額の非負制約の故に) 少くとも一方の銀行は企業の投資  $a_0$  に対して厳密に正の利子補給を行う。仮に  $w_0^1 > 0$  ならば、銀行 1 は企業の最適応答  $B(w^1, w^2) = \{a_0\}$  を変化させることなく、利子補給額を  $w_0^1$  から少し減らすことができ、その結果、効用を増加させることができる。これは  $(w^1, w^2, a_0)$  が均衡であることに矛盾する。したがって均衡では、 $w_0^1 + w_0^2 = w_1^1 + w_1^2$  が成立しなければならない。一方、(4) より、

$$\begin{aligned} b_0^1 - w_0^1 &\geq b_1^1 - w_1^1 \\ b_0^2 - w_0^2 &\geq b_1^2 - w_1^2 \end{aligned}$$

が成立するので、両辺を足すと、

$$\begin{aligned} b_0 - b_1 &= (b_0^1 + b_0^2) - (b_1^1 + b_1^2) \\ &\geq (w_0^1 + w_0^2) - (w_1^1 + w_1^2) = 0 \end{aligned}$$

となり、 $a_0$  が非効率的であるという仮定  $b_1 > b_0$  に矛盾する。かくして、 $a_0$  が均衡投資行動となる均衡は存在しないことが示された。銀行は非協力的に契約を提示するが、結果的には両者がともに選好する投資を企業に選ばせることに成功する。ここで注意すべきことは、この結果が得られたのは銀行が協力しているからではなく、互いに非協力的に利子スケジュールを設計した結果であるという点である。

## 4.2 銀行の選好する投資が一致しない場合

次に、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致しない場合として、 $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 < b_0^2$  のケースを分析する。すなわち、他の条件が同じであれば、銀行 1 は投資  $a_1$ 、銀行 2 は投資  $a_0$  を選好すると仮定する。ただし、投資  $a_1$  が効率的であるという仮定により、

$$b_1^1 - b_0^1 > b_0^2 - b_1^2 > 0 \tag{6}$$

が成立することに注意しよう。

---

「信憑性のない脅し」(incredible threat) に基づいていることに注意すべきである。この点に関しては、岡田(1996) 第 1 章を参照。

最初の場合と同様の議論により、非効率的な投資  $a_0$  が選ばれる均衡は存在せず、効率的な投資  $a_1$  が選択される均衡のみが存在する。そこでまず、 $((0, 0), (0, 0), a_1)$  が均衡になる可能性について検討しよう。企業の投資選択に関しては、 $u_0 = 0 = u_1$  であるから  $a_1$  は企業の最適応答となっている。さらに、銀行1は達成し得る最大の効用  $b_1^1 - I^1$  を得るため、 $w^1 = (0, 0)$  から乖離する誘引はない。これに対して銀行2は、仮定(6)より  $v_1^2(0, 0) - v_0^2(0, 0) = b_1^2 - b_0^2 < 0$  となるため、企業の投資を  $a_0$  に変更させようとする。したがって、銀行2は  $w^1$  を所与としたときに  $w^2$  を変更する誘引を持つことから、 $((0, 0), (0, 0), a_1)$  は均衡にはならないことがわかる。

次に、利子スケジュールのプロファイルと投資のペアとして、

$$(w^1, w^2, a_1) = ((w_0^1, w_1^1), (w_0^2, w_1^2), a_1) = ((0, x), (x, 0), a_1)$$

を考えよう。ただし、 $x$  は、

$$b_1^1 - b_0^1 \geq x \geq b_0^2 - b_1^2$$

を満たす定数で定義される。

第1に、 $((0, x), (x, 0), a_1)$  が均衡の条件を満たすことを確認しよう。まず、 $u_0 = x = u_1$  であるから、 $a_1$  は企業の最適応答となっている。次に、銀行1に関しては、

$$v_1^1(0, x) - v_0^1(0, x) = (b_1^1 - x) - b_0^1 = (b_1^1 - b_0^1) - x \geq 0 \quad (7)$$

であるから、銀行1は  $w^2$  を所与としたときに  $w^1$  を変更する誘引を持たない。他方、銀行2に関しては、

$$v_1^2(x, 0) - v_0^2(x, 0) = b_1^2 - (b_0^2 - x) = (b_1^2 - b_0^2) + x \geq 0 \quad (8)$$

であるから、銀行2は  $w^1$  を所与としたときに  $w^2$  を変更する誘引を持たない。以上より、 $((0, x), (x, 0), a_1)$  は均衡であることがわかる。

企業に投資  $a_1$  を選択させるために、銀行1は利子補給額  $x$  を支払わなければならない。したがって、このときの貸付利子は  $b_1^1 - x - I^1$  となる。利子補給額のみだけ貸付利子は減少するが、それだけのコストを銀行1が負担するのは、企業に投資  $a_0$  を選択させようとして利子補給額  $x$  を支払う銀行2に対抗しなければならないからである。他方、銀行2は、 $a_0$  の選択に対して  $x$  を支払うことで、本来選好する  $a_0$  よりも  $a_1$  が選ばれることが望ましくなる。これは、銀行が1行のケースでは得られない結果である。かくして、 $((0, x), (x, 0), a_1)$  は均衡となる。

第2に、 $((0, x), (x, 0), a_1)$  は明らかに複数均衡の存在を示しているが、そのなかでも  $x = b_0^2 - b_1^2$  に対応する均衡は、均衡を成立させるために企業に支払わなければならない金額が最も少いという特徴を持っている。次節では、 $((0, b_0^2 - b_1^2), (b_0^2 - b_1^2, 0), a_1)$  に焦点を合せた分析を行う。



## 5 「誠実な均衡」と限界貢献値

前節の分析から明らかなように、本稿のモデルには多くの均衡が存在する。そこで、分析をさらに進めるために特定の均衡に焦点を絞ることにしよう。

いま企業の投資  $a_k$  を所与として、任意の投資  $a_\ell \in A$  と任意の  $j$  に対して銀行  $j$  の利子スケジュール  $w^j$  が次の等式を満たすとき、 $w^j$  を  $a_k$  に対して誠実な (truthful relative to  $a_k$ ) 利子スケジュールと呼ぶ。

$$w^j(a_\ell) = \max[(b^j(a_\ell) - I^j) - (b^j(a_k) - w^j(a_k) - I^j), 0], \quad \forall a_\ell \in A \quad (9)$$

所与の投資  $a_k$  に対して誠実な利子スケジュールでは、利子補給額の非負制約が有効でない範囲において、任意の投資  $a_\ell$  は銀行  $j$  にとって  $a_k$  と無差別である。したがって、

$$w^j(a_\ell) = (b^j(a_\ell) - I^j) - (b^j(a_k) - w^j(a_k) - I^j)$$

が成り立ち、 $a_k$  と比較して  $a_\ell$  に支払ってもよいと考える最大の価値に等しい額が  $a_\ell$  に対して追加的に支払われる。これに対して、利子補給額の非負制約が有効な場合には、銀行  $j$  は  $a_\ell$  に対して過大に支払うことになる。その結果、 $w^j$  が  $a_k$  に対して誠実な利子スケジュールであるならば、(9)により、

$$b^j(a_\ell) - w^j(a_\ell) - I^j \leq b^j(a_k) - w^j(a_k) - I^j$$

が成立する。すなわち、銀行  $j$  は自らの効用を犠牲にして利子補給額が負になることを阻止しているのである。均衡  $(w^1, w^2, a_k)$  において、任意の  $j$  に対して  $w^j$  が  $a_k$  に対して誠実な利子スケジュールとなっているとき、 $(w^1, w^2, a_k)$  を「誠実な均衡」(truthful equilibrium) と呼ぶ<sup>7</sup>。

以上で分析をさらに進めるための準備がすべて整った。そこで、前節の分析において示された均衡のうち、次の二つの均衡に注目しよう。

1.  $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 > b_0^2$  の場合の均衡  $((0, 0), (0, 0), a_1)$
2.  $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 < b_0^2$  の場合の均衡  $((0, b_0^2 - b_1^2), (b_0^2 - b_1^2, 0), a_1)$

以下では、これら二つの均衡がいずれも誠実な均衡になっていることを示し、その性質を吟味する。

<sup>7</sup> より厳密には、「誠実なナッシュ均衡」(truthful Nash equilibrium) である。

### 5.1 銀行の選好する投資が一致する場合

まず,  $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 > b_0^2$  の場合の均衡  $((0, 0), (0, 0), a_1)$  から検討しよう. このときには, 任意の  $j$  に対して,

$$\max[(b_0^j - I^j) - (b_1^j - w_1^j - I^j), 0] = \max[b_0^j - b_1^j, 0] = 0 = w_0^j$$

が成立することから,  $((0, 0), (0, 0), a_1)$  は誠実な均衡となっている. しかも, いずれの銀行に対しても非負制約が有効となっているため, 任意の  $j$  に対して, 銀行  $j$  は自らの効用を犠牲にすることで利子補給額  $w_0^j$  が負になることを防いでいる.

さらに, この均衡における各銀行の効用は,

$$v_1^1(0, 0) = b_1^1 - 0 - I^1 = (b_1^1 + b_1^2 - I) - (b_1^2 - I^2) \quad (10)$$

$$v_1^2(0, 0) = b_1^2 - 0 - I^2 = (b_1^1 + b_1^2 - I) - (b_1^1 - I^1) \quad (11)$$

と表すことができる. ここで,  $b_1^1 + b_1^2 - I$  は効率的な投資  $a_1$  の社会的価値であり, また  $b_1^2 - I^2$  および  $b_1^1 - I^1$  は各々, この場合において銀行 2 および 1 が単独で企業と取引したときに達成される最大の価値である. したがって, (10) および (11) の右辺は, 銀行が単独で企業と取引をするところにもう一方の銀行が加わることによって増加する社会的価値を表しており, 各銀行の限界貢献値 (marginal contribution) に他ならない<sup>8</sup>. 以上より, 誠実な均衡における各銀行の効用値はその銀行の限界貢献値に等しくなっていることがわかる.

### 5.2 銀行の選好する投資が一致しない場合

次に,  $b_1^1 > b_0^1$  かつ  $b_1^2 < b_0^2$  の場合の均衡  $((0, b_0^2 - b_1^2), (b_0^2 - b_1^2, 0), a_1)$  について検討しよう. このときには不等式 (6) が成立することに注意すれば, まず銀行 1 に関しては,

$$\max[(b_0^1 - I^1) - (b_1^1 - w_1^1 - I^1), 0] = \max[(b_0^2 - b_1^2) - (b_1^1 - b_0^1), 0] = 0 = w_0^1$$

となり, 他方, 銀行 2 に関しては,

$$\max[(b_0^2 - I^2) - (b_1^2 - w_1^2 - I^2), 0] = \max[b_0^2 - b_1^2, 0] = b_0^2 - b_1^2 = w_0^2$$

となる. したがって,  $((0, b_0^2 - b_1^2), (b_0^2 - b_1^2, 0), a_1)$  は誠実な均衡となっている. この均衡において銀行 2 は,  $a_0$  のときの純利益  $b_0^2 - I^2$  から  $a_1$  のときの効用  $b_1^2 - w_1^2 - I^2 = b_1^2 - I^2$  を控除した差額をすべて企業への利子補給額  $w_0^2$  に充てており, その結果, 投資  $a_0$  は銀行 2 にとって  $a_1$  と無差別になっている. 言い換えれば, 投資  $a_1$  と比較して  $a_0$  に支払ってもよいと考え

<sup>8</sup> 限界貢献値あるいは限界貢献度に関しては, 岡田 (1996) 第 10 章も参照.

る最大の価値に等しい額が  $a_0$  に対して追加的に支払われている。それでは、この均衡において銀行 1 の利子スケジュールはどのようになっているのであろうか。銀行 1 に対しては利子補給額の非負制約が有効となっているため、銀行 1 は  $a_0$  に対して過大な支払いをしており、その結果、(6) により、 $b_0^1 - w_0^1 - I^1 < b_1^1 - w_1^1 - I^1$  が成立している。このとき銀行 1 は、自らの効用を犠牲にすることで利子補給額  $w_0^1$  がマイナスになることを食い止めているのである。

さらに、この均衡における各銀行の効用は、

$$v_1^1(0, b_0^2 - b_1^2) = b_1^1 - (b_0^2 - b_1^2) - I^1 = (b_1^1 + b_1^2 - I) - (b_0^2 - I^2) \quad (12)$$

$$v_1^2(b_0^2 - b_1^2, 0) = b_1^2 - I^2 = (b_1^1 + b_1^2 - I) - (b_1^1 - I^1) \quad (13)$$

と表すことができる。したがって、この均衡における各銀行の効用値もまたその銀行の限界貢献値に等しくなっていることがわかる。

一般に、誠実な均衡においては、均衡投資行動は効率的であり、また、各銀行の効用値はその銀行の限界貢献値以下となることが明らかとなっている<sup>9</sup>。誠実な均衡における企業の均衡投資行動が効率的であるのは、企業の投資行動がもたらす相対的な価値に等しい額を、各銀行が企業に支払うという誠実な利子スケジュールの特徴から理解できる。

## 6 結 び

本稿では、Bernheim and Whinston (1986) および伊藤 (2003) 第 8 章の分析に依拠しながら、二つの銀行が共通の借手である企業と貸付契約を締結する場合の最適契約設計の問題を分析した。内在的な共通エージェントの状況を想定し、その状況下における 2 行の貸付契約を巡る競争を理論的に考察した。二つの銀行と企業の間ですべての情報が共有知識となっているという意味で対称情報のケースに分析を限定し、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致する場合と一致しない場合の各々について均衡の性質を調べ、以下の結果を得た。

第 1 に、均衡は両方の場合に共通して、(i) 複数均衡が存在する、(ii) 企業がレントを獲得する可能性がある、(iii) 企業の均衡投資行動は効率的である、という性質を持つことが、本稿のモデルにおいても確認できた。

第 2 に、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致する場合には、次の結果を得た。2 行は非協力的に契約を提示するが、結果的には、両者がともに選好する投資を企業に選ばせることに成功する。ここで注目すべきことは、この結果が得られたのは銀行が協力しているからではなく、互いに非協力的に利子スケジュールを設計した結果であるという点である。

第 3 に、企業の投資行動に対する銀行の選好が一致しない場合には、次の結果が得られた。この場合の均衡においても、企業の投資行動に対する選好の異なる 2 行が非協力的に利子スケ

<sup>9</sup> 伊藤 (2003) 第 8 章の命題 8.1, および Bergemann and Välimäki (2003) を参照。

ジュールを設計し、企業に提示する。その際、効率的な投資を選好する銀行1は、非効率的な投資を選好する銀行2に対抗するために貸付利子を減らし、その結果、企業は均衡においてレントを獲得することになる。他方、銀行2は、非効率的な投資を企業に選択させようとして貸付利子を減らす結果、本来選好する非効率的な投資よりもむしろ効率的な投資が選ばれることの方が望ましくなる。これは、銀行が1行のケースでは得られない結果である。

最後に、本稿のモデルには多くの均衡が存在することが示されたが、そのなかでも特に「誠実な均衡」に焦点を合せた分析をおこない、次の結果を得た。誠実な均衡においては、均衡投資行動は効率的であり、また、各銀行の効用値はその銀行の限界貢献値に等しくなっている。これは Bergemann and Välimäki (2003) の分析結果と整合的である。

## 参考文献

- [1] Bergemann, D. and Välimäki, J. (2003) , “Dynamic Common Agency,” *Journal of Economic Theory*. 111: 23 – 48.
- [2] Bernheim, B. D. and Whinston, M. D. (1986) , “Menu Auctions, Resource Allocation, and Economic Influence,” *Quarterly Journal of Economics*. 101: 1 – 31.
- [3] Bolton, P. and Dewatripont, M. (2005) , *Contract Theory*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- [4] Parlour, C. A. and Rajan, U. (2001) , “Competition in Loan Contracts,” *American Economic Review*. 91: 1311 – 1328.
- [5] 伊藤秀史 (2003), 『契約の経済理論』有斐閣.
- [6] 岡田章 (1996), 『ゲーム理論』有斐閣.