最適貸付契約のダイナミック・モデル

宇　恵　勝　也

概要

本稿では，Laffont and Tirole（1993）第9章および伊藤（2003）第7章の分析に依拠しながら，貸付契約のダイナミックな側面を考察した．具体的には，宇恵（2007a）の1期間モデルを，銀行（プリンシパル）と企業（エージェント）の関係が2期間続く状況へと拡張した．そして，2期間をカバーする長期貸付契約を最初に設計し，締結する場合と，毎期新たな短期貸付契約を更改する場合とを比較し，検討した．本稿の分析を通して得られた主要な結果の一つは，ラチェット効果により，最適な長期契約を短期契約の繰り返しによって再現することはできないということである．すなわち，もしも銀行が1期間モデルでの最適契約を毎期繰り返すこと（最適な長期契約の履行）ができるのであれば，第1期に企業のタイプは完全にセパレートされる．企業は，しかしながら，短期契約において銀行はそのような契約にコミットできないので，第2期になると借入額と元利合計額が調整されてレントが奪われてしまうであろうと予想する．その結果，企業は第1期に自分のタイプを偽って非効率的であると報告しようとするため，最適な長期契約を短期契約の繰り返しによって再現することはできないのである．

キーワード：貸付，アドバース・セレクション，ダイナミック・モデル，ラチェット効果，最適契約設計

1　はじめに

本稿では，Laffont and Tirole（1993）第9章および伊藤（2003）第7章の分析に依拠しながら，貸付契約のダイナミックな側面を考察する[1]．銀行と企業の間における取引は通常，単発の取引というよりはむしろ反復される取引としての性格を有しており，両当事者は繰り返し相互に影響を及ぼし合う．資金貸借の場においては，貸付とそれに関連する情報生産活動とが貸手と借手の間で繰り返される相互作用を生み出す．理想的には，そうした関係には広範な長期契約が適用される．すなわち，もし両当事者が完全な長期契約を結ぶことができるのであれば（つまり，長期契約へのコミットメントが可能であるならば），一度限りの関係において契約が取り交わされたときに彼らがとるであろう行動を，彼らは契約上つねに繰り返すことができるのであり，しかも一般的に，彼らはそれによって利益を得ることができる．

[1] アドバース・セレクションを伴うダイナミック・モデルに関しては，Bolton and Dewatripont（2005）第9章も参照．

しかしながら実際には，資金の貸借関係はしばしば一連の短期契約によって管理されてきた．その理由としては次の二つを挙げることができる．一つは，多くの国が長短金融分離規制を実施していたことである[2]．この規制のもとでは，通常の銀行は一定期間（例えば1年）を超える金融取引が原則禁止されるのであり，その期間を超える金融取引に携わることが許されるのは長期金融に特化するために設立された特定の銀行に限られる．もう一つの理由は，将来の生産・技術を現時点において契約に完全に書くことができないということと，環境やデザインの変化は現時点の長期契約を無意味なものにしてしまう可能性があるということである．このノンコミットメントに対する動機付けは「不完備契約上」の動機付けと呼ばれる[3]．

一般に，第1期の結果に応じて第2期の契約を「歯止め」のように再設定する効果は，ラチェット効果（ratchet effect）と呼ばれる．コミットメントの欠如は，企業に対するラチェット効果を引き起す可能性がある．すなわち，もし企業が今期，収益性の高いプロジェクトに投資するならば，銀行は高収益の投資は達成困難なものではないと察し，次期には要求の厳しい貸付契約を提示する可能性があろう．すなわち，企業は効率的であることによって将来のレントを失う危険にさらされるのである[4]．

本稿では，宇恵（2007a）の1期間モデルを，銀行（プリンシパル）と企業（エージェント）の関係が2期間続く状況へと拡張する．そして，2期間をカバーする長期契約を最初に設計，締結する場合と，毎期新たな短期契約を更改する場合とを比較，検討することを通じて，資金の貸借関係におけるラチェット効果を分析する．

本稿の構成は，以下の通りである．まず第2節では，長期貸付契約を考察する．次いで第3節では，短期貸付契約を分析し，ラチェット効果について検討する．最後に第4節では，本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する．

2　長期貸付契約

宇恵（2007a）の1期間モデルを2期間（$t=1,2$）へと拡張する．2期間を通して企業のタイプは一定で，確率 p で非効率的なタイプ θ_0，確率 $1-p$ で効率的なタイプ θ_1 であると仮定する．毎期借入れられる資金 l が投資プロジェクトに投入され，各期末ごとに得られる投資収益 $b_i(l)=\theta_i l$ から元利合計額 r の返済がなされる（$i=0,1$）．ここで，企業の投資プロジェク

[2] かつての日本の金融行政は護送船団行政とも呼ばれ，それは業務分野規制，金利規制および内外市場分断規制（為替管理）という3種の規制によって構成されていた．このうちの業務分野規制はさらに，長短金融分離規制，銀行・信託分離規制および銀行・証券分離規制に細分化される．こうした点に関しては例えば，日本銀行金融研究所（1995）第1章を参照．

[3] 不完備契約と銀行貸付に関しては，宇恵（2007b）を参照．

[4] ラチェット効果はしばしば，規制産業，政府調達，計画経済，および民間組織において深刻な問題となることが判っている．ラチェット効果に関しては，Weitzman（1980），Freixas et al.（1985），Gibbons（1987），Roland（2000）を参照．

トはどちらのタイプにおいても収益性があるものとし，$1 < \theta_0 < \theta_1$ を仮定する．銀行の営業費用関数 $C(\cdot)$ は 2 階連続微分可能で，$C(0) = 0$，$0 < l < \bar{l}$ なる任意の l に対して $C'(l) > 0$，$C'(0) = 0$，$C'(\bar{l}) = +\infty$，および任意の $l \geq 0$ に対して $C''(l) > 0$ を仮定する．第 t 期の借入額と元利合計額をそれぞれ l^t，r^t で表す．銀行の 2 期間の利益の割引現在価値の和（以下では，2 期間の総利益と呼ぶ）を

$$r^1 - c(l^1) + \delta(r^2 - c(l^2))$$

と定義し，またタイプ θ_i の企業の効用を

$$U_i = b_i(l^1) - r^1 + \delta(b_i(l^2) - r^2)$$

と定義する．ここで，$\delta \geq 0$ は共通の割引因子であり，他方，$c(l) = l + C(l)$ である．以下では，$c(\cdot)$ を費用関数と呼ぶ．本稿の分析を通じて，銀行および企業の留保効用はともにゼロと仮定し，また銀行にとってすべてのタイプと取引を行うことが望ましいものとする．

2.1　対称情報のケース

ファーストベストの解は，宇惠（2007a）の結果と同じである．すなわち，銀行が企業のタイプを観察できるならば，毎期タイプ θ_i の企業に $\theta_i = c'(l_i^{fb})$ を満たす借入額を指定し，元利合計額 $r_i^{fb} = \theta_i l_i^{fb}$ を徴収することが最適である（$i = 0, 1$）．この解を $\nu^{fb} = \{(l_0^{fb}, r_0^{fb}), (l_1^{fb}, r_1^{fb})\}$ と書くことにする．

2.2　非対称情報のケース

次に，企業のタイプが私的情報で，銀行が 2 期間をカバーする長期貸付契約を提示できる状況を分析する．このモデルにおける長期契約とは，企業のレポートに応じて各期の借入額と元利合計額をどのように決めるかを，第 1 期にすべて指定したものであり，かつ銀行はその契約にコミットできることが前提となる．したがって，意思決定のタイミングは次のように仮定される．

1. 銀行が長期契約を設計し，企業に提示する．企業は契約を受け入れるかどうかを決定する．受け入れない場合にはゲームは終了する．契約を受け入れた場合には次のステージに進む．
2. 企業は契約にしたがってメッセージ空間からレポートを選択し，銀行に提出する．
3. 銀行はメカニズムのルールにしたがって各期の借入額と元利合計額を指示する．
4. 毎期指示された金額を借入れた企業は，その資金を投資プロジェクトへ投入した結果，各期末において投資収益を獲得し元利合計額を銀行へ支払う．

宇惠（2007a）の1期間モデルでは，表明原理により，一般性を失うことなく契約を誘因両立的な直接表明メカニズムに限定することができた．そこで得られた1期間モデルでの最適契約 $\nu^* = \{(l_0^*, r_0^*), (l_1^*, r_1^*)\}$ は，

$$c'(l_0^*) = \theta_0 - \frac{1-p}{p}\Delta\theta \tag{1}$$

$$c'(l_1^*) = \theta_1 \tag{2}$$

$$r_0^* = \theta_0 l_0^* \tag{3}$$

$$r_1^* = \theta_1 l_1^* - \Delta\theta l_0^* \tag{4}$$

によって与えられる．

ここでも同様に表明原理を適用することによって，長期契約は一般性を失うことなく直接表明メカニズム $\ell = \{(l_0^1, r_0^1, l_0^2, r_0^2), (l_1^1, r_1^1, l_1^2, r_1^2)\}$ で表される[5]．ここで l_i^t，r_i^t は各々，タイプ θ_i であると報告した企業に対して第 t 期に銀行が指示する借入額と元利合計額である．表明原理によって誘因両立的なメカニズムに限定できるため，次の誘因両立制約が満たされなければならない．

$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 + \delta(\theta_0 l_0^2 - r_0^2) \geq \theta_0 l_1^1 - r_1^1 + \delta(\theta_0 l_1^2 - r_1^2) \tag{ICL$_0$}$$

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta(\theta_1 l_1^2 - r_1^2) \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta(\theta_1 l_0^2 - r_0^2) \tag{ICL$_1$}$$

同様に参加制約は，

$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 + \delta(\theta_0 l_0^2 - r_0^2) \geq 0 \tag{PCL$_0$}$$

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta(\theta_1 l_1^2 - r_1^2) \geq 0 \tag{PCL$_1$}$$

と書くことができる．かくして，銀行の問題は次の最適化問題として定式化できる．

問題（P1）

$$\max_{\ell}\ p[r_0^1 - c(l_0^1) + \delta(r_0^2 - c(l_0^2))] + (1-p)[r_1^1 - c(l_1^1) + \delta(r_1^2 - c(l_1^2))] \tag{5}$$
$$\text{subject to (ICL}_0\text{), (ICL}_1\text{), (PCL}_0\text{), and (PCL}_1\text{)}$$

以下では，標準的な手順にしたがって，この問題を分析する．

[5] 宇惠（2007a）のような通常の1期間モデルや本節の長期契約のモデルでは表明原理が成立するため，プリンシパルの提示する契約を誘因両立的な直接表明メカニズムに限定しても一般性は失われない．これとは対照的に，プリンシパルが契約にコミットできないケースでは，必ずしも表明原理は成立しないことが知られている．しかしながら，次節の短期契約のモデルは，銀行が契約にコミットできないケースではあるものの表明原理が成立する．この点も含め，ダイナミックなモデルにおいて表明原理が成立する条件に関しては，Bester and Strausz（2001）を参照．

ステップ1：最適契約においては1期目と2期目の借入額が等しくなる（各 $i=0,1$ について $l_i^1=l_i^2$）.

（証明） 仮に最適契約 ℓ において，あるタイプ θ_j について $l_j^1 \neq l_j^2$ が成り立つと仮定してみよう．ここで，契約 ℓ と比較するために，各タイプ θ_i に以下で定義される借入額 $\bar{l}_i$ を毎期指示する契約を考える.

$$\bar{l}_i = \alpha l_i^1 + (1-\alpha) l_i^2$$

ただし，$\alpha = 1/(1+\delta)$ である．企業の効用は線形であるから，この新しい契約は明らかに (ICL_0), (ICL_1), (PCL_0), (PCL_1) を満たす．一方，銀行の費用関数 $c(\cdot)$ の厳密な凸性により,

$$c(l_i^1) + \delta c(l_i^2) \geq (1+\delta) c(\bar{l}_i)$$

となる（ただし，$i=j$ のときには厳密な不等号）．これは元の契約 ℓ が最適であることに矛盾するため，最適契約においては1期目と2期目の借入額が等しくなければならないことがわかる．**（証了）**

ステップ2：最適契約においては1期目と2期目の元利合計額が等しくなる（各 $i=0,1$ について $r_i^1=r_i^2$）.

（証明） 元利合計額は銀行と企業のどちらの効用関数にも線形に入っているので，各 $i=0,1$ について $r_i^1+\delta r_i^2$ の値が同じであれば，それを1期目と2期目の間にどのように割り振っても効用に影響を与えない．**（証了）**

ステップ3：以上より，各タイプの報告に対して，毎期同額の借入額と元利合計額を指定することが最適な長期契約であることがわかる.

さらに，そのような形態の契約に限定するならば，銀行の問題（P1）は，宇惠（2007a）の1期間モデルの問題（p）と同値になる．したがって，1期間モデルの最適契約 ν^* が毎期繰り返されるという形式は最適な長期契約になる．ここで，銀行は長期契約にコミットできるという仮定に注意しよう．2期目には銀行は1期目の報告ないしは選択を通して企業のタイプを知っているわけであるが，その情報を使わずに，2期目もまるで1期目と同じ非対称情報の状況での問題の解を実行しなければならない．もしも第2期のはじめに銀行が一方的に契約を破棄し，その情報を使って新たな契約を提示するとなると，それは銀行が長期契約にコミットできないことを意味し，それ故，契約は短期契約の形態をとることとなる[6]．一般に，第1期の結果に応じて第2期の契約を「歯止め」のように再設定する効果は，ラチェット効果と呼ばれる．次節では短期貸付契約を分析し，ラチェット効果について検討しよう.

[6] したがって，ここでの長期契約は，コミットメントは可能であるが再交渉は不可能である状況を想定している．なお，宇惠（2008）では，コミットメントも再交渉も共に可能な状況を想定し，分析している.

3　短期貸付契約

第 t 期の短期契約はその期の借入額と元利合計額を指定するのみである．したがって，宇惠（2007a）の1期間モデルにおける意思決定のタイミングが毎期繰り返されることになる．銀行は，第1期のはじめに第1期のみをカバーする契約を，第2期のはじめに第2期のみをカバーする契約をそれぞれ提示する．以下では，伊藤（2003）第7章に倣い，すべてのタイプにとって第1期に正直に自分のタイプを報告することが最適となるような契約（メカニズム）を，「第1期にタイプを完全にセパレートする契約」と呼ぶ．また，第 t 期の契約を $\nu^t = \{(l_0^t, r_0^t), (l_1^t, r_1^t)\}$ と表す（$t = 1, 2$）．

3.1　第2期の分析

まず，第2期の分析から始める．この期は最終期であるから，1期間のモデルと本質的には同じである．ただし第1期の結果が，第2期の企業のタイプに関する確率分布に影響を与える．第2期のはじめに銀行が「企業は非効率的なタイプ θ_0 である」と評価する確率を q で表そう．そうすると，宇惠（2007a）の分析より，タイプ θ_0 のレントはゼロであり，またタイプ θ_1 のレントを $u_1(q)$ と書くと，

$$u_1(q) = \begin{cases} \Delta\theta l_0^*(q) & \text{if } q > \dfrac{\Delta\theta}{\theta_1} \\ 0 & \text{if } q \leq \dfrac{\Delta\theta}{\theta_1} \end{cases} \tag{6}$$

となる．ただし，$l_0^*(q)$ は，(1) より，

$$c'(l_0^*(q)) = \theta_0 - \frac{1-q}{q}\Delta\theta \tag{7}$$

で定義される．$q \leq \Delta\theta/\theta_1$ に対して $l_0^*(q) = 0$，$q > \Delta\theta/\theta_1$ に対して $l_0^*(q)$ は q の増加関数であり，$l_0^*(1) = l_0^{fb}$ で最大になる．また，銀行の第2期の期待効用を $\pi(q)$ で表すと，

$$\pi(q) = q[\theta_0 l_0^*(q) - c(l_0^*(q))] + (1-q)[\theta_1 l_1^{fb} - c(l_1^{fb}) - u_1(q)]$$

で与えられる．宇惠（2007a）で指摘したように，$\pi(q)$ は q の減少関数であり，

$$\pi(0) = \theta_1 l_1^{fb} - c(l_1^{fb}), \quad \pi(1) = \theta_0 l_0^{fb} - c(l_0^{fb})$$

となる．

3.2 第 1 期の分析

それでは次に，第 1 期の分析に移ろう．銀行が第 1 期に企業のタイプを完全にセパレートするためには，次の条件が満たされなければならない．

$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 \geq 0 \tag{8}$$
$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 \geq 0 \tag{9}$$
$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 \geq \theta_0 l_1^1 - r_1^1 \tag{10}$$
$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta u_1(1) \tag{11}$$

(8) と (9) は参加制約，(10) と (11) は誘因両立制約である．まず銀行は，第 1 期の終りに企業のタイプがわかってしまえば，第 2 期にはファーストベストを達成していずれのタイプにもレントを残さないため，上記の制約式の左辺は第 1 期の効用のみになっている．次に誘因両立制約を検討しよう．仮にタイプ θ_0 が第 1 期にタイプ θ_1 のふりをすると，第 2 期において銀行は，確率 $q = 0$ で企業のタイプは θ_0 であると，つまり 100 %の確信（belief）を持って企業のタイプは θ_1 であると考える．よって，銀行は企業に借入額，元利合計額をそれぞれ，l_1^{fb}，$\theta_1 l_1^{fb} - \Delta\theta l_0^*(0) = \theta_1 l_1^{fb}$ と指示するので，第 2 期のレントは $\theta_0 l_1^{fb} - \theta_1 l_1^{fb} = -\Delta\theta l_1^{fb} < 0$ となる．すなわち，第 1 期においてタイプ θ_0 がタイプ θ_1 のふりをする場合，第 2 期の契約を受け入れてしまうと効用が負になってしまうため，この場合には第 2 期の契約には参加せず．効用をゼロとすることを選好する[7]．それ故，(10) の右辺に効用の割引現在価値 $-\delta\Delta\theta l_1^{fb}$ が入ることはない．

他方，仮にタイプ θ_1 が第 1 期にタイプ θ_0 のふりをすると，第 2 期において銀行は，確率 $q = 1$ で，つまり 100 %の確信を持って企業のタイプは θ_0 であると考える．よって，銀行は企業に借入額，元利合計額をそれぞれ，$l_0^*(1) = l_0^{fb}$，$\theta_0 l_0^*(1) = \theta_0 l_0^{fb}$ と指示するので，第 2 期のレントは $\theta_1 l_0^{fb} - \theta_0 l_0^{fb} = \Delta\theta l_0^{fb} = \Delta\theta l_0^*(1) = u_1(1) > 0$ となる．したがって，第 1 期においてタイプ θ_1 がタイプ θ_0 のふりをすると，第 2 期に $u_1(1)$ の正のレントを得るため，(11) の右辺にはその割引現在価値 $\delta u_1(1)$ が入る．

以上の分析より，1 期間モデルの分析と比較して異なるのは，(11) の右辺に $\delta u_1(1)$ が付け加わっていることのみである．しかも，$u_1(1) > 0$ であるから，2 期間モデルにおいて短期契約で第 1 期に企業のタイプを知ることは，1 期間モデルよりも難しくなる．なぜなら効率的なタイプ θ_1 は，1 期目に自分のタイプを正直に報告すると 2 期目のレントはゼロとなるが，1 期

[7] これは，企業の「もらえるものはもらっておく戦略」(the take-the-money-and-run strategy) と呼ばれる．この点に関しても，Laffont and Tirole (1993) 第 9 章を参照．

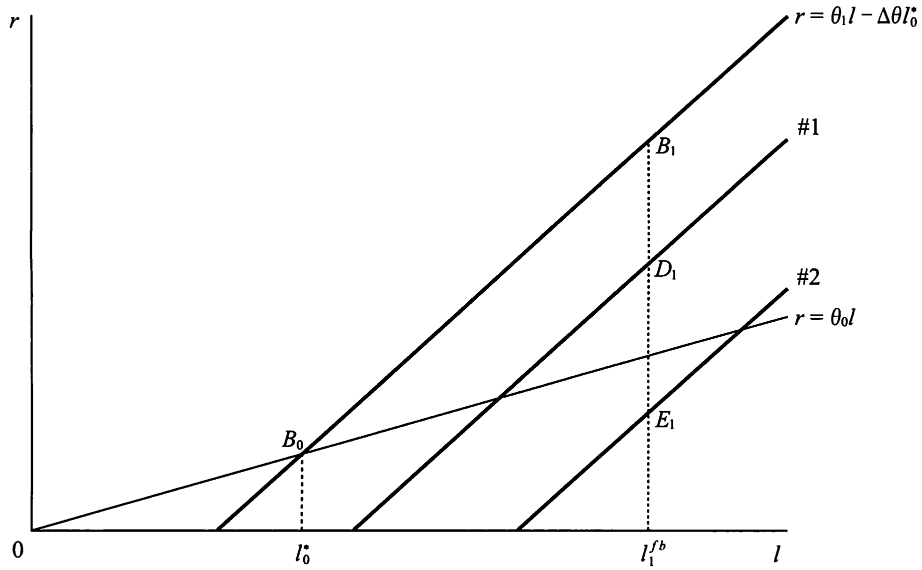

図1 短期契約のインセンティブ問題

目に偽ることによって2期目に正のレントを得ることができるからである[8]．

次に，第1期の選択が第2期の選択から受ける効果を図解してみよう[9]．図1には，横軸に借入額 l，縦軸に元利合計額 r をとった平面の正象限に各タイプの無差別曲線を描いている．l が大きいほど，また r が小さいほど，各タイプの効用水準は高くなることに注意しよう．点 B_0 はタイプ θ_0，点 B_1 はタイプ θ_1 が各々選択する1期間モデルにおける最適な配分を表している．2点 B_0，B_1 を通る直線はタイプ θ_1 の無差別曲線で，この直線上の契約を選ぶとタイプ θ_1 はレント $\Delta\theta l_0^*$ を手に入れる．宇恵（2007a）の分析で明らかなように，タイプ θ_1 にとって点 B_0 と点 B_1 は無差別である．他方，点 B_0 を通る傾きの緩やかな直線はタイプ θ_0 の無差別曲線で，この直線上でのレントはゼロである．点 B_1 はこの直線の上側にあることから，タイプ θ_0 は点 B_0 を点 B_1 よりも厳密に選好している．

さて，短期契約の更改を通して関係が2期間続くときに，1期間モデルの最適契約によってタイプを第1期に完全にセパレートしようとするとどうなるであろうか．その場合には，タイプ θ_1 にとって B_0 と B_1 はもはや無差別ではなくなることに注意しよう．正直に B_1 を選ぶと

8 タイプ θ_1 が第1期に正直な報告をすると，$q = 0$ より，銀行から指示される借入額，元利合計額は各々，l_1^{fb}，$\theta_1 l_1^{fb} - \Delta\theta l_0^*(0) = \theta_1 l_1^{fb}$ となるため，第2期のレントは $\theta_1 l_1^{fb} - \theta_1 l_1^{fb} = 0$ となる．また，タイプ θ_0 が第1期に正直な報告をすると，$q = 1$ より，銀行から指示される借入額，元利合計額は各々，$l_0^*(1) = l_0^{fb}$，$\theta_0 l_0^*(1) = \theta_0 l_0^{fb}$ となるため，第2期のレントは $\theta_0 l_0^{fb} - \theta_0 l_0^{fb} = 0$ となる．

9 以下の図解も，Laffont and Tirole（1993）第9章および伊藤（2003）第7章に基づいている．

第2期にはレントはゼロで，これは誘因両立制約 (11) の左辺に対応する．一方，B_0 を選ぶと第1期のレントは同じで，かつ誘因両立制約 (11) の右辺が示すように，第2期において（割引現在価値で表して）$\delta u_1(1) > 0$ のレントを手に入れることができるため，B_1 よりもレントの割引現在価値の和（以下，総レントと呼ぶ）が大きくなる．

第1期にタイプ θ_1 に l_1^{fb} の借入額を選ばせるためには，例えば第1期のレントを $\delta u_1(1)$ だけ増加させればよい．図1において，無差別曲線 $r = \theta_1 l - \Delta\theta l_0^*$ を $\delta u_1(1)$ だけ下方にシフトさせた直線が ♯1 だとすると，(B_0, B_1) の代りに (B_0, D_1) を提示すれば，タイプ θ_1 にとって D_1 と B_0 は無差別であるから，l_1^{fb} を選ばせることができる．しかもこの場合，D_1 はタイプ θ_0 の無差別曲線の上側に位置するので，タイプ θ_0 には l_0^* を選ばせてタイプを完全にセパレートできる．

しかしながら，$\delta u_1(1)$ が非常に大きい場合には新たな問題が発生する．もしも $r = \theta_1 l - \Delta\theta l_0^*$ を $\delta u_1(1)$ だけ下方にシフトさせた直線が ♯1 ではなく ♯2 ならば，E_1 がタイプ θ_0 の無差別曲線の下側に位置するために，(B_0, E_1) を提示するとタイプ θ_1 のみならず θ_0 も E_1 を選好するからである．したがって，効率的タイプのみならず非効率的タイプの誘因両立制約も無視することはできない．

上記のような問題が生じ得るとしても，制約式 (8)，(9)，(10) および (11) を満たす契約が存在すれば，2期間モデルでも1期目に企業のタイプを完全にセパレートすることができる．しかし，その契約が最適とは限らないことに注意しよう．銀行にとってそのような契約は，タイプ θ_1 に総レント $\Delta\theta(l_0^* + \delta l_0^{fb})$ を与えねばならず，高くつきすぎるかもしれないからである．むしろ銀行は，第1期に企業のタイプを完全に知ることをあきらめる，つまり第1期に各タイプの企業に混合戦略を選ばせることによって，期待効用を増加させることができる可能性がある．例えば，タイプ θ_1 に正の確率で θ_0 であると申告させれば，報告が θ_0 のときに真のタイプが θ_0 である確率は1から減少し，$u_1(q)$ が減少してレントを下げることができる．

以上の考察より，最適な短期契約を求める問題を定式化するためには，第1期にタイプを完全にはセパレートできない可能性も考慮に入れる必要がある．第1期に企業がタイプ θ_i であると報告した場合（あるいは (l_i^1, r_i^1) を選択した場合）に，銀行が第2期のはじめに，企業はタイプ θ_0 であると考える確率を q_i で表すことにしよう．そうすると，宇惠（2007）の分析より，第2期の配分は $\{(l_0^2, r_0^2), (l_1^2, r_1^2)\} = \{(l_0^*(q_i), \theta_0 l_0^*(q_i)), (l_1^{fb}, \theta_1 l_1^{fb} - u_1(q_i))\}$ となる．このとき，第1期の配分は次の参加制約と誘因両立制約を満たさなければならない．

$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 \geq 0 \tag{PCS$_0$}$$

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta u_1(q_1) \geq 0 \tag{PCS$_1$}$$

$$\theta_0 l_0^1 - r_0^1 \geq \theta_0 l_1^1 - r_1^1 \tag{ICS$_0$}$$

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta u_1(q_1) \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta u_1(q_0) \tag{ICS$_1$}$$

(PCS_0) および (PCS_1) は参加制約，(ICS_0) および (ICS_1) は誘因両立制約である．第1期において企業が正直に自らのタイプが θ_0 であると報告した場合（あるいは (l_0^1, r_0^1) を選択した場合）には，第2期のレントは $\theta_0 l_0^*(q_0) - \theta_0 l_0^*(q_0) = 0$ よりゼロであるから，(PCS_0) および (ICS_0) の左辺は第1期の効用のみになっている．これに対して，第1期において企業が正直に自らのタイプが θ_1 であると報告した場合(あるいは (l_1^1, r_1^1) を選択した場合)には，第2期のレントは $\theta_1 l_1^{fb} - (\theta_1 l_1^{fb} - u_1(q_1)) = u_1(q_1) > 0$ となるから，(PCS_1) および (ICS_1) の左辺は第1期の効用と第2期のレントの割引現在価値の和となっている．次に，(ICS_0) および (ICS_1) の右辺に注目しよう．タイプ θ_0 が第1期にタイプ θ_1 のふりをする場合，もしも第2期の契約を受け入れてしまうと第2期のレントは $\theta_0 l_1^{fb} - (\theta_1 l_1^{fb} - u_1(q_1)) = -\Delta\theta[l_1^{fb} - l_0^*(q_1)] < 0$ となり，第2期の効用が負になってしまうため，この場合には契約に参加せず，効用をゼロとすることを選好する[10]．それ故，(ICS_0) の右辺に効用の割引現在価値 $-\delta[\Delta\theta l_1^{fb} - u_1(q_1)]$ が入ることはない．他方，タイプ θ_1 が第1期にタイプ θ_0 のふりをする場合には，第2期には正のレント $\theta_1 l_0^*(q_0) - \theta_0 l_0^*(q_0) = \Delta\theta l_0^*(q_0) = u_1(q_0)$ を手に入れるため，(ICS_1) の右辺にはその割引現在価値 $\delta u_1(q_0)$ が入る．

宇惠（2007a）の分析と同様に，(PCS_0) および (ICS_1) が満たされれば，効率的なタイプ θ_1 の参加制約 (PCS_1) は自動的に満たされ，他方，非効率的なタイプ θ_0 の参加制約 (PCS_0) は，最適解において等号で成立する（証明は共に補論を参照）．したがって，上記の4本の制約式を以下の3本に置き換えても同値である．

$$r_0^1 = \theta_0 l_0^1 \tag{PCS_0'}$$

$$0 \geq \theta_0 l_1^1 - r_1^1 \tag{ICS_0'}$$

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta u_1(q_1) \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta u_1(q_0) \tag{ICS_1}$$

かくして，銀行の問題は，制約式 (ICS_0') および (ICS_1) が等号で成立するかどうかで，3種類のケースに場合分けすることができる[11]．

Case I　タイプ θ_0 の誘因両立制約 (ICS_0') のみが等号で成立する．
Case II　タイプ θ_1 の誘因両立制約 (ICS_1) のみが等号で成立する．
Case III　誘因両立制約 (ICS_0') と (ICS_1) がいずれも等号で成立する．

以下，順を追って上記のケースを分析するが，それに先立って，Case II と Case III に関して次の点に注意しよう．いずれの場合もタイプ θ_1 の誘因両立制約 (ICS_1) は等号で成立するので，

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta u_1(q_1) = \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta u_1(q_0)$$

[10] ここでもやはり銀行は，企業の「もらえるものはもらっておく戦略」に配慮しなければならない．この点に関しては，脚注7も参照．

[11] 容易に確認できるように，最適解において (ICS_0') と (ICS_1) が共に厳密な不等号で成立することはあり得ない．

$$
\begin{aligned}
&= \Delta\theta l_0^1 + \theta_0 l_0^1 - r_0^1 + \delta\Delta\theta l_0^*(q_0) \\
&= \Delta\theta(l_0^1 + \delta l_0^*(q_0)) \qquad (12)
\end{aligned}
$$

となり，この右辺がタイプ θ_1 の 2 期間の総レントになる．

3.2.1 Case I

このケースではタイプ θ_1 の誘因両立制約 (ICS_1) は厳密な不等号で成立するので，タイプ θ_1 は混合戦略を用いずに確率 1 で (l_1^1, r_1^1) を選ぶ．一方，タイプ θ_0 が (l_0^1, r_0^1) を選ぶ確率を α_0 で表すことにする．よって，(l_1^1, r_1^1) は確率 $1-\alpha_0$ で選ばれる．そうすると，ベイズ公式により，

$$q_0 = 1 \qquad (13)$$

$$q_1 = q_1(\alpha_0) = \frac{p(1-\alpha_0)}{p(1-\alpha_0)+(1-p)} \qquad (14)$$

となる．

企業が自らのタイプを θ_0 と報告する確率は $p\alpha_0$，θ_1 と報告する確率は $p(1-\alpha_0)+(1-p)$ であるから，タイプ θ_0 の参加制約 (PCS_0') と等号で成立する誘因両立制約 $r_1^1 = \theta_0 l_1^1$ を用いて r_0^1，r_1^1 を消去し，(13) と (14) を考慮すると，銀行の 2 期間の期待総利益は次のようになる．

$$
\begin{aligned}
&p\alpha_0[\theta_0 l_0^1 - c(l_0^1) + \delta\pi(1)] \\
&\qquad + \{p(1-\alpha_0)+(1-p)\}[\theta_0 l_1^1 - c(l_1^1) + \delta\pi(q_1(\alpha_0))]
\end{aligned}
$$

銀行は，この期待総利益を最大にする第 1 期の借入額 (l_0^1, l_1^1) と確率 α_0 を選択する．借入額について一階条件を求めると，最適な借入額 (l_0^{1*}, l_1^{1*}) は次の条件によって与えられる．

$$c'(l_0^{1*}) = \theta_0 = c'(l_1^{1*})$$

これより，$l_0^{1*} = l_1^{1*} = l_0^{fb}$ を得る．すなわち，いずれのタイプの最適な借入額も，タイプ θ_0 のファーストベストの借入額に等しくなる．

それではこの解が，無視された制約式を満たすかどうかを確認しよう．Case I は，タイプ θ_1 の誘因両立制約 (ICS_1) を無視できるケースである．(PCS_0')，$r_1^1 = \theta_0 l_1^1$，(13)，(14)，(6)，$u_1(1) = \Delta\theta l_0^{fb}$ および $l_0^{1*} = l_1^{1*}$ を用いると，

$$\theta_1 l_1^{1*} - r_1^{1*} + \delta u_1(q_1) - (\theta_1 l_0^{1*} - r_0^{1*} + \delta u_1(q_0)) = \delta\Delta\theta[l_0^*(q_1(\alpha_0)) - l_0^{fb}]$$

となる．ここで，$\delta > 0$ のときには上式の右辺は負となり，制約式 (ICS_1) に矛盾する．また，$\delta = 0$ のときには上式の右辺はゼロとなって制約式 (ICS_1) を満たすものの，それは Case III の特殊ケースに過ぎない（脚注 12 を参照）．以上より，Case I の均衡は最適ではありえないことが証明された．

3.2.2 Case II

このケースではタイプ θ_0 の誘因両立制約 (ICS_0') は厳密な不等号で成立するので，タイプ θ_0 は混合戦略を用いずに確率 1 で (l_0^1, r_0^1) を選ぶ．一方，タイプ θ_1 が (l_1^1, r_1^1) を選ぶ確率を α_1 で表すことにする．よって，(l_0^1, r_0^1) は確率 $1-\alpha_1$ で選ばれる．そうすると，ベイズ公式により，

$$q_0 = q_0(\alpha_1) = \frac{p}{p+(1-p)(1-\alpha_1)} \tag{15}$$

$$q_1 = 0 \tag{16}$$

となる．ここで

$$q_0'(\alpha_1) = \frac{p(1-p)}{\{p+(1-p)(1-\alpha_1)\}^2} > 0$$

である．第 1 期にタイプを完全にセパレートするケースは $\alpha_1 = 1$ に対応し，α_1 を増加させると二つのタイプを識別できる可能性が高まるので銀行の期待効用は明らかにプラスの影響を受ける．ところが一方で，$q_0(\alpha_1)$ は α_1 の増加関数で，かつ $u_1(q_0) = \Delta\theta l_0^*(q_0)$ は q_0 の増加関数であるから，α_1 を上げることによってタイプ θ_1 の誘因両立制約 (ICS_1) が満たされ難くなり，しかも総レント (12) を引き上げるというマイナスの効果もある．これらの効果のトレードオフによって最適な契約が決ってくる．割引因子 δ が大きく第 2 期が重要視されるほどレントの問題が重要になってくるため，最適な α_1 は減少して第 1 期にタイプがセパレートされる可能性は小さくなる．

企業が自らのタイプを θ_0 と報告する確率は $p+(1-p)(1-\alpha_1)$，θ_1 と報告する確率は $(1-p)\alpha_1$ であるから，(12)，(PCS_0')，(15)，(16)，$u_1(0)=0$ および (6) を用いれば，銀行の 2 期間の期待総利益は次のようになる．

$$\begin{aligned}&\{p+(1-p)(1-\alpha_1)\}[\theta_0 l_0^1 - c(l_0^1) + \delta\pi(q_0(\alpha_1))]\\&\quad + (1-p)\alpha_1[\theta_1 l_1^1 - \Delta\theta l_0^1 - \delta u_1(q_0(\alpha_1)) - c(l_1^1) + \delta\pi(0)]\end{aligned}$$

銀行は，この期待総利益を最大にする第 1 期の借入額 (l_0^1, l_1^1) と確率 α_1 を選択する．解を $(l_0^{1*}, l_1^{1*}, \alpha_1^*)$ と書くと，一階条件は，

$$c'(l_0^{1*}) = \theta_0 - \frac{(1-p)\alpha_1^*}{1-(1-p)\alpha_1^*}\Delta\theta \tag{17}$$

$$c'(l_1^{1*}) = \theta_1 \tag{18}$$

$$\theta_1(l_1^{1*} - l_0^{1*}) - (c(l_1^{1*}) - c(l_0^{1*})) = \frac{\delta\alpha_1^*(1-p)(\Delta\theta)^2}{pc''(l_0^*(q_0(\alpha_1^*)))} \tag{19}$$

で与えられる．仮定 $\theta_1 > \theta_0$ および費用関数の性質を考慮すれば，(17) と (18) より $l_1^{1*} > l_0^{1*}$ であり，それ故 (19) の左辺は正であるから，確率は正（$\alpha_1^* > 0$）でなければならない．1 期間

モデルと同様に，タイプ θ_1 の借入額は効率的（$l_1^{1*}=l_1^{fb}$）であり，他方，タイプ θ_0 の借入額は，$\alpha_1^*>0$ により過少（$l_0^{1*}<l_0^{fb}$）になる．l_0^{1*} は α_1^* の減少関数で，$\alpha_1^*=1$ のときには 1 期間モデルの最適借入額 l_0^* に等しくなる（(1) を参照）．したがって，タイプ θ_0 の借入額は過少ではあるものの，1 期間モデルの借入額よりは大きくなる（$l_0^*\leq l_0^{1*}$）．タイプ θ_1 に正の確率 $1-\alpha_1$ で (l_0^1,r_0^1) を選ばせ得るもとで期待総利益を最大にした結果，第 1 期に l_0^1 が借入れられる可能性（確率 $p+(1-p)(1-\alpha_1^*)$）が，完全にセパレートされる 1 期間モデルにおける可能性（確率 p）よりも高くなり，過少にすることのロスが大きくなるからである．

最後に，無視されていた制約式を確認しよう．Case II はタイプ θ_0 の誘因両立制約 (ICS_0') を無視できるケースである．(12)，(15)，(16)，$u_1(0)=0$ を用いると (ICS_0') は，

$$
\begin{aligned}
0 &\geq \theta_0 l_1^{1*}-r_1^{1*}\\
&=\theta_1 l_1^{1*}-r_1^{1*}-\Delta\theta l_1^{1*}\\
&=\Delta\theta[\delta l_0^*(q_0(\alpha_1^*))-(l_1^{1*}-l_0^{1*})] \qquad (20)
\end{aligned}
$$

と書き換えられる．単調性 $l_1^{1*}\geq l_0^{1*}$ は満たされているので，(20) が成り立つためには，δ が十分小さいことが必要である．したがって，割引因子 δ が十分に小さく (20) が成り立つならば，最適な短期契約は Case II となる．

3.2.3 Case III

このケースでは誘因両立制約 (ICS_0') と (ICS_1) がいずれも等号で成立する．したがって，銀行は効率的なタイプ θ_1 の誘因両立制約を満たすのみならず，非効率的なタイプ θ_0 が第 1 期には θ_1 のふりをし，第 2 期には契約に参加せずに負の効用から逃れてしまうことを防がなくてはならなくなる．また，非効率的なタイプ θ_0 の誘因両立制約を無視することのできた Case II に比して相対的に，銀行の 2 期間の期待総利益の水準が高くなることはない．

このケースでは銀行はいずれのタイプにも混合戦略を選ばせることに注意すると，ベイズ公式により，

$$
q_0=q_0(\alpha_0,\alpha_1)=\frac{p\alpha_0}{p\alpha_0+(1-p)(1-\alpha_1)} \qquad (21)
$$

$$
q_1=q_1(\alpha_0,\alpha_1)=\frac{p(1-\alpha_0)}{p(1-\alpha_0)+(1-p)\alpha_1} \qquad (22)
$$

となる．(ICS_0') が等号で成立するので，(12) を用いると，

$$
l_1^1-l_0^1=\delta(l_0^*(q_0)-l_0^*(q_1)) \qquad (23)
$$

という制約式が得られる．δ が十分大きいときには Case II が最適になることはないため，Case III が最適な短期契約となる．このケースの単調性 $l_1^1\geq l_0^1$ は必ずしも満たされるとは限

らない．$l_1^1 \geq l_0^1$ ならば (23) より $l_0^*(q_0) \geq l_0^*(q_1)$ となるが，$l_0^*(q_0)$ が大きくなると，(12) によってタイプ θ_1 の2期間の総レントが増加するからである．

企業が自らのタイプを θ_0 と報告する確率は $p\alpha_0 + (1-p)(1-\alpha_1)$，$\theta_1$ と報告する確率は $p(1-\alpha_0)+(1-p)\alpha_1$ であるから，タイプ θ_0 の参加制約 (PCS_0') と等号で成立する誘因両立制約 $r_1^1 = \theta_0 l_1^1$ を用いて r_0^1，r_1^1 を消去し，(21) と (22) を考慮すると，銀行の2期間の期待総利益は次のようになる．

$$\begin{aligned}&\{p\alpha_0 + (1-p)(1-\alpha_1)\}[\theta_0 l_0^1 - c(l_0^1) + \delta\pi(q_0)]\\&\quad + \{p(1-\alpha_0)+(1-p)\alpha_1\}[\theta_0 l_1^1 - c(l_1^1) + \delta\pi(q_1)]\end{aligned} \tag{24}$$

銀行は，(21)，(22) および (23) の制約条件の下，期待総利益 (24) を最大にする第1期の借入額 (l_0^1, l_1^1) と確率 (α_0, α_1) を選択する[12]．

この問題を一般的に解くことは困難であるため，二つの特殊ケースに限定して分析しよう．一つは第1期にタイプを完全にセパレートする契約であり，もう一つは第1期にタイプを完全にプールする契約である．「第1期にタイプを完全にプールする契約」とは，すべてのタイプにとって第1期に自分のタイプを偽って報告することが最適となるような契約のことである[13]．

完全にセパレートする契約：第1期にタイプを完全にセパレートするケースは $\alpha_0 = \alpha_1 = 1$ に対応し，このとき銀行の期待総利益 (24) は次のようになる．

$$p[\theta_0 l_0^1 - c(l_0^1)] + (1-p)[\theta_0 l_1^1 - c(l_1^1)] + \delta\Pi^{fb}$$

ただし，宇惠（2007a）と同様，

$$\Pi^{fb} = p\pi(1) + (1-p)\pi(0)$$

である．解を (l_0^S, l_1^S) と書くと，最大化の一階条件は，

$$p[\theta_0 - c'(l_0^S)] + (1-p)[\theta_0 - c'(l_1^S)] = 0 \tag{25}$$

$$l_1^S = l_0^S + \delta l_0^{fb} \tag{26}$$

で与えられる．(26) より $l_1^S > l_0^S$ であり，かつ (25) と費用関数 $c(\cdot)$ の厳密な凸性により，$\theta_0 - c'(l_0^S) > 0$ かつ $\theta_0 - c'(l_1^S) < 0$ となる．ここで，上の第2.1節で示したように $\theta_0 - c'(l_0^{fb}) = 0$ であるから，次の結果を得る．

$$l_0^S < l_0^{fb} < l_1^S = l_0^S + \delta l_0^{fb}$$

---

12 $\delta = 0$ の場合には，制約式 (23) は $l_0^1 = l_1^1$ となるので，銀行の問題は次のようになる．

$$\max_{l,\alpha_0,\alpha_1} \theta_0 l - c(l)$$

ただし，$l = l_0^1 = l_1^1$ である．借入額に関する一階条件は $\theta_0 = c'(l^*)$ となるから，$l_0^{1*} = l_1^{1*} = l_0^{fb}$，$r_0^{1*} = r_1^{1*} = \theta_0 l_0^{fb}$ を得る．したがって，この場合の最適な短期契約は固定利子契約となる．

13 Laffont and Tirole（1993）第9章を参照．

すなわち，第 1 期にタイプを完全にセパレートする契約では，非効率的なタイプ θ_0 の借入額は自らのファーストベストの水準に比して過小になり，また効率的なタイプ θ_1 の借入額は θ_0 のファーストベストの水準よりは大きくなるものの，自らのファーストベストの水準 l_1^{fb} との大小関係は明らかでない．

完全にプールする契約：第 1 期にタイプを完全にプールするケースは $\alpha_0=\alpha_1=0$ に対応し，このとき銀行の期待総利益 (24) は次のようになる．

$$(1-p)[\theta_0 l_0^1 - c(l_0^1)] + p[\theta_0 l_1^1 - c(l_1^1)] + \delta\Pi^{fb}$$

解を (l_0^P, l_1^P) と書くと，最大化の一階条件は，

$$(1-p)[\theta_0 - c'(l_0^P)] + p[\theta_0 - c'(l_1^P)] = 0 \tag{27}$$

$$l_0^P = l_1^P + \delta l_0^{fb} \tag{28}$$

で与えられる．(25) および (26) と，(27) および (28) を比較すれば明らかなように，二つの最適解 (l_0^S, l_1^S)，(l_0^P, l_1^P) では互いにタイプが入れ替わった関係になっている．したがって，

$$l_0^P = l_1^S, \quad l_1^P = l_0^S, \quad l_1^P < l_0^{fb} < l_0^P = l_1^P + \delta l_0^{fb}$$

となる．すなわち，第 1 期にタイプを完全にプールする契約では，効率的なタイプ θ_1 の借入額は非効率的なタイプ θ_0 のファーストベストの水準よりもさらに過小になり，また非効率的なタイプ θ_0 の借入額は自らのファーストベストの水準に比して過大になるものの，効率的なタイプ θ_1 のファーストベストの水準 l_1^{fb} との大小関係は不明である．

期待総利益の比較：上記の二つのケースの各々に関して銀行の期待総利益を求め，それらを比較してみよう．第 1 期にタイプを完全にセパレートするケースにおける銀行の期待総利益を $\mathcal{W}^S$，第 1 期にタイプを完全にプールするケースにおける銀行の期待総利益を $\mathcal{W}^P$ で表すと，$l_0^P = l_1^S$ および $l_1^P = l_0^S$ を用いて，両者の差は次のように求められる．

$$\begin{aligned}\mathcal{W}^S - \mathcal{W}^P &= p[\theta_0 l_0^S - c(l_0^S)] + (1-p)[\theta_0 l_1^S - c(l_1^S)] + \delta\Pi^{fb} \\ &\quad - \{p[\theta_0 l_1^P - c(l_1^P)] + (1-p)[\theta_0 l_0^P - c(l_0^P)] + \delta\Pi^{fb}\} \\ &= p[\theta_0 l_0^S - c(l_0^S)] + (1-p)[\theta_0 l_1^S - c(l_1^S)] \\ &\quad - \{p[\theta_0 l_0^S - c(l_0^S)] + (1-p)[\theta_0 l_1^S - c(l_1^S)]\} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{29}$$

すなわち，第 1 期にタイプを完全にセパレートするケースにおける銀行の期待総利益 $\mathcal{W}^S$ は，第 1 期にタイプを完全にプールするケースにおける銀行の期待総利益 $\mathcal{W}^P$ と一致する．

4 結　び

本稿では，Laffont and Tirole (1993) 第9章および伊藤 (2003) 第7章の分析に依拠しながら，資金の貸借関係のダイナミックな側面を考察した．具体的には，宇惠 (2007a) の1期間モデルを，銀行（プリンシパル）と企業（エージェント）の関係が2期間続く状況へと拡張した．そして，2期間をカバーする長期貸付契約を最初に設計，締結する場合と，毎期新たな短期貸付契約を更改する場合とを比較し，検討した．本稿の分析を通して得られた主要な結果の一つは，ラチェット効果により，最適な長期契約を短期契約の繰り返しによって再現することはできないということである．すなわち，もしも銀行が1期間モデルでの最適契約を毎期繰り返すこと（最適な長期契約の履行）ができるのであれば，第1期に企業のタイプは完全にセパレートされる．企業は，しかしながら，短期契約において銀行はそのような契約にコミットできないので，第2期になると借入額と元利合計額が調整されてレントが奪われてしまうであろうと予想する．その結果，企業は第1期に自分のタイプを偽って非効率的であると報告しようとするため，最適な長期契約を短期契約の繰り返しによって再現することはできないのである．

短期契約は，二つのタイプの誘因両立制約が等号で成立するかどうかで，3種類のケースに場合分けすることができた．このうち，非効率的なタイプの誘因両立制約のみが等号で成立するCase Iは，最適な短期契約とはなり得ないことが証明された．また，割引因子 δ が十分小さい場合には効率的なタイプの誘因両立制約のみが等号で成立するCase IIが最適な短期契約となるが，逆に δ が十分大きい場合には両方のタイプの誘因両立制約がいずれも等号で成立するCase IIIが最適な短期契約となることも明らかとなった．

補　論

4本の制約式 (PCS_0)，(PCS_1)，(ICS_0) および (ICS_1) に関する命題を2段階で証明する．

ステップ1：制約式 (PCS_0) および (ICS_1) を満たす契約は，効率的なタイプ θ_1 の参加制約 (PCS_1) を満たす（よって制約式 (PCS_1) を無視できる）．

（証明） 制約式 (PCS_0) および (ICS_1) より，

$$\theta_1 l_1^1 - r_1^1 + \delta u_1(q_1) \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 + \delta u_1(q_0) \geq \theta_1 l_0^1 - r_0^1 \geq \theta_0 l_0^1 - r_0^1 \geq 0$$

となる．よって，(PCS_1) が成立する．**（証了）**

ステップ2：非効率的なタイプ θ_0 の参加制約 (PCS_0) は，最適解において等号で成立する．

（証明） ステップ1により (PCS_1) を無視できるため，(PCS_0)，(ICS_0) および (ICS_1) の3本の制約式に注目する．仮に最適解は (PCS_0) を厳密な不等号で満たすと仮定してみよう．そうすると，r_0^1 と r_1^1 を同じ大きさだけ少し大きくすることができる．そのような変化は，残り

の制約式 (ICS_0) および (ICS_1) には影響を与えない．よって，r_0^1 と r_1^1 を同じ大きさだけ大きくしてもすべての制約式は満たされる．これは，元の r_0^1 と r_1^1 が最適であることに矛盾する．したがって，最適解は (PCS_0) を等号で満たさなければならない．（証了）

参考文献

[1] Bester, H. and Strausz, R.（2001）, "Contracting with Imperfect Commitment and the Revelation Principle: The Single Agent Case," *Econometrica.* 69: 1077 – 1098.

[2] Bolton, P. and Dewatripont, M. (2005）, *Contract Theory.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[3] Freixas, X., Guesnerie, R. and Tirole, J.（1985）, "Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect," *Review of Economic Studies.* 52: 173 – 191.

[4] Gibbons, R.（1987）, "Piece-Rate Incentive Schemes," *Journal of Labor Economics.* 5: 413 – 429.

[5] Laffont, J.-J. and Tirole, J.（1993）, *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[6] Roland, G.（2000）, *Transition and Economics: Politics, Markets, and Firms.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[7] Weitzman, M. L. (1980）, "The 'Ratchet Principle' and Performance Incentives," *Bell Journal of Economics.* 11: 302 – 308.

[8] 伊藤秀史（2003)，『契約の経済理論』有斐閣.

[9] 宇惠勝也（2007a)，「借手の私的情報と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 52 巻第 1・2 号合併号，15 – 28 頁.

[10] 宇惠勝也（2007b)，「不完備契約と銀行貸付」『関西大学商学論集』第 52 巻第 3 号，15 – 24 頁.

[11] 宇惠勝也（2008)，「長期貸付契約と再交渉」Working Paper No. 24，関西大学商学会.

[12] 日本銀行金融研究所（1995)，『わが国の金融制度』日本信用調査.