複数の借手と最適貸付契約
— タイプ間の相関を巡って —

宇　惠　勝　也

概要

本稿では，伊藤（2003）第3章の分析に依拠しながら，私的情報を保有する複数の企業に対する最適貸付契約設計について検討した．重要な論点は，借手である企業が複数存在する場合，各企業を他の企業から独立に扱い，銀行がまるで1社としか取引をしないかのように分析することは果して妥当であるのかどうか，という問題である．本稿では，宇惠（2006）の貸付契約のモデルを2社の企業のケースへと拡張した．すなわち，各企業のタイプが2種類の値を取り得るモデルを構成して，タイプ間に相関がある場合の最適契約を導出し，その性質を調べた．その結果，銀行が取引する2社の企業のタイプ間に相関がある場合には，非効率的なタイプの企業のセカンドベストの借入額は他の企業のタイプに依存するため，企業を独立に扱うことは望ましくないことが明らかとなった．

キーワード：貸付，アドバース・セレクション，複数の借手，タイプ間の相関，最適契約設計

1　はじめに

本稿では，私的情報を保有する複数の企業に対する最適貸付契約設計の問題を考察する[1]．借手である企業が複数存在しても，企業間を関係付ける要素がなく，各企業を他の企業から独立に，銀行がまるで1社としか取引をしないかのように分析しても一般性を失わないケースもある．しかしながら，企業のタイプの間に相関がある場合には，最適な契約はそれらの企業を独立に扱う契約とは異なるものとなる可能性がある．本稿では，宇惠（2006）の貸付契約のモデルを2社の企業のケースへと拡張する．すなわち，各企業のタイプが2種類の値を取り得るモデルを構成して，タイプ間に相関がある場合の最適契約を導出し，その性質を吟味する．そして，こうした分析を通して，企業を独立に扱うことが妥当であるかどうかという問題について検討する．

---

[1] 本稿のモデルは複数エージェントのアドバース・セレクションのモデルであるが，これとは対照的に，複数エージェントのモラル・ハザードのモデルとして Demski and Sappington（1984）を挙げることができる．Demski and Sappington（1984）は，本稿と同様，エージェントのタイプ空間が2種類の要素からなりタイプの間に相関がある場合を分析していて，しかも複数均衡の問題を指摘している点で興味深い．

本稿の構成は，以下の通りである．まず第2節で，モデルの基本的な設定を説明する．次いで第3節では，第2節のモデルを分析するのに先立って，仮に企業のタイプが私的情報ではなく銀行にも知られているようなケース，すなわち対称情報のケースを考察する．第4節では，表明原理を用いて，銀行の直面する問題を制約付き最大化問題として定式化して最適解を導出し，その含意を検討する．その際，前節で考察した対称情報のケースでの結果をベンチマークとして用いると共に，宇惠（2006）で得られた結果とも比較検討する．最後に第5節では，本稿の分析を通して得られた主要な結論を要約する．また，補論では，複数均衡と中間時点での参加制約という二つの問題について若干の検討を行う．

2　モデルの基本的設定

宇惠（2006）のモデルを企業が2社のケースへと拡張しよう．企業を $n = 1, 2$ で表し，$l^n \in L = [0, \bar{l}\,]$ を企業 n が銀行から借入れる借入額とする．銀行が貸付を行うに当って負担する費用は各企業の借入額に依存する．企業 n の借入額が l^n のとき，銀行の費用を $C(l^1, l^2)$ で表す．さらに本稿では，タイプ間の相関に焦点を合せるために，銀行の費用関数は加法分離型で表されると仮定する[2]．すなわち，

$$C(l^1, l^2) = C_1(l^1) + C_2(l^2)$$

とする．ここで，$C_n(\cdot)$ は2階連続微分可能で，$C_n(0) = 0$，$0 < l^n < \bar{l}$ なる任意の l^n に対して $C_n'(l^n) > 0$，$C_n'(0) = 0$，$C_n'(\bar{l}) = +\infty$，および任意の $l^n \geq 0$ に対して $C_n''(l^n) > 0$ を仮定する．銀行は契約期間終了時（期末）に企業 n から元利合計額 r^n を受け取るものとすれば，銀行の利子収入は $\sum_n (r^n - l^n)$ である．そこで，銀行の効用は，利子収入から貸付に伴う費用を控除した額

$$V(l, r) = \sum_n (r^n - c_n(l^n)) \tag{1}$$

で与えられるものとする．ここで，$l = (l^1, l^2)$，$r = (r^1, r^2)$，$c_n(l^n) = l^n + C_n(l^n)$ である．

企業 n は，銀行から l^n だけの資金を借入れて自らの投資プロジェクトへ投入した結果として，期末に投資収益 $u(l^n, \theta^n) = \theta^n l^n$ を手に入れる．ここで，$\theta^n \in \{\theta_0, \theta_1\}$ は企業 n の借入額に関する限界収入（かつ平均収入）であり，企業の私的情報である．以下では，θ^n を企業 n のタイプと呼ぶ．さらに，$1 < \theta_0 < \theta_1$ を仮定し，$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0$ と置く．すなわち，企業の投資プロジェクトは常に収益性があり，かつ同じ借入額であっても，その投資収益および限界収益はタイプ θ_1 の方がタイプ θ_0 よりも高く，その意味でタイプ θ_1 は効率的なタイプであるとする．企業 n は期末に元利合計額 r^n を銀行に支払う．そこで，借入額が l^n，元利合計額が r^n

[2] これは借入額の間に技術的外部性がないと仮定することを意味する．

のときのタイプ θ^n の企業 n の効用は，企業の利益

$$U(l^n, r^n, \theta^n) = u(l^n, \theta^n) - r^n = \theta^n l^n - r^n, \quad n = 1, 2 \tag{2}$$

で与えられるとする．

企業 1 のタイプが θ_i，企業 2 のタイプが θ_j である同時確率を p_{ij} と書く（$p_{ij} \geq 0$ かつ $\sum_{ij} p_{ij} = 1$）．本稿の分析を通して，タイプの分布に関して企業は対称的であると仮定する（$p_{01} = p_{10}$）．企業 n が非効率的なタイプ θ_0 である周辺確率は $p = p_{00} + p_{01} = p_{00} + p_{10}$，効率的なタイプ θ_1 である周辺確率は $1 - p = p_{01} + p_{11} = p_{10} + p_{11}$ となる．対称性により，これらの周辺確率は企業 1 と 2 に共通である．いずれのタイプについても生起する確率は正であると仮定する（$0 < p < 1$）．このとき，タイプ間の相関係数 ρ は,

$$\rho = \frac{p_{00}p_{11} - p_{01}p_{10}}{p(1-p)} \tag{3}$$

で与えられる．相関係数は $1 \geq \rho \geq -1$ の範囲の値をとるが，以下では $\rho > 0$，すなわち正の相関を仮定して分析を進める．なお，θ^1 と θ^2 が独立であれば $p_{00} = p^2$，$p_{11} = (1-p)^2$，$p_{01} = p_{10} = p(1-p)$ より $\rho = 0$（無相関）となる．

宇惠（2006）のモデルと同様，銀行は最初に各企業に対して契約を提示する．企業 n への契約は $\mu^n = \{(l^n_{ij}, r^n_{ij})\}_{i,j=0,1}$ という形式であると仮定する．ここで (l^n_{ij}, r^n_{ij}) は，企業 1 がタイプ θ_i，企業 2 がタイプ θ_j であると報告したときに銀行が企業 n に指示する借入額と元利合計額のペアである．銀行の提示する契約を所与として，各企業は四つの戦略 $\sigma_n : \{\theta_0, \theta_1\} \to \{\theta_0, \theta_1\}$ を持つ．すなわち，企業 n は，自分の真のタイプを正直に報告するか，一貫して虚偽の報告をするか，一貫して非効率的であると主張するか，または一貫して効率的であると主張する．これらの戦略のうち，自分の真のタイプを正直に報告する戦略に注目する（$\sigma_1(\theta_i) = \theta_i, \sigma_2(\theta_j) = \theta_j$ for $i, j = 0, 1$）．この戦略ペア $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ は，以下の条件をすべて満たすと仮定する．

$$\sum_j \frac{p_{0j}}{p}(\theta_0 l^1_{0j} - r^1_{0j}) \geq \sum_j \frac{p_{0j}}{p}(\theta_0 l^1_{1j} - r^1_{1j}) \tag{4}$$

$$\sum_j \frac{p_{1j}}{1-p}(\theta_1 l^1_{1j} - r^1_{1j}) \geq \sum_j \frac{p_{1j}}{1-p}(\theta_1 l^1_{0j} - r^1_{0j}) \tag{5}$$

$$\sum_i \frac{p_{i0}}{p}(\theta_0 l^2_{i0} - r^2_{i0}) \geq \sum_i \frac{p_{i0}}{p}(\theta_0 l^2_{i1} - r^2_{i1}) \tag{6}$$

$$\sum_i \frac{p_{i1}}{1-p}(\theta_1 l^2_{i1} - r^2_{i1}) \geq \sum_i \frac{p_{i1}}{1-p}(\theta_1 l^2_{i0} - r^2_{i0}) \tag{7}$$

(4) と (5) は企業 1 が，(6) と (7) は企業 2 が，それぞれ自らのタイプを正直に報告することを選好する条件，すなわち誘因両立制約である．ここで，p_{0j}/p は，企業 1 の真のタイプが θ_0 であるときに企業 2 のタイプが θ_j である条件付き確率であり，また，$p_{1j}/(1-p)$ は，企業 1 の

真のタイプが θ_1 であるときに企業2のタイプが θ_j である条件付き確率である（$j = 0, 1$）．なお，p_{i0}/p および $p_{i1}/(1-p)$ についても同様である（$i = 0, 1$）．

表明原理により，銀行が（企業の期待利得のみに依存する適当な基準に関して）最適なメカニズムを設計しようとする場合，各企業が自分のタイプを正直に報告するベイジアン・ナッシュ均衡が存在するような直接表明メカニズムに設計対象を限定しても，最適性は何ら失われない[3]．以下では，この点に留意しつつ分析を進めることにしよう．

銀行の契約はさらに，参加制約を満たさなければならない．本稿では，次のような企業1の参加制約を課す．

$$\theta_0 l_{00}^1 - r_{00}^1 \geq 0 \tag{8}$$
$$\theta_0 l_{01}^1 - r_{01}^1 \geq 0 \tag{9}$$
$$\theta_1 l_{10}^1 - r_{10}^1 \geq 0 \tag{10}$$
$$\theta_1 l_{11}^1 - r_{11}^1 \geq 0 \tag{11}$$

企業2の参加制約も同様である．すなわち，いずれの企業のタイプも明らかになったという意味で事後（ex post）の参加制約を仮定する[4]．

3 ベンチマーク：対称情報のケース

前節のモデルを分析するのに先立って，企業のタイプが私的情報ではなく銀行にも観察可能であるような仮想のケースを考察する．このケースの解をファーストベスト（first-best）と呼ぶことにしよう．タイプが $(\theta^1, \theta^2) = (\theta_i, \theta_j)$ のとき，元利合計額として企業1には $r_{ij}^1 = \theta_i l_{ij}^1$，企業2には $r_{ij}^2 = \theta_j l_{ij}^2$ を指示すれば参加する．したがって銀行は，

$$r_{ij}^1 - c_1(l_{ij}^1) + r_{ij}^2 - c_2(l_{ij}^2) = \theta_i l_{ij}^1 - c_1(l_{ij}^1) + \theta_j l_{ij}^2 - c_2(l_{ij}^2)$$

を最大にする (l_{ij}^1, l_{ij}^2) を選択する．一階条件は，

$$\theta_i = c_1'(l_i^{1fb}), \quad i = 0, 1$$
$$\theta_j = c_2'(l_j^{2fb}), \quad j = 0, 1$$

で与えられる．このように，ファーストベストにおいては，各企業への契約は他の企業のタイプには依存しないことがわかる．この結果が得られたのは，銀行の費用関数が加法分離型であることによる．

---

[3] 表明原理の証明に関しては，伊藤（2003）第3章第2節および岡田（1996）第5章を参照．

[4] この制約を弱め，自分のタイプは知っているが相手のタイプは知らないという中間時点（interim）での参加制約を仮定した場合の分析については，補論Bを参照．

4 非対称情報のケース

企業のタイプが企業の私的情報であるケースを考察しよう．このケースの解をセカンドベスト（second-best）と呼ぶことにする．まず，費用関数の加法分離性により，銀行の問題を企業1と企業2について別々に考察しても一般性を失わないことに注意しよう．以下，企業1について次の問題（p）を分析する．なお，企業2についても同様に分析することができる[5]．

問題（p）

$$\max_{\{(l^1_{ij},r^1_{ij})\}} \sum_{ij} p_{ij}(r^1_{ij} - c_1(l^1_{ij})) \tag{12}$$

subject to (8), (9), and

$$\sum_j p_{1j}(\theta_1 l^1_{1j} - r^1_{1j}) \geq \sum_j p_{1j}(\theta_1 l^1_{0j} - r^1_{0j}) \tag{13}$$

(13) は (5) を書き換えたものであるから，問題（p）は，企業1のタイプが θ_0 であるときの誘因両立制約 (4) と，タイプが θ_1 であるときの参加制約 (10) および (11) を除いた問題である．この問題の解が，無視された制約式を満たすことを，後に確認することができる．

タイプ θ_0 の参加制約 (8) および (9) に対するラグランジュ乗数をそれぞれ λ_0，λ_1 とし，タイプが θ_1 であるときの誘因両立制約 (13) に対するラグランジュ乗数を γ とすると，解 $\{(l^{1*}_{ij}, r^{1*}_{ij})\}$ に関するキューン・タッカー条件が次のように得られる．

$$p_{00}c_1'(l^{1*}_{00}) + \gamma p_{10}\theta_1 - \lambda_0\theta_0 = 0 \tag{14}$$
$$p_{01}c_1'(l^{1*}_{01}) + \gamma p_{11}\theta_1 - \lambda_1\theta_0 = 0 \tag{15}$$
$$p_{10}c_1'(l^{1*}_{10}) - \gamma p_{10}\theta_1 = 0 \tag{16}$$
$$p_{11}c_1'(l^{1*}_{11}) - \gamma p_{11}\theta_1 = 0 \tag{17}$$
$$p_{00} + \gamma p_{10} - \lambda_0 = 0 \tag{18}$$
$$p_{01} + \gamma p_{11} - \lambda_1 = 0 \tag{19}$$
$$p_{10} - \gamma p_{10} = 0 \tag{20}$$
$$p_{11} - \gamma p_{11} = 0 \tag{21}$$

明らかに，$\gamma = 1$，$\lambda_0 = p > 0$ および $\lambda_1 = 1 - p > 0$ となる．したがって，相補性条件より，制約式 (8)，(9) および (13) はいずれも等号で成立する．これらのラグランジュ乗数の値を代入すると，(14) および (15) より，

$$c_1'(l^{1*}_{00}) = \theta_0 - \frac{p_{10}}{p_{00}}\Delta\theta \tag{22}$$

[5] この節の最後に，企業2に関する分析結果を示す．

$$c_1'(l_{01}^{1*}) = \theta_0 - \frac{p_{11}}{p_{01}}\Delta\theta \tag{23}$$

が得られ，他方，(16) および (17) より，次式が得られる．

$$\theta_1 = c_1'(l_{10}^{1*}) = c_1'(l_{11}^{1*}) \tag{24}$$

セカンドベストの元利合計額 r_{ij}^{1*} は，まず参加制約 (8) および (9) が等号で成立することから，

$$r_{00}^{1*} = \theta_0 l_{00}^{1*} \tag{25}$$

$$r_{01}^{1*} = \theta_0 l_{01}^{1*} \tag{26}$$

となる．これらを等号で成立するもう一つの制約式 (13) に代入して整理すると，

$$\frac{p_{10}}{1-p}(\theta_1 l_{10}^{1*} - r_{10}^{1*}) + \frac{p_{11}}{1-p}(\theta_1 l_{11}^{1*} - r_{11}^{1*}) = \frac{p_{10}}{1-p}\Delta\theta l_{00}^{1*} + \frac{p_{11}}{1-p}\Delta\theta l_{01}^{1*} \tag{27}$$

となる．この式の右辺が，タイプ θ_1 の企業が手に入れる情報レント（の期待値）となる．ここで，次の r_{10}^{1*} および r_{11}^{1*} が，(27) を満たすことに注意しよう．

$$r_{10}^{1*} = \theta_1 l_{10}^{1*} - \Delta\theta l_{00}^{1*} \tag{28}$$

$$r_{11}^{1*} = \theta_1 l_{11}^{1*} - \Delta\theta l_{01}^{1*} \tag{29}$$

以上の解が，無視された残りの制約式 (4)，(10) および (11) を満たすことは容易に確認できる．ただし，(27)，(4)，(10) および (11) を満たすような $(r_{10}^{1*}, r_{11}^{1*})$ は一意に決るわけではなく，(28) および (29) 以外にも見つけることができる．

以上の分析より，銀行が指示するセカンドベストの借入額について次のことがわかる．まず，企業の投資プロジェクトの収益性が高い場合には，他の企業の収益性にかかわらずファーストベストと同じ借入額を要求する（$l_{10}^{1*} = l_{11}^{1*} = l_1^{1fb}$）．他方，企業の投資プロジェクトの収益性が低い場合には，借入額はファーストベストに比して相対的に過少となる（$l_{0j}^{1*} < l_0^{1fb}$）．この結果は，宇惠（2006）で得られた結果と同様である．そこでは，企業のタイプが θ_0 のときのセカンドベストの借入額 l_0^* は，次式のように与えられている．

$$c'(l_0^*) = \theta_0 - \frac{1-p}{p}\Delta\theta \tag{30}$$

企業が効率的なタイプのときには情報レントを与えなければならないので，その情報レントをできる限り節約するために，銀行は非効率的なタイプ θ_0 に指示する借入額をファーストベストより過少にすることを選好する．企業が2社である本稿のケースも同様に理解できる．それでは，企業が1社のケースと2社のケースの間の本質的な相違は何なのであろうか．次にこの点について検討しよう．

企業が 1 社の場合と 2 社の場合の本質的な相違は (22) と (23) の右辺の第 2 項にある．(22) では $\Delta\theta$ の係数は，企業 2 のタイプが θ_0 のときに企業 1 のタイプが θ_1 である条件付き確率 (p_{10}/p) と，企業 1 のタイプが θ_0 である条件付き確率 (p_{00}/p) の比となっている．このような結果が得られたのは，企業のタイプが相関しているためである．実際，もしも企業のタイプが互いに独立ならば $p_{10}/p_{00}=(1-p)/p$ となり，(22) の右辺は (30) の右辺に一致する．(23) についても同様である．

さらに重要な相違点は，企業のタイプが θ_0 である場合のセカンドベストの借入額は，他の企業のタイプに依存するということである．(3) より，θ^1 と θ^2 が正の相関関係（$\rho>0$）にあるときには $p_{10}/p_{00}<p_{11}/p_{01}$ となることから，(22) および (23) より，$l_{00}^{1*}>l_{01}^{1*}$ が成立する．この結果は次のように理解できる．企業 2 がタイプ θ_0 である場合よりも θ_1 である場合の方が企業 1 がタイプ θ_1 である可能性が高まり，それ故，企業 1 に情報レントを支払わなければならない可能性も高まる．したがって，企業 1 の借入額をファーストベストの水準より過少にすることの限界利益は，$(\theta^1,\theta^2)=(\theta_0,\theta_0)$ のときよりも $(\theta^1,\theta^2)=(\theta_0,\theta_1)$ のときの方が大きくなり，その結果，セカンドベストの借入額は $(\theta^1,\theta^2)=(\theta_0,\theta_1)$ のときの方が少くなる．

かくして，企業 1 のセカンドベストの借入額の大小関係は，次のようにまとめられる．

$$l_{10}^{1*}=l_{11}^{1*}>l_{00}^{1*}>l_{01}^{1*}$$

これより，セカンドベストの借入額は，θ^2 を所与としたときに θ^1 の増加関数になっていることがわかる．つまり，

$$l_{1j}^{1*}>l_{0j}^{1*}, \quad j=0,1$$

が成立している．この単調性は，宇惠（2006）で示した誘因両立的であるための条件の一つに対応している．

ここで，

$$U_{ij}^{1*}=\theta_i l_{ij}^{1*}-r_{ij}^{1*}, \quad i,j=0,1$$

と定義すると，企業 1 の事後利得は，(25)，(26)，(28) および (29) より，

$$\begin{aligned} U_{00}^{1*}&=0\\ U_{01}^{1*}&=0\\ U_{10}^{1*}&=\Delta\theta l_{00}^{1*}\\ U_{11}^{1*}&=\Delta\theta l_{01}^{1*} \end{aligned}$$

となり，次の大小関係が成立する．

$$U_{10}^{1*}>U_{11}^{1*}>U_{00}^{1*}=U_{01}^{1*}=0 \tag{31}$$

他方，企業2に関しても同様に分析できる．以下に結果のみ記しておこう．まず，セカンドベストの借入額 l_{ij}^{2*} に関しては，

$$c_2'(l_{00}^{2*}) = \theta_0 - \frac{p_{01}}{p_{00}}\Delta\theta$$
$$c_2'(l_{10}^{2*}) = \theta_0 - \frac{p_{11}}{p_{10}}\Delta\theta$$
$$\theta_1 = c_2'(l_{01}^{2*}) = c_2'(l_{11}^{2*})$$

となり，企業2のセカンドベストの借入額の大小関係は，次のようにまとめられる．

$$l_{01}^{2*} = l_{11}^{2*} > l_{00}^{2*} > l_{10}^{2*}$$

これより，企業2のセカンドベストの借入額は，θ^1 を所与としたときに θ^2 の増加関数になっていることがわかる．つまり，単調性

$$l_{i1}^{2*} > l_{i0}^{2*}, \quad i = 0, 1$$

が成立している．次に，

$$U_{ij}^{2*} = \theta_j l_{ij}^{2*} - r_{ij}^{2*}, \quad i, j = 0, 1$$

と定義すると，企業2の事後利得は，

$$U_{00}^{2*} = 0$$
$$U_{10}^{2*} = 0$$
$$U_{01}^{2*} = \Delta\theta l_{00}^{2*}$$
$$U_{11}^{2*} = \Delta\theta l_{10}^{2*}$$

となり，次の大小関係が成立する．

$$U_{01}^{2*} > U_{11}^{2*} > U_{00}^{2*} = U_{10}^{2*} = 0 \tag{32}$$

(31) および (32) より，次のことが明らかとなる．すなわち，効率的なタイプ θ_1 である企業の事後利得は，他の企業のタイプが θ_1 よりも θ_0 であるときに高くなる．

5　結　　論

本稿では，伊藤（2003）第3章の分析に依拠しながら，私的情報を保有する複数の企業に対する最適貸付契約設計について検討した．重要な論点は，借手である企業が複数存在する場合，各企業を他の企業から独立に，銀行がまるで1社としか取引をしないかのように分析することの妥当性である．実際，企業のタイプの間に相関がある場合には，最適な契約はそれらの企業を独立に扱う契約とは異なるものとなる．本稿では，宇惠（2006）の貸付契約のモデルを

2社の企業のケースへと拡張することにより，各企業のタイプが2種類の値を取り得るモデルを構成して，タイプ間に相関がある場合の最適契約を導出し，その性質を調べた．その際，仮に企業のタイプが私的情報ではなく銀行にも知られているようなケース，すなわち対称情報のケースにおける最適契約（ファーストベストの解）をベンチマークとして用いると共に，宇惠(2006) で得られた結果とも比較しながら，非対称情報下で導かれた最適契約（セカンドベストの解）を評価した．以下に，本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する．

1. 企業の投資プロジェクトの収益性が高い（すなわち，企業が効率的なタイプである）場合には，他の企業の収益性にかかわらずファーストベストと同じ借入額を要求する．一方，その収益性が低い（すなわち，企業が非効率的なタイプである）場合には，借入額はファーストベストに比して相対的に過少となる．この結果は，企業が1社のケースを分析している宇惠（2006）で得られた結果と同様である．宇惠（2006）では，企業が効率的なタイプのときには情報レントを与えなければならないので，その情報レントをできる限り節約するために，銀行は非効率的なタイプに指示する借入額をファーストベストより過少にすることを選好するという結果が示されている．企業が2社である本稿のケースも同様に理解できる．
2. 企業が1社の場合と2社の場合の本質的な相違は，企業が非効率的なタイプである場合のセカンドベストの借入額が他の企業のタイプに依存する，という点にある．この結果は，例えば，企業1が非効率的なタイプである場合については以下のように理解することができる．企業2が非効率的なタイプである場合よりも効率的なタイプである場合の方が企業1が効率的なタイプである可能性が高まるために，企業1に情報レントを支払わなければならない可能性も高まる．したがって，企業1の借入額をファーストベストの水準より過少にすることの限界利益は，前者の場合よりも後者の場合の方が大きくなり，その結果，セカンドベストの借入額は後者の場合の方が少なくなるのである．企業2が非効率的なタイプである場合についても同様に理解できる．
3. 上記の効果により，効率的なタイプである企業の事後利得は，他の企業のタイプが効率的である場合よりも非効率的である場合の方が高くなる．

補論でも検討しているように，本稿で分析したようなモデルにおいては複数均衡の存在が問題となり，それに対する解決策として二つのアプローチが提唱されている．こうしたアプローチに即して本稿の分析をいっそう発展させることは今後の研究課題である．また，本稿の分析では借入額の間に技術的外部性がないと仮定したが，しかし，現実の融資業務においては当該の外部性が作用する可能性が高い．この点に関する分析もまた今後の課題としたい．

補　論

以下では，伊藤（2003）第3章に依拠しながら，本稿のモデルにかかわる二つの問題 — 複数均衡の問題と中間時点での参加制約の問題 — について若干の検討を行う．

A. 複数均衡の問題

本稿で分析したようなモデル，すなわち，複数の企業（エージェント）に対する貸付契約を銀行（プリンシパル）が設計する場合に問題となるのが，複数均衡の存在である．具体的には，誘因両立的なメカニズムには，すべての企業が正直に自分のタイプを報告する均衡（これを「事実申告均衡」と呼ぼう）以外に他の均衡が存在する可能性がある．

本稿の第4節に示されているセカンドベストのメカニズムの下では，各企業が正直に自分のタイプを報告することが均衡になっている．いま，各企業が一貫してタイプ θ_0 であると報告する戦略，すなわち，

$$\hat{\sigma}_1(\theta_i) = \hat{\sigma}_2(\theta_j) = \theta_0, \quad i, j = 0, 1$$

を考えてみよう．結論から言えば，この戦略プロファイル $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2)$ もまたベイジアン・ナッシュ均衡になっているのである．これを企業1について確認しよう（企業2についてもまったく同様に確認できる）．企業2が上の戦略 $\hat{\sigma}_2$ に従うとき，タイプ θ_1 の企業1が $\hat{\sigma}_1$ を選ぶならば，その期待利得は，

$$\theta_1 l_{00}^{1*} - r_{00}^{1*} = \Delta\theta l_{00}^{1*}$$

となり，他方，正直に報告する戦略を選ぶならば，その期待利得は，

$$\theta_1 l_{10}^{1*} - r_{10}^{1*} = \Delta\theta l_{00}^{1*}$$

となる．明らかに，二つの選択は無差別であるから，この場合，戦略プロファイル $\hat{\sigma}$ もまた均衡の条件を満たすことがわかる．同様に，タイプ θ_0 の企業1が θ_0 であると報告する場合の期待利得は，

$$\theta_0 l_{00}^{1*} - r_{00}^{1*} = 0$$

となり，他方，θ_1 であると報告する場合の期待利得は，

$$\theta_0 l_{10}^{1*} - r_{10}^{1*} = \Delta\theta(l_{00}^{1*} - l_{10}^{1*}) < 0$$

となる．したがって，企業1は前者の選択を選好する（企業2についても同様である）．以上より，誘因両立的なセカンドベストのメカニズムの下では，どちらの企業も常にタイプ θ_0 であると報告する戦略プロファイル $\hat{\sigma}$ もまたベイジアン・ナッシュ均衡であることが明らかとなった．この均衡を「虚偽申告均衡」と呼ぼう．

本稿のモデルではさらに，いずれの企業も虚偽申告均衡を事実申告均衡よりも選好することを示すことができる．これを企業1について確認しよう（企業2についてもまったく同様に確認できる）．まず，企業1がタイプ θ_0 であるときには，いずれの均衡でも期待利得はゼロとなる．すなわち，

$$\text{事実申告均衡：}\quad \frac{p_{00}}{p}(\theta_0 l_{00}^{1*} - r_{00}^{1*}) + \frac{p_{01}}{p}(\theta_0 l_{01}^{1*} - r_{01}^{1*}) = 0$$

$$\text{虚偽申告均衡：}\quad \theta_0 l_{00}^{1*} - r_{00}^{1*} = 0$$

となり，二つの均衡は無差別となる．他方，企業1がタイプ θ_1 であるときには，各均衡における期待利得は，それぞれ次のように求められる．

$$\begin{aligned}\text{事実申告均衡：}\quad & \frac{p_{10}}{1-p}(\theta_1 l_{10}^{1*} - r_{10}^{1*}) + \frac{p_{11}}{1-p}(\theta_1 l_{11}^{1*} - r_{11}^{1*}) = \frac{p_{10}}{1-p}\Delta\theta l_{00}^{1*} + \frac{p_{11}}{1-p}\Delta\theta l_{01}^{1*} \\ & < \Delta\theta l_{00}^{1*} \\ \text{虚偽申告均衡：}\quad & \theta_1 l_{00}^{1*} - r_{00}^{1*} = \Delta\theta l_{00}^{1*}\end{aligned}$$

したがって，企業1がタイプ θ_1 であるときには，虚偽申告均衡を選好する．以上より，誘因両立的なセカンドベストのメカニズムの下では，各企業が自らのタイプを正直に報告する戦略ではなく，どちらの企業も常にタイプ θ_0 であると報告する戦略が選ばれ，それ故，銀行が意図した均衡が成立しないという問題が生じる可能性がある．

このような複数均衡の問題は早くから指摘されており，それが生じる理由と共に，その問題に対する解決策も示されている[6]．まず，複数均衡の問題が生じる理由であるが，それは，銀行（プリンシパル）のメカニズムの設計において課されている条件「各企業（エージェント）が正直に自分のタイプを報告する戦略プロファイルがベイジアン・ナッシュ均衡となる」は，そのような戦略プロファイルが均衡のうちの一つであれば満たされるからである．また，この問題に対する解決策としては，支配戦略によるメカニズム・デザインとメカニズムのメッセージ空間の拡張という二つのアプローチが提唱されている．

B. 中間時点での参加制約の問題

本稿では，事後の参加制約の下で2社の企業のタイプの間に正の相関があるケース（$\rho > 0$）を分析した．この分析より，セカンドベストの借入額はファーストベストの借入額とは異なり，また効率的なタイプの企業にレントを与えなければならないことが明らかとなった．しかしながら，事後の参加制約を緩めて中間時点における参加制約に変更すると分析結果は大きく変ってしまう．中間時点（interim）とは，各企業は自分のタイプは知っているが相手企業のタイプは知らないという時点を指す．中間時点での参加制約に変更すると，「ある仮定の下で，

[6] 伊藤（2003）第3章，Moore（1992）および Palfrey（1992）を参照．

企業にレントを与えることなくファーストベストの借入額を実現することができる」という結果が得られる．すなわち，わずかでもタイプ間に相関があれば，銀行（プリンシパル）は企業（エージェント）の私的情報を何ら追加的なコストなしに引き出すことができるという結果である．以下では，上記の主張を企業1について検討する[7]．

まず，銀行の契約が満たさなければならない参加制約として中間時点での参加制約を課す．この場合，各企業は契約に参加するかどうかを決定する時点で他の企業のタイプを知らないため，参加制約は次のように定義される．

$$\sum_j \frac{p_{0j}}{p}(\theta_0 l^1_{0j} - r^1_{0j}) \geq 0$$
$$\sum_j \frac{p_{1j}}{1-p}(\theta_1 l^1_{1j} - r^1_{1j}) \geq 0$$

ここで，ファーストベストの借入額の下で企業1にレントを残さないためには，中間時点での参加制約が等号で満たされねばならない．すなわち，

$$p_{00}(\theta_0 l^{1fb}_{00} - r^1_{00}) + p_{01}(\theta_0 l^{1fb}_{01} - r^1_{01}) = 0$$
$$p_{10}(\theta_1 l^{1fb}_{10} - r^1_{10}) + p_{11}(\theta_1 l^{1fb}_{11} - r^1_{11}) = 0$$

が成り立たなければならない．これらを書き直すと次のようになる．

$$p_{00}r^1_{00} + p_{01}r^1_{01} = D_1 = \theta_0(p_{00}l^{1fb}_{00} + p_{01}l^{1fb}_{01}) \tag{33}$$
$$p_{10}r^1_{10} + p_{11}r^1_{11} = D_2 = \theta_1(p_{10}l^{1fb}_{10} + p_{11}l^{1fb}_{11}) \tag{34}$$

一方，誘因両立制約は，(4) および (5) より，次のようになる．

$$p_{00}(\theta_0 l^{1fb}_{00} - r^1_{00}) + p_{01}(\theta_0 l^{1fb}_{01} - r^1_{01}) \geq p_{00}(\theta_0 l^{1fb}_{10} - r^1_{10}) + p_{01}(\theta_0 l^{1fb}_{11} - r^1_{11})$$
$$p_{10}(\theta_1 l^{1fb}_{10} - r^1_{10}) + p_{11}(\theta_1 l^{1fb}_{11} - r^1_{11}) \geq p_{10}(\theta_1 l^{1fb}_{00} - r^1_{00}) + p_{11}(\theta_1 l^{1fb}_{01} - r^1_{01})$$

これらを (33) および (34) を用いて書き換えると，

$$p_{00}r^1_{10} + p_{01}r^1_{11} \geq D_3 = \theta_0(p_{00}l^{1fb}_{10} + p_{01}l^{1fb}_{11}) \tag{35}$$
$$p_{10}r^1_{00} + p_{11}r^1_{01} \geq D_4 = \theta_1(p_{10}l^{1fb}_{00} + p_{11}l^{1fb}_{01}) \tag{36}$$

となる．以上より，(33)，(34)，(35) および (36) を満たす元利合計支払いスケジュール $(r^1_{ij})_{i,j=0,1}$ が存在すれば，企業にレントを残すことなくファーストベストの借入額を実現できる．まず，(33) および (36) より，

$$(p_{00}p_{11} - p_{01}p_{10})r^1_{00} \leq p_{11}D_1 - p_{01}D_4 \tag{37}$$

---

[7] タイプが相関する場合，レントをエージェントに与えずにファーストベストの解を達成できるという結果は，一般的に成立することが明らかにされている．この点については，伊藤（2003）第3章，Crémer and McLean（1985, 1988），McAfee and Reny（1992）および Neeman（2004）を参照．

となる．したがって，仮定 $\rho > 0$ より $p_{00}p_{11} - p_{01}p_{10} \neq 0$ となるので，(33) および (36) を満たす (r^1_{00}, r^1_{01}) が存在する．同様に，(34) および (35) より，

$$(p_{00}p_{11} - p_{01}p_{10})r^1_{11} \leq p_{00}D_2 - p_{10}D_3 \tag{38}$$

となるので，仮定 $\rho > 0$ より，(34) および (35) を満たす (r^1_{10}, r^1_{11}) が存在する．かくして，本稿の分析において中間時点での参加制約が課される場合には情報の非対称性のコストが生じないことがわかる．

参考文献

[1] Crémer, J. and McLean, R. P.（1985）, "Optimal Selling Strategies under Uncertainty for a Discriminating Monopolist When Demands are Interdependent," *Econometrica*. 53: 345 – 361.

[2] Crémer, J. and McLean, R. P.（1988）, "Full Extraction of the Surplus in Bayesian and Dominant Strategy Auctions," *Econometrica*. 56: 1247 – 1257.

[3] Demski, J. S. and Sappington, D. (1984）, "Optimal Incentive Contracts with Multiple Agents," *Journal of Economic Theory*. 33: 152 – 171.

[4] McAfee, R. P. and Reny, P. J.（1992）, "Correlated Information and Mechanism Design," *Econometrica*. 60: 395 – 421.

[5] Moore, J.（1992）, "Implementation, Contracts, and Renegotiation in Environments with Complete Information," In J.-J. Laffont (ed.), *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress, Volume I*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. ch. 5, 182 – 282.

[6] Neeman, Z.（2004）, "The Relevance of Private Information in Mechanism Design," *Journal of Economic Theory*. 117: 55 – 77.

[7] Palfrey, T. R.（1992）, "Implementation in Bayesian Equilibrium: the Multiple Equilibrium Problem in Mechanism Design," In J.-J. Laffont (ed.), *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress, Volume I*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. ch. 6, 283 – 323.

[8] 伊藤秀史（2003),『契約の経済理論』有斐閣.

[9] 宇惠勝也（2007),「借手の私的情報と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 52 巻第 1・2 号合併号，15 – 28 頁.

[10] 岡田章（1996),『ゲーム理論』有斐閣.