逆選択，モラル・ハザードおよび最適貸付契約

宇 惠 勝 也

概要

本稿では，Laffont and Tirole (1993) 第1章の分析に依拠しながら，逆選択（アドバース・セレクション）とモラル・ハザードが共存するモデルを構成し，銀行（プリンシパル）が企業（エージェント）と貸付契約を締結する場合の最適契約設計の問題について検討した．モラル・ハザード（企業の収益性向上努力を観察できない）およびアドバース・セレクション（投資プロジェクトの効率性に関する情報上の劣位）の下で，銀行は収益性向上の推進と企業へのレント削減というトレードオフに直面する．企業は，有利な投資機会を持つ（効率的な）企業と有利な投資機会を持たない（非効率的な）企業の2種類のタイプに分類される．銀行が企業と契約を締結するに当って，取引する企業のタイプがどちらであるかは企業のみが知っており，銀行にはわからない．企業のタイプが企業の私的情報となっている．また，投資収益は企業のタイプのみならず，企業の収益性向上努力にも依存する．投資収益を向上させる努力を企業がどれだけするかは銀行にとって観察不可能であり，企業の努力もまた企業の私的情報となっている．ただし，銀行も企業も共に，銀行が取引する企業のタイプが効率的である確率がどれだけであるかは知っているものとする．

本稿の分析を通して得られた主要な結果の一つは，銀行が取引する企業が非効率的なタイプである可能性の上昇は，非効率的なタイプの企業の努力水準と，効率的な企業の受け取るレントとを共に増加させる方向に作用するというものである．このような結果が得られたのは，企業が非効率的である可能性が高まると，銀行が効率的なタイプの企業に与えなければならないレントの期待値が低下するため，銀行は非効率的なタイプの企業のインセンティブを強め，より効率的な努力水準を選択させるようになるからである．

キーワード：貸付，逆選択，モラル・ハザード，最適契約設計

1　はじめに

本稿では，Laffont and Tirole (1993) 第1章の分析に依拠しながら，銀行が，私的情報を持つ企業と貸付契約を締結する際の最適契約設計の問題を分析する．本稿のモデルでも，宇惠 (2007) のモデルと同様，それぞれ異なる投資機会を持つ企業を異なるタイプに分類するが，しかし，後者とは違って逆選択（アドバース・セレクション）とモラル・ハザードが共存するモデルとなっている[1]．

[1] この共存モデルに関しては，伊藤 (2003) 第2章において詳細な解説がなされており，本稿の分析も，それに多くを負っている．なお，インセンティブ契約に関する解説としては，Bolton and Dewatripont (2005), Salanié (2005), Freixas and Rochet (1997) を参照．

このモデルでも，宇惠（2007）のモデルと同様，(i) 契約設計者としての銀行（プリンシパル）は単一の主体である，(ii) 銀行は一つの企業（エージェント）と契約を結ぶ（または複数の企業が存在するが，それらの活動は互いに独立で，個別に契約を結んでも一般性を失わない），(iii) いったん契約が設計されたならばそれが後に変更されることはない（つまり，銀行は契約にコミットできる），という状況を扱う．

本稿の構成は，以下の通りである．まず第2節で，モデルの基本的な設定を説明する．次いで第3節では，第2節のモデルを分析するのに先立って，仮に企業のタイプおよび努力が私的情報ではなく銀行にも知られているようなケース，つまり対称情報のケースを考察する．第4節では，表明原理を用いて，銀行の直面する問題を制約付き最大化問題として定式化して最適解を導出し，その含意を検討する．その際，前節で考察した対称情報のケースでの結果をベンチマークとして用いる．第5節では，最適解に対する比較静学分析を行い，更なる含意を引き出す．最後に第6節では，本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する．

2 モデルの基本的設定

ある地域経済の貸付市場において独占的な立場にある銀行が，企業と貸付契約を結ぼうとしている．簡単化のために，貸付額は固定して1単位と仮定する．銀行が1単位の金額を貸付けるために要する費用は一定で，$C > 0$ で表すことにする．この C の値は十分に小さいので，どのようなタイプの企業であっても貸付を実施することが望ましいと，当面は仮定することにしよう[2]．銀行は契約期間終了時（期末）に r だけの元利合計額を企業から受け取るものとすれば，銀行の利子収入は $r-1$ である．そこで，銀行の効用は，利子収入から費用を控除した額，

$$V(r) = r - c \tag{1}$$

で与えられるものとする．ここで，$c = 1 + C$ は $c > 1$ を満たす正の定数である．

次に，企業の保有する私的情報を次のように定式化する．企業は2種類のタイプのいずれかである．可能な企業のタイプの集合（タイプ空間）を Θ で表し，$\Theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$，$0 < \underline{\theta} < \overline{\theta}$ と仮定する．真のタイプが $\underline{\theta}$ と $\overline{\theta}$ のどちらであるかは企業のみが知っているものとする．他方，銀行は，取引する企業のタイプが $\underline{\theta}$ である確率が $p(0 < p < 1)$ であることを知っており，加えて，確率 p は企業自身も知っていると仮定する．

タイプが θ の企業が，銀行から1単位だけの資金を借入れて自らの投資プロジェクトへ投入した結果として期末に獲得する貨幣額（投資収益）を R と書き，$R = \theta + a$ と仮定する．ここで，企業のタイプ θ は投資プロジェクトの効率性を表すパラメータであり，θ の値が高いほど，より効率的な企業であることを示している．一方，$a \geq 0$ は企業による投資の収益性向上

[2] この仮定に関しては，第4節の最後で検討する．

努力を表し，この努力もまた企業にのみ観察可能である．企業が水準 a の努力をすれば，投資収益が a だけ増加すると共に，$d(a)$ の（貨幣単位で計った）不効用がもたらされる．ここで，$d(0)=d'(0)=0$，任意の $a>0$ に対して $d'(a)>0$，任意の $a\geq 0$ に対して $d''(a)>0$，$d'''(a)\geq 0$ を仮定する．

銀行は，インセンティブ体系として元利合計額返済スケジュールを提示する．ここで重要な仮定として，実際の投資収益 R は銀行に観察可能かつ立証可能とする．したがって，企業が期末において支払う元利合計額 r は，実際の投資収益を上回ることのない金額に設定され，回収されることとなる．換言すれば，実際の投資収益から元利合計額を差し引いた差額を w という変数で表すと，銀行は（銀行から企業への）移転額 w を決定するのである．よって，企業が期末において銀行に対して支払う元利合計額は，$r=R-w$ である．そうすると，移転額が w，投資収益が R のときのタイプ θ の企業の効用は，投資収益から努力の不効用と元利合計額を控除して得られる企業の利益，

$$U=R-d(a)-r=w-d(a)=w-d(R-\theta) \tag{2}$$

で与えられる．企業は効用が非負であれば借入れを行うものとする．したがって，企業の留保効用はゼロであり，参加制約は，$w-d(a)\geq 0$ で与えられる[3]．

以上の議論より，(1) で表される銀行の効用は，$r=R-w$，$R=\theta+a$，$w=d(a)+U$ の3式を考慮すれば，次のように書き直される．

$$V=R-w-c=R-d(R-\theta)-U-c=\theta+a-d(a)-U-c \tag{3}$$

ここで，$R-d(a)=\theta+a-d(a)$ は企業の立場から見た投資プロジェクトの純収益を表し，他方，U は留保効用（ゼロ）を上回る企業のレントである．明らかに，銀行は企業にレントを与えることを好まない．

かくして，銀行と企業の間における契約は，実際の投資収益 R と移転額 w という共に観察可能な変数に基づいて書かれることとなる．観察可能な w と R は，各タイプの企業に対する移転額と投資収益の組を以下のように特定化する．すなわち，タイプ $\underline{\theta}$ に対しては $\{w(\underline{\theta}),R(\underline{\theta})\}$ であり，他方，タイプ $\overline{\theta}$ に対しては $\{w(\overline{\theta}),R(\overline{\theta})\}$ である．表記をできるだけ簡単にするために，$\underline{w}=w(\underline{\theta})$，$\underline{R}=R(\underline{\theta})$，$\overline{w}=w(\overline{\theta})$，$\overline{R}=R(\overline{\theta})$ とする．同様に，$\underline{U}=\underline{w}-d(\underline{R}-\underline{\theta})$，$\overline{U}=\overline{w}-d(\overline{R}-\overline{\theta})$，$\underline{a}=\underline{R}-\underline{\theta}$，$\overline{a}=\overline{R}-\overline{\theta}$，$\underline{r}=\underline{R}-\underline{w}$，$\overline{r}=\overline{R}-\overline{w}$ である．

[3] 企業の留保効用，すなわち，効用の外部機会水準が企業のタイプ θ に依存するケースに関しては，Laffont and Tirole (1993) 第6章および伊藤 (2003) 第2章を参照．

3　ベンチマーク：対称情報のケース

前節のモデルを分析するのに先立って，仮に企業のタイプと努力が共に私的情報ではなく銀行にも知られているようなケースを考察する．この対称情報のケースでの結果をベンチマークとして，非対称情報のケースでの結果を後に評価する．

銀行が θ および a を観察できるならば，各 θ の値に対して次の問題を解く．

$$\max_{w,a} \theta + a - d(a) - U - c \quad \text{subject to} \quad U \geq 0$$

よって，ファーストベスト（first-best）の努力 a^{fb} は θ から独立で，$d'(a^{fb}) = 1$ を満たす水準に決る．すなわち，努力の限界不効用が投資の収益性向上による限界収入に等しくなる水準に a^{fb} は決定される．他方，ファーストベストの移転額 w^{fb} は，参加制約 $U = 0$ により $w^{fb} = d(a^{fb})$ で決定され，やはり θ から独立となる．銀行は企業にレントを残す必要はない．かくして，ファーストベストの解は (w^{fb}, a^{fb}) と表すことができて，銀行は，いずれのタイプの企業に対しても努力 a^{fb} を指示し，その努力が選択されたならば，投資収益 $R^{fb} = \theta + a^{fb}$ から移転額 w^{fb} を控除した金額を元利合計額として徴収する．このとき，タイプ θ の企業が指示される元利合計額は $r^{fb} = R^{fb} - w^{fb} = \theta + a^{fb} - d(a^{fb})$ となる．したがって，タイプ $\underline{\theta}$ の企業の元利合計額は $\underline{r}^{fb} = \underline{R}^{fb} - w^{fb} = \underline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb})$，タイプ $\overline{\theta}$ の企業の元利合計額は $\overline{r}^{fb} = \overline{R}^{fb} - w^{fb} = \overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb})$ となるから，仮定 $\underline{\theta} < \overline{\theta}$ より，$\underline{r}^{fb} < \overline{r}^{fb}$ である[4]．

しかし，もし仮に，企業のタイプ θ さえ観察可能であれば，たとえ努力が観察可能でなくとも，次のような固定価格契約（fixed-price contract）によって，ファーストベストの努力と移転額を達成できることが知られている[5]．契約は，観察された θ と投資収益 R に依存して移転額を決める関数 $w(\theta, R)$ であり，$w(\theta, R) = k + (R - R^{fb}(\theta))$ という形式で与えられる．ここで，$k = d(a^{fb})$，$R^{fb}(\theta) = \theta + a^{fb}$ である．この契約は，企業から銀行へ支払われる元利合計額 r が $R - w(\theta, R) = R^{fb}(\theta) - d(a^{fb})$ に固定されているので，固定価格契約と呼ばれる．この場合，(2) より，企業の立場から見た投資プロジェクトの純収益 $R - d(a) = \theta + a - d(a)$ を最大にすることと企業の効用の最大化とは同値であるから，企業にとって $a = a^{fb}$ を選択することが最適となる．その結果，タイプ θ の企業は期末において $R = R^{fb}(\theta)$ の投資収益を獲得し，効用は $w(\theta, R^{fb}(\theta)) - d(a^{fb}) = 0$ となって，企業のレントがゼロとなる．このように，企業の努力を観察することなくファーストベストを達成することができる．

以上の分析の結果，ファーストベストの解における銀行の期待利益は，

$$\Pi^{fb} = p[\underline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - c] + (1-p)[\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - c]$$

---

4 ここまでの議論から明らかなように，このモデルでは，a さえ観察し強制できるのであれば，θ が観察不可能であってもファーストベストを達成できる．

5 固定価格契約に関しては，Laffont and Tirole（1993）56 頁，伊藤（2003）60 頁を参照．

$$= p\underline{\theta} + (1-p)\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - c$$

となる．後に非対称情報のケースと比較するために，次の関数を定義しておく．

$$\Pi(\underline{a}, \overline{a}) = p[\underline{\theta} + \underline{a} - d(\underline{a}) - c] + (1-p)[\overline{\theta} + \overline{a} - d(\overline{a}) - c] \tag{4}$$

$$\Pi(a) = \Pi(a, a^{fb}) = p[\underline{\theta} + a - d(a) - c] + (1-p)[\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - c] \tag{5}$$

$\Pi(\underline{a}, \overline{a})$ は，タイプ $\underline{\theta}$ が努力 $\underline{a}$ を，タイプ $\overline{\theta}$ が努力 $\overline{a}$ を各々選択して投資を実行し，銀行が努力の不効用をちょうどカバーする移転額を支払う場合の銀行の期待利益を表す．他方，$\Pi(a)$ は，タイプ $\underline{\theta}$ が a の努力，タイプ $\overline{\theta}$ がファーストベストの努力を選択して投資を実行するときの銀行の期待利益を表す．対称情報下における最適契約では $a = a^{fb}$ が選択されるので，このときの銀行の期待利益を Π^{fb} とすると，

$$\Pi^{fb} = \Pi(a^{fb}) = \max_{a} \Pi(a)$$

が成立する．

4 非対称情報のケース

非対称情報のケースに戻り，第 2 節のモデルを分析しよう．タイプ θ および努力 a が企業の私的情報となっている場合の分析は，宇惠（2007）のモデルと同様，表明原理（revelation principle）に依存する[6]．

補題 1（表明原理）：銀行による任意の契約 $\tilde{w}(R)$ に対して，その下におけるタイプ θ の企業の最適な努力を $\tilde{a}(\theta)$ とすると，次の特徴を持つ直接表明メカニズム $\{w(\theta), R(\theta)\}$ が存在する．

(a) 各タイプの企業にとって，自分の真のタイプを報告することが最適．

(b) タイプ θ の企業は，期末において獲得する投資収益 $R(\theta) = \theta + \tilde{a}(\theta)$ から移転額 $\tilde{w}(R(\theta))$ を控除した金額を元利合計額として返済する．

（証明） 銀行が任意の契約 $\tilde{w}(R)$ を選択したと仮定する．タイプ θ の企業の最適な努力 $\tilde{a}(\theta)$ は，自らの効用 $\tilde{w}(\theta + a) - d(a)$ を最大にする．この努力の下で投資収益は $R(\theta) = \theta + \tilde{a}(\theta)$ となり，移転額は $w(\theta) = \tilde{w}(R(\theta))$ となる．

ここで銀行は，契約 $\tilde{w}(R)$ のうちから特に，直接表明メカニズム $\{w(\theta'), R(\theta')\}$ を選択して提示し，企業に自らのタイプを報告させるものとしよう．$\tilde{a}(\theta)$ は $\tilde{w}(R)$ の下における最適

[6] 以下の表明原理の証明は，伊藤（2003）60 – 61 頁および 18 – 21 頁に依拠している．また，Laffont and Tirole（1993）120 頁も参照．

な選択であることから，タイプ θ の企業にとって $\theta' = \theta$ が実際に最適な戦略となっている．（証了）

この表明原理の結果，銀行が自由に契約を設計，提示できるのであれば，銀行の期待効用を最大にするメカニズムは，正直に自分のタイプを申告することが企業の最適戦略となっている直接表明メカニズムの中に必ず見つかる．

かくして，表明原理により，銀行が提示する契約は直接表明メカニズム $\nu = \{(\underline{w}, \underline{R}), (\overline{w}, \overline{R})\}$ と書くことができ，銀行の直面する問題は以下のような制約付き最大化問題として定式化することができる．

問題（p）

$$\max_{\nu} \; p(\underline{R} - \underline{w} - c) + (1-p)(\overline{R} - \overline{w} - c) \tag{6}$$

subject to

$$\underline{U} = \underline{w} - d(\underline{R} - \underline{\theta}) \geq 0 \tag{$\underline{\mathrm{PC}}$}$$

$$\overline{U} = \overline{w} - d(\overline{R} - \overline{\theta}) \geq 0 \tag{$\overline{\mathrm{PC}}$}$$

$$\underline{U} = \underline{w} - d(\underline{R} - \underline{\theta}) \geq \overline{w} - d(\overline{R} - \underline{\theta}) \tag{$\underline{\mathrm{IC}}$}$$

$$\overline{U} = \overline{w} - d(\overline{R} - \overline{\theta}) \geq \underline{w} - d(\underline{R} - \overline{\theta}) \tag{$\overline{\mathrm{IC}}$}$$

目的関数 (6) は銀行の期待効用である．制約式 ($\underline{\mathrm{PC}}$) および ($\overline{\mathrm{PC}}$) は，いずれのタイプの企業も銀行の提示する契約を受け入れるための条件，すなわち，参加制約（participation constraints）である[7]．言い換えれば，銀行は企業がどちらのタイプであっても契約を締結し，借入れてもらおうと考えていることになる．このような取決めが，非効率的なタイプ $\underline{\theta}$ には借入れを許さない場合と比べて望ましいかどうかについては，本節の最後で検討する．他方，制約式 ($\underline{\mathrm{IC}}$) および ($\overline{\mathrm{IC}}$) は，いずれのタイプも自分のタイプを偽って申告しても効用が増加しないための条件，すなわち，誘因両立制約（incentive compatibility constraints）である[8]．

問題（p）を解く前に，ベンチマークのファーストベストの解が契約として与えられたときに，私的情報を持つ企業がどのように行動するかを見てみよう．ファーストベストの移転額は企業のタイプにかかわらず同じ水準 w^{fb} である．タイプ $\overline{\theta}$ の企業は果して自分のタイプを正直に報告するであろうか．もし正直に申告したならば，期末において獲得する投資収益として $\overline{R}^{fb}(= \underline{R}^{fb} + \overline{\theta} - \underline{\theta})$ を指示され，その中から移転額 w^{fb} を控除した残りすべてを元利合計額として銀行に納めるように指示される．移転額は努力の不効用をちょうどカバーする水準に等

[7] 個人合理性制約（individual rationality constraints）とも呼ばれる．

[8] 表明原理により，誘因両立制約を満たす直接表明メカニズムの中から銀行の期待効用を最大にするメカニズムを選択しても一般性を失わないため，これらの制約が加わった．

しい（$w^{fb}=d(a^{fb})$）から，タイプ $\overline{\theta}$ の企業の効用はゼロになる．一方，もし偽ってタイプ $\underline{\theta}$ であると申告したならば，期末において獲得する投資収益として $\underline{R}^{fb}(<\overline{R}^{fb})$ を指示され，その中から移転額 w^{fb} を控除した残りすべてを元利合計額として銀行に納めるように指示される．努力は節約され，それ故，努力の不効用は移転額を下回ることから，タイプ $\overline{\theta}$ の企業は正の効用 $w^{fb}-d(\underline{R}^{fb}-\overline{\theta})$ を得ることができる．つまり，ファーストベストの解の下では，タイプ $\overline{\theta}$ の企業の誘因両立制約は満たされない．以上の議論より，問題（p）の解は，ファーストベストの解とは異なることがわかる．換言すれば，本節のモデルでファーストベストを達成することはできないのである．

問題（p）の解を，ベンチマークのファーストベストとの対比でセカンドベスト（second-best）の解と呼ぶこととし，以下では標準的な手順に従って問題（p）を解き，セカンドベストの解を求めよう．

ステップ 1：誘因両立制約を満たす契約は，単調性 $\underline{R}\leq\overline{R}$ を満たす．

（証明） 誘因両立制約 $(\underline{\mathrm{IC}})$ および $(\overline{\mathrm{IC}})$ より，

$$d(\underline{R}-\underline{\theta})-d(\underline{R}-\overline{\theta})\leq d(\overline{R}-\underline{\theta})-d(\overline{R}-\overline{\theta})$$

となる．ここで，$\Gamma(R)=d(R-\underline{\theta})-d(R-\overline{\theta})$ と定義すると，関数 $\Gamma(\cdot)$ は仮定 $d''>0$ により厳密な増加関数で，かつ仮定 $d'''\geq 0$ により凸関数になっている．このとき，上の不等式は $\Gamma(\underline{R})\leq\Gamma(\overline{R})$ と表されるから，$\underline{R}\leq\overline{R}$ が成立することがわかる．**（証了）**

ステップ 2：制約式 $(\underline{\mathrm{PC}})$ および $(\overline{\mathrm{IC}})$ を満たす契約は，タイプ $\overline{\theta}$ の参加制約 $(\overline{\mathrm{PC}})$ を厳密な不等号で満たす．

（証明） $d'>0$ を考慮すれば，制約式 $(\overline{\mathrm{IC}})$ および $(\underline{\mathrm{PC}})$ より，

$$\overline{w}-d(\overline{R}-\overline{\theta})\geq\underline{w}-d(\underline{R}-\overline{\theta})>\underline{w}-d(\underline{R}-\underline{\theta})\geq 0$$

となる．よって，$(\overline{\mathrm{PC}})$ が厳密な不等号で成立する．**（証了）**

ステップ 3：タイプ $\overline{\theta}$ の誘因両立制約 $(\overline{\mathrm{IC}})$ は，最適解において等号で成立する．

（証明） 仮に最適解は $(\overline{\mathrm{IC}})$ を厳密な不等号で満たすと仮定してみよう．ここで，もしも最適解において $(\overline{\mathrm{PC}})$ が等号で成立するならば，

$$0=\overline{U}=\overline{w}-d(\overline{R}-\overline{\theta})>\underline{w}-d(\underline{R}-\overline{\theta})>\underline{w}-d(\underline{R}-\underline{\theta})$$

となり，タイプ $\underline{\theta}$ の参加制約 $(\underline{\mathrm{PC}})$ に反する．したがって，$(\overline{\mathrm{PC}})$ は厳密な不等号で成立しなければならない．そうすると，$(\overline{\mathrm{PC}})$ と $(\overline{\mathrm{IC}})$ を共に満たすように $\overline{w}$ を少し小さくすることができる．そのような変化は，残りの制約式のうち $(\underline{\mathrm{PC}})$ には影響を与えず，また $(\underline{\mathrm{IC}})$ の右辺の値を小さくするため $(\underline{\mathrm{IC}})$ はかえって満たされやすくなる．よって，$\overline{w}$ を小さくしてもすべての制約式は満たされる．これは元の $\overline{w}$ が最適であることに矛盾するため，最適解は $(\overline{\mathrm{IC}})$ を等号で満たさなければならないことがわかる．**（証了）**

ステップ 4：契約が単調性 $\underline{R} \leq \overline{R}$ を満たし，さらに $(\overline{\mathrm{IC}})$ が等号で成立するならば，タイプ $\underline{\theta}$ の誘因両立制約 $(\underline{\mathrm{IC}})$ も満たされる．

（証明） 制約式 $(\overline{\mathrm{IC}})$ が等号で満たされることから，

$$\begin{aligned}(\underline{w} - \overline{w}) + \{d(\overline{R} - \underline{\theta}) - d(\underline{R} - \underline{\theta})\} &= \{d(\underline{R} - \overline{\theta}) - d(\overline{R} - \overline{\theta})\} + \{d(\overline{R} - \underline{\theta}) - d(\underline{R} - \underline{\theta})\} \\ &= \Gamma(\overline{R}) - \Gamma(\underline{R})\end{aligned}$$

となる．単調性 $\underline{R} \leq \overline{R}$ と $\Gamma' > 0$ より，この値は非負となるから，$(\underline{\mathrm{IC}})$ が成立する．**（証了）**

ステップ 5：以上のステップ 1〜4 により，4 本の制約式を以下の 3 本に置き換えても同値だということがわかる．

$$\underline{U} \geq 0 \tag{$\underline{\mathrm{PC}}'$}$$

$$\overline{U} = \underline{w} - d(\underline{R} - \overline{\theta}) \tag{$\overline{\mathrm{IC}}'$}$$

$$\overline{R} \geq \underline{R} \tag{m}$$

制約式が以上の 3 本であるならば，明らかに制約式 $(\underline{\mathrm{PC}}')$ は最適解において等号で成立する．つまり，

$$\underline{U} = 0 \tag{$\underline{\mathrm{PC}}''$}$$

となる．さらに，$\Delta\theta = \overline{\theta} - \underline{\theta} (> 0)$，$\Psi(a) = d(a) - d(a - \Delta\theta)$ と定義すると，誘因両立制約 $(\overline{\mathrm{IC}}')$ は，$(\underline{\mathrm{PC}}'')$ を考慮することで，

$$\overline{U} = \underline{U} + \Psi(\underline{R} - \underline{\theta}) = \Psi(\underline{R} - \underline{\theta}) \tag{$\overline{\mathrm{IC}}''$}$$

と書き直すことができる[9]．ここで，関数 $\Psi(\cdot)$ は仮定 $d'' > 0$ により厳密な増加関数で，かつ仮定 $d''' \geq 0$ により凸関数になっている．

以上より，銀行の問題（p）は，(3) も考慮すれば，$(\underline{w}, \overline{w})$ の代りに $(\underline{U}, \overline{U})$ を選択変数として次のように表すことができる．

問題（p'）

$$\max_{\underline{U}, \underline{R}, \overline{U}, \overline{R}} p[\underline{R} - d(\underline{R} - \underline{\theta}) - \underline{U} - c] + (1-p)[\overline{R} - d(\overline{R} - \overline{\theta}) - \overline{U} - c] \tag{7}$$

$$\text{subject to } (\underline{\mathrm{PC}}''), (\overline{\mathrm{IC}}''), \text{ and (m)}$$

---

9 $(\underline{\mathrm{PC}})$ より $\underline{w} = \underline{U} + d(\underline{R} - \underline{\theta})$ となるから，この式を $(\overline{\mathrm{IC}}')$ に代入して整理すれば，

$$\overline{U} = \underline{U} + d(\underline{R} - \underline{\theta}) - d(\underline{R} - \overline{\theta}) = \underline{U} + d(\underline{R} - \underline{\theta}) - d(\underline{R} - \underline{\theta} - (\overline{\theta} - \underline{\theta}))$$

を得る．

さらに，$(\underline{\mathrm{PC}}'')$ と $(\overline{\mathrm{IC}}'')$ を目的関数 (7) に代入すれば，銀行の問題は最終的に，

問題（p”）

$$\max_{\underline{R},\overline{R}} p[\underline{R} - d(\underline{R}-\underline{\theta}) - c] + (1-p)[\overline{R} - d(\overline{R}-\overline{\theta}) - \Psi(\underline{R}-\underline{\theta}) - c] \tag{8}$$
$$\text{subject to (m)}$$

となる．

ステップ 6：単調性 (m) を無視して問題（p”）を解き，その後で単調性が満たされることを確認する．解を $(\underline{a}^*, \overline{a}^*)$ と書くと，一階条件は，

$$d'(\underline{a}^*) = 1 - \frac{1-p}{p}\Psi'(\underline{a}^*) \tag{9}$$
$$d'(\overline{a}^*) = 1 \tag{10}$$

で与えられる．ここで，$\underline{a}^* = \underline{R}^* - \underline{\theta}$，$\overline{a}^* = \overline{R}^* - \overline{\theta}$ である．(10) より，$\overline{a}^* = a^{fb}$ となる．このとき，移転額 $(\underline{w}^*, \overline{w}^*)$ は，$(\underline{\mathrm{PC}})$，$(\overline{\mathrm{IC}})$，$(\underline{\mathrm{PC}}'')$，$(\overline{\mathrm{IC}}'')$ の諸式も考慮すれば，次のように求められる．

$$\underline{w}^* = d(\underline{a}^*) \tag{11}$$
$$\overline{w}^* = d(\overline{a}^*) + \Psi(\underline{a}^*) \tag{12}$$

ステップ 7：解が単調性 (m) を満たすことを確認する．(9)，(10) および $d' > 0, \Psi' > 0$ より，$d'(\underline{a}^*) < d'(\overline{a}^*)$ となる．したがって，$d(\cdot)$ の厳密な凸性より $\underline{a}^* < \overline{a}^*$ が成立し，これは $\underline{R}^* - \underline{\theta} < \overline{R}^* - \overline{\theta}$ と同値である．ここで，仮定 $\underline{\theta} < \overline{\theta}$ より，$\underline{R}^* < \overline{R}^*$ が成立し，確かに単調性が満たされている．かくして，セカンドベストの解は，$\{(\underline{w}^*, \underline{a}^*), (\overline{w}^*, \overline{a}^*)\}$ である．明らかに，$\underline{w}^* < w^{fb} < \overline{w}^*$ が成り立つ．

ここで，最適解での企業の効用を確認し，また，元利合計額を明らかにしておこう．まず，企業の効用は，$(\underline{\mathrm{PC}}'')$，$(\overline{\mathrm{IC}}'')$ および $\underline{a}^* = \underline{R}^* - \underline{\theta}$ より，

$$\underline{U}(\underline{w}^*, \underline{a}^*) = 0 \tag{13}$$
$$\overline{U}(\overline{w}^*, \overline{a}^*) = \Psi(\underline{a}^*) \tag{14}$$

である．他方，元利合計額は，$\underline{r}^* = \underline{\theta} + \underline{a}^* - \underline{w}^*$，$\overline{r}^* = \overline{\theta} + \overline{a}^* - \overline{w}^*$，(11) および (12) を考慮すれば，

$$\underline{r}^* = \underline{\theta} + \underline{a}^* - d(\underline{a}^*) \tag{15}$$
$$\overline{r}^* = \overline{\theta} + \overline{a}^* - d(\overline{a}^*) - \Psi(\underline{a}^*) \tag{16}$$

となる．ここで，$\underline{a}^* < \overline{a}^* = a^{fb}$ と関数 $d(\cdot)$ の性質を考慮すれば，$\underline{r}^* < \overline{r}^* < r^{fb}$ および $\overline{r}^* = r^{fb} - \Psi(\underline{a}^*)$ である[10]．以上の分析結果をまとめると，次の命題が得られる．

命題 1 最適な貸付契約は (9)，(10)，(11)，(12) で特徴づけられ，以下の性質を持つ．

(a) タイプ $\overline{\theta}$ は効率的な努力 ($\overline{a}^* = a^{fb}$) を選択し，レント $\Psi(\underline{a}^*)$ を得る．
(b) タイプ $\underline{\theta}$ は効率的水準を下回る努力 ($\underline{a}^* < a^{fb}$) を選択し，レントを手に入れることはできない．
(c) タイプ $\overline{\theta}$ の支払う元利合計額は，ファーストベストにおける元利合計額をレント分だけ下回る．
(d) タイプ $\underline{\theta}$ の支払う元利合計額は，タイプ $\overline{\theta}$ の支払う元利合計額を下回る．

上記の結果は次のように理解できる．モラル・ハザード（企業の収益性向上努力を観察できない）およびアドバース・セレクション（投資プロジェクトの効率性に関する情報上の劣位）の下で，銀行は収益性向上の推進と企業へのレント削減というトレードオフに直面している．もしもベンチマークのケースのように銀行が投資の効率性に関して対称情報を持つならば，最適な貸付契約は固定価格契約となり，企業にレントを与える必要はない．しかし，非対称情報の下では，効率的なタイプの企業が非効率的なタイプの企業の振りをすることを防ぐために，前者にレント $\Psi(\underline{a}^*)$ を与えることが必要になる．このレントは非効率的なタイプの企業がする努力 $\underline{a}^*$ の増加関数であるから，このレントを抑制するために，銀行は非効率的なタイプの企業のインセンティブを弱め，効率的水準を下回る努力を選択させるようにする．その結果，効率的なタイプの企業が銀行に支払う元利合計額はファーストベストにおける元利合計額をレント分だけ下回ることとなり，他方，非効率的なタイプの企業が支払う元利合計額は，非効率的な努力による収益性の低下と相俟って，効率的なタイプの企業が支払う元利合計額を下回ることとなる．

これまでに得られた結果をより明らかにするために，図解してみよう[11]．図 1 には，縦軸に移転額，横軸に投資収益をとった平面の正象限に，タイプ $\underline{\theta}$ の無差別曲線（破線）とタイプ $\overline{\theta}$ の無差別曲線（実線）を重ねて描いている．ファーストベスト $\{\underline{a} = \overline{a} = a^{fb}, \underline{w} = \overline{w} = d(a^{fb})\}$

---

[10] $\overline{r}^* > \underline{r}^*$ に関しては，以下のように確認できる．まず，$\Psi(\underline{a}^*) = d(\underline{a}^*) - d(\underline{a}^* - \Delta\theta)$ を考慮すれば，(15) および (16) より，

$$\begin{aligned}\overline{r}^* - \underline{r}^* &= (\overline{\theta} + \overline{a}^* - d(\overline{a}^*) - \Psi(\underline{a}^*)) - (\underline{\theta} + \underline{a}^* - d(\underline{a}^*)) \\ &= (\overline{a}^* - d(\overline{a}^*)) - \{(\underline{a}^* - \Delta\theta) - d(\underline{a}^* - \Delta\theta)\}\end{aligned}$$

となる．ここで，関数 $a - d(a)$ は，関数 $d(\cdot)$ の厳密な凸性により厳密な凹関数であり，しかも，$a = \overline{a}^*(= a^{fb})$ において最大値をとるから，上式の右辺は正であり，$\overline{r}^* > \underline{r}^*$ となる．

[11] この図解も，Laffont and Tirole (1993) 第 1 章の分析を参考にしている．

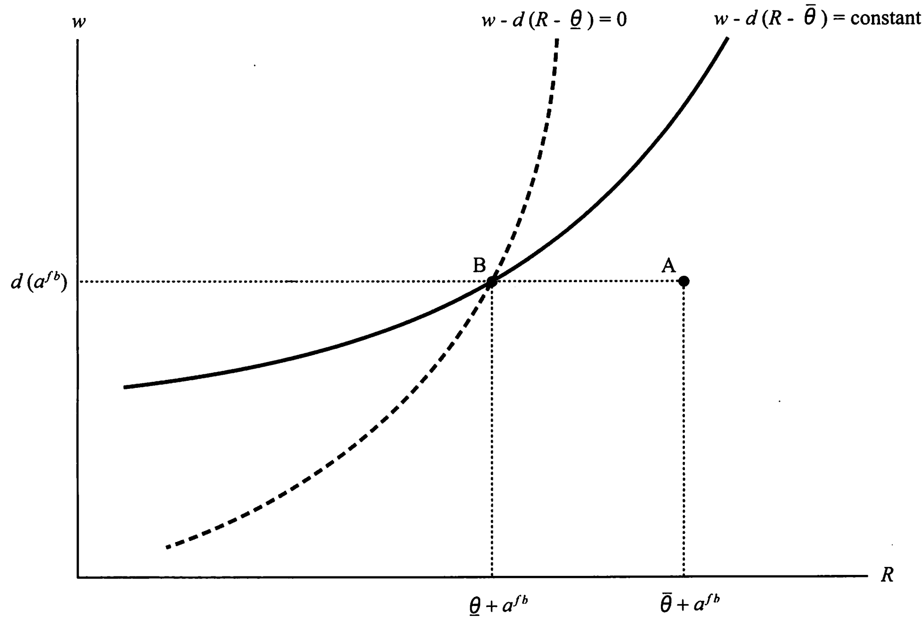

図1　ファーストベストの解 {A, B} は誘因両立性を満たさない

は誘因両立的ではない．なぜならば，両タイプは共に，契約 $\{d(a^{fb}), \overline{\theta} + a^{fb}\}$（図の点 A）よりも契約 $\{d(a^{fb}), \underline{\theta} + a^{fb}\}$（図の点 B）を選好するからである．これに対し，図 2 は最適解を示している．タイプ $\overline{\theta}$ は，契約 $\{\overline{w}^*, \overline{R}^*\}$（図 2 の点 D）と契約 $\{\underline{w}^*, \underline{R}^*\}$（図 2 の点 E）の間で無差別である．これは，タイプ $\overline{\theta}$ の IC 制約が最適解において等号で成立している（binding）ことを示している．他方，タイプ $\underline{\theta}$ は点 D よりも点 E を厳密に選好（その IC 制約は厳密な不等号で成立）しており，タイプ $\underline{\theta}$ は全くレントを得ていない（その PC 制約が等号で成立している）．図 2 は，なぜ非効率的なタイプの努力を減少させることが効率的なタイプのレントを制限するかを明らかにしている．非効率的なタイプから努力 a^{fb} を引き出すことは，このタイプに対して，そのゼロ効用の無差別曲線上の点 E ではなく点 B を与えることに対応するであろう．しかし，このためには効率的なタイプを，より高い効用の無差別曲線へと移動させる（点 D から点 G へと移動させる）必要がある．例えばメニュー {G, B} によればファーストベストの「努力」水準が実行され得るけれども，銀行にとっては努力を歪めてレントを搾り取ることが最適なのである．

図 2 はまた，次のような直観的な $\underline{a}^*$ の導出を示唆している．すなわち，1 単位だけ $\underline{R}$ を減らす，あるいは同じことであるが，1 単位だけ $\underline{a}$ を減らすことには二つの効果があることに着目するのである．この変更によって銀行は，タイプ $\underline{\theta}$ からの利益を $1 - d'(\underline{a})$ だけ失うが，その代りに，タイプ $\overline{\theta}$ に正直に申告させるために必要なレントを $\Psi'(\underline{a})$ だけ減らすことができ

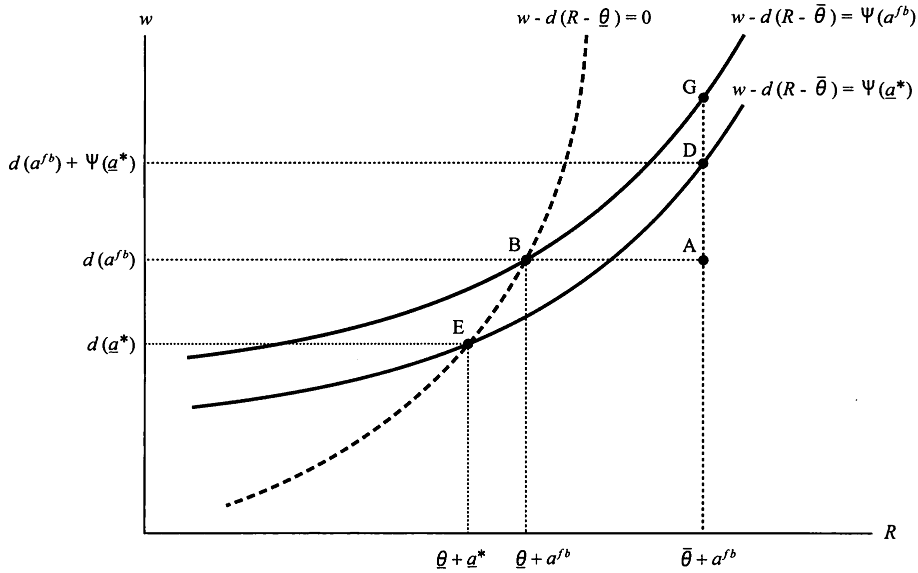

図２　最適解 {D, E} は誘因両立性を満たす

る．ここで，前者の損失が生じる確率は p，後者の便益が生じる確率は $1-p$ であるから，これらの損失と便益の期待値が等しくなるところまで，すなわち，

$$p(1-d'(\underline{a})) = (1-p)\Psi'(\underline{a})$$

が成立する水準まで $\underline{a}$ を下げるのが望ましいことになる．図２の点 E は，タイプ $\underline{\theta}$ のゼロ効用の無差別曲線に沿った小さな変更が期待損失に等しい期待便益をもたらすように選ばれている．上の等式を変形すれば (9) が得られる．

ベンチマークのケースとの関係をさらに考察しよう．非対称情報下でタイプ $\underline{\theta}$ が任意の a を，タイプ $\overline{\theta}$ が a^{fb} を選択すると仮定したときの銀行の期待利益を $\Pi^*(a)$ と書く．そうすると，目的関数 (8) と (5) の２式を考慮すれば，

$$\begin{aligned}\Pi^*(a) &= p[\underline{\theta} + a - d(a) - c] + (1-p)[\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - \Psi(a) - c]\\ &= \Pi(a) - (1-p)\Psi(a)\end{aligned}$$

という関係が成立している．このとき，最適契約下における銀行の期待利益を Π^* で表せば，

$$\begin{aligned}\Pi^* &= \max_a \Pi^*(a) = \Pi^*(\underline{a}^*)\\ &= p[\underline{\theta} + \underline{a}^* - d(\underline{a}^*) - c] + (1-p)[\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - \Psi(\underline{a}^*) - c] \qquad (17)\end{aligned}$$

という関係が成立する．ファーストベストの解における期待利益 $\Pi^{fb} = \Pi(a^{fb})$ と比較すると，二つの点で利益が減少していることがわかる．第１に，タイプ $\underline{\theta}$ の企業の努力が非効率的

（過小）である点，そして第 2 に，タイプ $\overline{\theta}$ の企業にレント $\Psi(\underline{a}^*)$ を与えなければならない点である．

これまでの分析では，c は十分に小さく，銀行がいずれのタイプの企業も契約に参加させると仮定していた．それでは，非効率的なタイプ $\underline{\theta}$ を契約に参加させないケースの最適契約は，上で求めたセカンドベストの契約よりも劣るといえるのであろうか．次に，この問題について検討しよう．

非効率的なタイプ $\underline{\theta}$ を参加させない場合には，銀行の期待効用は $(1-p)(\overline{R}-\overline{w}-c)$ であり，これは目的関数 (6) に $\underline{w}=\underline{R}=0$ を代入し，第 1 項の c を捨象した式と等しい．つまり，このモデルでは，タイプ $\underline{\theta}$ に参加させないケースは，タイプ $\underline{\theta}$ に借入れを許さず，返済も努力も要求せず，タイプ $\underline{\theta}$ 向けの貸付に費用がかからないケースに対応する．そしてこの場合には，効率的なタイプ $\overline{\theta}$ に情報レントを与える必要はなくなる．というのも，$(\overline{w},\overline{R})$ が参加制約 $(\overline{\mathrm{PC}})$，つまり $\overline{U}=\overline{w}-d(\overline{R}-\overline{\theta})\geq 0$ を満たしていれば，誘因両立制約 $(\overline{\mathrm{IC}})$ は自動的に満たされるからである．したがって，タイプ $\overline{\theta}$ に対して参加制約を等号で満たし，ファーストベストの投資収益を指定する契約 $(\overline{w},\overline{R})=(w^{fb},\overline{R}^{fb})$ が最適となる．非効率的なタイプ $\underline{\theta}$ は，タイプ $\overline{\theta}$ であると偽って借入れても，

$$w^{fb}-d(\overline{R}^{fb}-\underline{\theta})=d(\overline{R}^{fb}-\overline{\theta})-d(\overline{R}^{fb}-\underline{\theta})<0$$

より，負の効用しか得られないため，正直に申告する．ここで，効率的な企業のみを契約に参加させる場合における銀行の期待利益を $\overline{\Pi}$ とすれば，

$$\overline{\Pi}=(1-p)[\overline{\theta}+a^{fb}-d(a^{fb})-c]$$

となる．ここで，Π^* を $\overline{\Pi}$ と比較してみると，

$$\Pi^*-\overline{\Pi}=p[\underline{\theta}+\underline{a}^*-d(\underline{a}^*)-c]-(1-p)\Psi(\underline{a}^*)$$

となる．したがって，$\Pi^*>\overline{\Pi}$ となる可能性が高まるのは，(i) 貸付に伴う費用が十分に小さい（c が十分に小），(ii) 銀行が取引する企業が非効率的なタイプである可能性が十分に大きい（p が十分に大），という二つの条件のうちのいずれか，もしくは両方が満たされるときであり，その場合には，すべての企業に貸付を行うことが望ましくなる．

5 比較静学分析

この節では，タイプ $\underline{\theta}$ の確率 p の変化が持つ効果について検討する．まず，p の変化が銀行の期待利益に及ぼす効果について調べよう．(17) の Π^* を p の関数とみなして微分すると，

$$\frac{d\Pi^*}{dp}=\frac{\partial\Pi^*}{\partial p}+\frac{\partial\Pi^*}{\partial\underline{a}^*}\frac{\partial\underline{a}^*}{\partial p} \tag{18}$$

となる．ここで，右辺の第 1 項は，$\Delta\theta = \overline{\theta} - \underline{\theta}$ および $\Psi(\underline{a}^*) = d(\underline{a}^*) - d(\underline{a}^* - \Delta\theta)$ を考慮すれば，

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Pi^*}{\partial p} &= [\underline{\theta} + \underline{a}^* - d(\underline{a}^*) - c] - [\overline{\theta} + a^{fb} - d(a^{fb}) - \Psi(\underline{a}^*) - c] \\
&= -[\{a^{fb} - (\underline{a}^* - \Delta\theta)\} - \{d(a^{fb}) - d(\underline{a}^* - \Delta\theta)\}] \\
&= -\int_{\underline{a}^* - \Delta\theta}^{a^{fb}} (1 - d'(a))da \\
&< 0
\end{aligned}$$

となる．ここで最後の不等号は，$\underline{a}^* - \Delta\theta \leq a < a^{fb}$ なる任意の a に対して $1 - d'(a) > 0$，かつ $1 - d'(a^{fb}) = 0$ による．したがって，企業が非効率的である可能性が高まることの直接的効果を示す右辺第 1 項は，負である．他方，(18) の右辺第 2 項についてはどうであろうか．$\partial\underline{a}^*/\partial p$ は，(9) の両辺を p で偏微分して整理すると，

$$\frac{\partial \underline{a}^*}{\partial p} = \frac{\Psi'(\underline{a}^*)}{p\{pd''(\underline{a}^*) + (1-p)\Psi''(\underline{a}^*)\}} > 0 \tag{19}$$

となって正であるが，$\underline{a}^*$ が問題 (8) の解であるための一階条件より，$\partial\Pi^*/\partial\underline{a}^* = 0$ であるから，結局，右辺第 2 項はゼロである．かくして，p の上昇が持つ純効果は負 ($d\Pi^*/dp = \partial\Pi^*/\partial p < 0$) である．言い換えれば，企業が非効率的である可能性の上昇は，銀行の期待利益を減少させる方向に作用する．

(19) は，p の上昇が $\underline{a}^*$ を増加させることを意味しており，他方，レント $\Psi(\underline{a}^*)$ は $\underline{a}^*$ の増加関数であるから，p が大きいほどタイプ $\overline{\theta}$ のレントは多くなる．換言すれば，企業が非効率的である可能性の上昇は，非効率的なタイプの企業の努力を増加させる方向に作用すると共に，効率的な企業の受け取るレントを増加させる方向に作用する．これは，次のように理解できる．企業が非効率的である可能性が高まると，銀行が効率的なタイプの企業に与えなければならないレントの期待値が低下するため，銀行は非効率的なタイプの企業のインセンティブを強め，より高い努力水準を選択させるようになるのである．

同様にして，(11)，(12)，(15)，(16) の 4 式を考慮すれば，p の上昇は，$\underline{w}^*$，$\overline{w}^*$ および $\underline{r}^*$ を増加させ，$\overline{r}^*$ を低下させる．すなわち，企業が非効率的である可能性の上昇は，両タイプの移転額と非効率的なタイプの元利合計額を増加させる方向に作用すると共に，効率的なタイプの元利合計額を低下させる方向に作用する．

6　結　　論

本稿では，Laffont and Tirole (1993) 第 1 章の分析に依拠しながら，アドバース・セレクションとモラル・ハザードが共存するモデルを構成し，銀行が企業と貸付契約を締結する場合

の最適契約設計の問題について検討した．モラル・ハザード（企業の収益性向上努力を観察できない）およびアドバース・セレクション（投資プロジェクトの効率性に関する情報上の劣位）の下で，銀行は収益性向上の推進と企業へのレント削減というトレードオフに直面する．企業の収益性向上努力と投資プロジェクトの効率性とは共に企業の私的情報であり，投資プロジェクトの効率性の違いにより，企業は 2 種類に分類された．2 種類のタイプの企業とは，有利な投資機会を持つ（効率的な）企業と有利な投資機会を持たない（非効率的な）企業である．また，対称情報の場合の最適契約（ファーストベストの解）をベンチマークとし，非対称情報下で導かれた最適契約（セカンドベストの解）を評価した．以下に，本稿の分析を通して得られた主要な結果を要約する．

1. 効率的なタイプの企業が非効率的なタイプであると偽る誘因は存在するが，逆に，非効率的なタイプの企業が効率的なタイプであると偽る誘因は存在しない．
2. 非効率的なタイプの企業は留保効用に等しい効用を獲得するに過ぎないが，しかし，効率的なタイプの企業は留保効用を上回るレントを獲得する．効率的なタイプの企業がレントを獲得することができるのは，さもなければ銀行は，効率的なタイプの企業に正直に自分のタイプを申告させることができないためである．
3. 効率的なタイプのレントは非効率的なタイプの努力水準の増加関数であることから，非効率的なタイプのセカンドベストの努力は，効率的なタイプのレントを削減するために，ファーストベストの努力水準に比して相対的に小さくなる．一方，効率的なタイプのセカンドベストの努力は，ファーストベストの努力水準に等しい．
4. 非効率的なタイプの支払う元利合計額は効率的なタイプの支払う元利合計額を下回り，効率的なタイプの支払う元利合計額はファーストベストにおける元利合計額をちょうどレント分だけ下回る．
5. 銀行が取引する企業が非効率的なタイプである可能性の上昇は，次のような効果を持つ．
   (a) 非効率的なタイプの企業の努力を増加させる方向に作用すると共に，効率的な企業の受け取るレントを増加させる方向に作用する．なぜならば，企業が非効率的である可能性が高まると，銀行が効率的なタイプの企業に与えなければならないレントの期待値が低下するため，銀行は非効率的なタイプの企業のインセンティブを強め，より高い努力水準を選択させるようになるからである．
   (b) 効率的なタイプの企業が支払う元利合計額を減少させる方向に作用するものの，非効率的なタイプの元利合計額を増加させる方向に作用する．
   (c) 非効率的なタイプに契約への参加を許さない場合の最適契約が，それを許す場合のセカンドベストの契約よりも劣る可能性を高める．

本稿では，実現可能な企業のタイプが2種類のケースについて分析した．タイプ空間が連続区間のケースへと本稿の分析を拡張することは可能であるが，それは稿を改めて検討することとしたい．

参考文献

[1] Bolton, P. and Dewatripont, M.（2005）, *Contract Theory.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[2] Freixas, X. and Rochet, J.-C.（1997）, *Microeconomics of Banking.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[3] Laffont, J.-J. and Tirole, J.（1993）, *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation.* Cambridge, MA: The MIT Press.

[4] Salanié, B.（2005）, *The Economics of Contracts: A Primer*; 2nd ed. Cambridge, MA: The MIT Press.

[5] 伊藤秀史（2003),『契約の経済理論』有斐閣.

[6] 宇惠勝也（2007),「借手の私的情報と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第52巻第1・2号合併号，15 – 28頁.