論　　文

部屋の配分問題：
強コアルールとTTCメカニズム*

長久領壱

概 要

マーケットデザイン（Market Design）における部屋の配分問題を考察する．強コアルールが個人合理性，パレート最適性，耐戦略性を満たす唯一のルールであることは Ma(1994) によって証明された．本稿では強コアが TTC メカニズムによって計算できることに着目し，この定理の別証を与える．

キーワード:強コア; 個人合理性 ; パレート最適性 ; 耐戦略性;TTC メカニズム．

1　序論

ある大学の寮がある．寮のすべての部屋には学生が住んでいる．いまの部屋で十分満足している学生もいれば，もっと良い部屋に移りたいと考えている学生もいる．部屋の再配分を行う場合，どのようなルールに基づいて行えばよいだろうか．これが本稿で扱う問題である[1]．この問題に関しては Ma (1994), Postlewaite and Roth (1977)，Roth (1982)，Shapley and Scarf (1974) らが肯定的な結果を示している．詳しくは本論で後述するが，彼らが示した結果は以下の三つに集約できる．

部屋の再配分は

1. 強コアルールに従って配分すればよい（するしかない）．

2. 強コアは TTC メカニズムと呼ばれる簡単な，しかも現実に実行可能な方法で求めることができる[2];

3. 強コアルールはパレート最適性，個人合理性，および耐戦略性を満たす．そして他の割り当てルールでこの三つをすべて満たすルールは存在しない．

これらの結果は坂井（2013）の第 1 章に纏めた形で紹介されているが，その証明は全て省かれている．本稿では，厳密性を失わずに，これらすべての結果を定式化し証明を与える[3]．その意味で本稿に期待される役割は解説であり，新しい結果を含んでいるわけではない．ただし 3. に関して，つまり強コアルールの公理化定理の証明に関しては，Ma(1994) の証明の別証を与えている．本稿での証明は強コアルー

* 本稿は関西大学経済学部及び同大学大学院経済学研究科の演習で坂井（2013）を輪読した際での，私の講義ノートに基づいて執筆した．講義に参加した学生・院生諸君に謝意を表したい． 本稿が大学・大学院の教材として活用されることを期待したい．

[1] より一般的な言い方をすると，これは非分割財の再配分問題という名で知られている．非分割財とは (i) 非負の整数単位でしか消費できず，(ii) 何人も高々1 単位しか消費できず（あるいは 2 単位以上の消費は望まない），という性質を持つ財である．持ち家や寮の部屋などがその典型的例である．非分割財の配分問題には幾つかの設定が可能であり，本稿はその一つである．

[2] TTC とは top trading cycle の略である．

[3] 私のゼミでは学生が一通り発表を終えた後で，私が改めて講義するという形式をとっている．理論系のゼミは学生同士のテキスト輪読だけでは効果は薄く，授業形式を取り込まないとうまくゆかないというのが長年の経験を通して得た私の指導方針である．本稿も坂井（2013）を輪読した際で講義ノートを基にして作成した．

ルが TTC メカニズムによって履行されることに着目した証明である．一方 Ma(1994) は TTC メカニズムを介在させずに直接証明している．

本稿の構成は以下のとおりである．続く第 2，3 節ではモデルの定式化と記法に関して述べる．本稿で展開される公理的分析手法の解説も行う．第 4，5 節では個人合理性，パレート最適性，強コアを定義し，それらの性質を解説する．6 節では強コアの存在と一意性を議論する．TTC メカニズムを解説し，このメカニズムで強コアを計算することができることを示す．第 7 節では割り当てルールを定義し，ルールが耐戦略性を満たすことの意味を考察する．第 8 節は主要結果であり，強コアルールが個人合理性，パレート最適性，耐戦略性を満たす唯一のルールであることを証明する．第 9 節と 10 節は強コアルール以外の幾つかのルールを作り，個人合理性以下の三つの公理の成立・不成立を確認する．第 11 節は結論である．

2　問題

n 人の学生がいて，寮の部屋の割り当てを決める問題を考える．学生を $1, 2, ..., n$ で表す．学生 $1, 2, ..., n$ が現在住んでいる部屋も各々$1, ..., n$ で表す．現在の部屋で満足している者もいれば，もっといい部屋に移りたいと考えている者もいる．各学生 $i(i = 1, ..., n)$ は部屋に対して住みたいランキングを持っているとする．このランキングを i の選好と呼ぶ．また各学生 $i = 1, ..., n$ の選好のリストのことを（選好）プロファイルと呼ぶ．選好プロファイルは下のように図表で描くと便利である．

例 **1**　$n = 3$ の場合．

	第 *1* 位	第 *2* 位	第 *3* 位
学生 *1*	3	2	1
学生 *2*	3	2	1
学生 *3*	1	3	2

このプロファイルにおいて学生 *1* と *2* は部屋を $3, 2, 1$ の順で選好し，学生 *3* は $1, 3, 2$ の順で選好している．

割り当てられた各自の部屋を $a_1, a_2, ..., a_n$ と記号する[4]．学生 1 に割り当てられた部屋は a_1 である．a_1 は当然 $1, 2, ..., n$ のうちのどれかであるが，どれかはわからないので新しい記号 a_1 を使っている．同様に学生 2 には $a_2, ...,$ 学生 n には a_n が割り当てられている．この場合，どのような部屋の再配分が望ましいであろうか?　これがここでの問題である．

3　研究方法

望ましい部屋の割り当て方，つまり割り当てのルールの探求，はルールが持つ性能を比較するという方法で実行される．ルールが持つべき望ましい性能として，

個人合理性，　パレート最適性，　耐戦略性

[4] a は *assignment*（割り当て）の略と連想すればよい．

の三つを考える（その詳細は後述）．これら三つを満たす割り当てルールが望ましいルールということになる．逆に三つのうちどれか一つでも満たさないルールは望ましくないルールということである．以下では強コアルールがこの三つの性能を満たすただ一つのルールであることを示す．

性能のことを公理と呼ぶ．個人合理性以下の三つの公理は強コアルールを特徴づけていることになる．これを公理的特徴づけと呼ぶ．

どの部屋の割り当てが強コア配分であるかを知ることは一般には容易ではない．強コアを求める方法として TTC メカニズムがある．

4 個人合理性とパレート最適性

各学生に一つの部屋を割り当てるとき，それを部屋の割り当てと呼ぶ[5]．二人以上の学生に同じ部屋を割り当ててはいけない．また部屋と学生は同じ数であるから，空き部屋もできない．部屋の割り当てに関して次の二つの性質を考える．

- 個人合理性: 部屋の割り当てが個人合理性を満たすとは，全ての学生 $i = 1, ..., n$ の選好において a_i は i（最初に割り当てられた部屋）と同程度以上によい，となっているときをいう．

例 1 では学生 1 と学生 3 が部屋を交換してできる部屋の配分

$$a_1 = 3, a_2 = 2, a_3 = 1$$

が個人合理的である．また一切部屋を交換しないという割り当ては定義からして個人合理的である．

- パレート最適性: どの学生の立場も悪化させることはなく，一部の学生の立場を改善することができるとき，パレート改善可能という．部屋の割り当てがパレート最適であるとは，もはやその割り当てをパレート改善できる部屋の割り当てが存在しないことを言う．

例 1 では

$$a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 1$$

はパレート最適である．この割り当てがパレート最適でないとすれば，全員がこれより悪化せずに誰かの立場を改善できる他の割り当てが存在することになる．しかしそのような割り当ては存在しない．同じく

$$a_1 = 3, a_2 = 2, a_3 = 1$$

もパレート最適である．

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$$

[5] これはミクロ経済学で一般に資源配分と呼ばれている概念に相当する．これに準じて個室配分などといってもいいが，ここではよりカジュアルな言葉を使うことにした．

はパレート最適ではない．これをパレート改善する部屋の割り当て $a_1 = 2, a_2 = 3, a_3 = 1$ が存在するためである．

部屋の割り当てに関しては個人合理性とパレート最適性が成り立つか否かに応じて以下の四つのケースがある．

	個人合理的である	個人合理的でない
パレート最適である	ケース 1	ケース 2
パレート最適でない	ケース 3	ケース 4

次の例 2 では四つのケース全てが起こっている．

例 2

	第 *1* 位	第 *2* 位	第 *3* 位
学生 *1*	3	1	2
学生 *2*	3	1	2
学生 *3*	1	2	3

	個人合理的である	個人合理的でない
パレート最適である	$a_1 = 3$ $a_2 = 1$ $a_3 = 2$	$a_1 = 2$ $a_2 = 3$ $a_3 = 1$
パレート最適でない	$a_1 = 1$ $a_2 = 2$ $a_3 = 3$	$a_1 = 2$ $a_2 = 1$ $a_3 = 3$

$a_1 = 3$
$a_2 = 1$ がパレート最適であること:学生 *1* はこれ以上良くすることはできない．学生 *2* を良くする
$a_3 = 2$
ことはできるが，そうなると学生 *1* は部屋 *3* を追い出されることになる．学生 *1* は悪くなるので改善ではない．学生 *3* をよくすることはできるが，そうなると学生 *1* か *2* のどちらかが部屋 *2* に入らなければならないので，その立場は悪くなる．

$a_1 = 2$
$a_2 = 3$ がパレート最適であることも同様に推論していけば分かる（略）．
$a_3 = 1$

定理 1 どのプロファイルにおいても個人合理的かつパレート最適な部屋の割り当ては存在する．

この定理はより強い形「どのプロファイルにおいても強コアである部屋の割り当ては存在する (定理 2) 」及び「強コアは個人合理的であり，かつパレート最適である（補題 1)」から従う．この二つは後で証明する．

5 強コア

何人かのグループのことを提携と呼ぶ.「ある部屋の割り当て」がある提携によってブロックされるとは，その提携内のメンバーが「当初に持っている部屋」を再配分し直して，提携のメンバー全員が「その部屋の割り当て」より悪くならず，少なくともそのメンバーの一人は良くなることを言う．次の例 3 はブロックの概念を例解している．

例 3

	第 *1* 位	第 *2* 位	第 *3* 位	第 *4* 位
学生 *1*	*4*	*3*	*2*	*1*
学生 *2*	*3*	*4*	*2*	*1*
学生 *3*	*2*	*4*	*1*	*3*
学生 *4*	*3*	*2*	*1*	*4*

部屋の割り当てとして

$$a_1 = 4, a_2 = 3, a_3 = 1, a_4 = 2$$

を考える．この割り当ては学生 2, 3 からなる提携によってブロックされる．学生 *2* が部屋 *3*，学生 *3* が部屋 *2* を，というように彼らの間で部屋を交換すると，学生 *2* はそのままだが，学生 *3* は良くなる．

- 部屋の割り当てが強コアであるとは，その割り当てがいかなる提携によってもブロックされないことを言う．以下では強コアとなる部屋の割り当てを簡潔に強コアと呼ぶことにする．

補題 1 部屋の割り当てが強コアであれば，それは個人合理的であり，かつパレート最適である．

証明． 個人合理的でないとする（背理法）．するとある学生は自分が当初持っていた部屋よりランクが下の部屋を割り当てられたことになる．すると，この学生「のみ」からなる提携は，この割り当てをブロックできることになり，矛盾する．

次にパレート最適でなかったとしよう（背理法）．すると別の部屋の割り当てで強コアの部屋の割り当てをパレート改善するものが存在することになる．パレート改善の定義から，全員の状態は悪くならず，何人かはよくなることになる．するとパレート改善の結果，

強コアのときよりよくなる学生たち:

強コアのときと同じ学生たち:

に分かれることになる．特に前者のグループは必ず存在する．よって，強コアが「全員の」提携によってブロックされることになり，これは強コアの定義に矛盾する． ■

この補題の逆は成り立たない．個人合理的かつパレート最適な部屋の割り当てで強コアでないものは存在する．例 2 で部屋の割り当て $\begin{matrix} a_1 = 3 \\ a_2 = 1 \\ a_3 = 2 \end{matrix}$ は個人合理的かつパレート最適であった．しかしこの割り当ては学生 2 と 3 からなる提携でブロックされる．彼らの間で部屋を交換すれば，学生 3 は変わらないが，学生 2 は良くなる．

6　強コアの存在と一意性：TTC メカニズムによる計算

部屋の割り当てを決める簡単な方法として *TTC* メカニズムがある．*TTC* メカニズムの作動は以下のとおりである．

第 1 ステップ:

まず学生を適当に選ぶ（誰でもよい）．その学生は自分が第一位とする部屋に住む学生を指さす．次に指さされた学生も自分が第一位とする部屋に住む学生を指さす．以下同じ要領である．すると指さし

の列ができる．例えば

$$4 \longrightarrow 20 \longrightarrow 8 \longrightarrow 12 \longrightarrow 9 \longrightarrow \cdots$$

などである．学生 4 が選ばれ，彼・彼女は学生 20 の部屋が一番よく，そこで 20 を指さしている．学生 20 は学生 8 の住む部屋が一番よいので学生 8 を指さしている．そして学生 8 は学生 12 の住む部屋が一番よいので学生 12 を指さしている．次に学生 12 は 9 を指さし，そして学生 9 は... といった具合に指さしの列は続く．

しかしこの指さしはどこかでサイクルを作るはずである．なぜなら学生の数は有限なので，どこかで以前指さしされた学生が再び指さしされて再登場することになる．例えば

$$4 \longrightarrow 20 \longrightarrow 8 \longrightarrow 12 \longrightarrow 9 \longrightarrow \cdots \longrightarrow 15 \longrightarrow 8$$

などといった具合にである．サイクルができた段階で，サイクル内の学生で指さしの通りに部屋を配分する．上の例では学生 8 に部屋 12 を，学生 12 に部屋 9 を,...，学生 15 には部屋 8 を与える．つまり

$$8 \longrightarrow 12 \longrightarrow 9 \longrightarrow \cdots \longrightarrow 15 \longrightarrow 8$$

の矢印のとおりに部屋を割り当てる．彼らはこれで「上がり」である．この学生たちを第 1 グループと呼ぶことにしよう．なお

$$4 \longrightarrow 20 \longrightarrow 8 \longrightarrow 12 \longrightarrow 9 \longrightarrow 6 \longrightarrow 6$$

などとなった場合，$6 \longrightarrow 6$ をサイクルとみなす．学生 9 から指さしされた学生 6 は自分の部屋が一番よいので自分自身を指さしている．定義上 $6 \longrightarrow 6$ もサイクルであり，自明なサイクルと呼ぶことにする．

第 2 ステップ:残った学生の中で任意に一人を選び，そこから再び指さしを行う．しかし今度は第 1 ステップで「売れて」しまった部屋は指さしできない．従って彼らは残った部屋の中で一番よい部屋を指さしすることになる．再び指さしのサイクルができる．

$$11 \longrightarrow 3 \longrightarrow 4 \longrightarrow 11$$

とかである．こうしてサイクルが完成し，サイクル内の学生で指さしの通りに部屋を配分する．この学生たちを第 2 グループと呼ぶことにしよう．

第 3 ステップ以下:以下同じ要領で部屋の割り当てを決める．残った学生の中から誰かを任意に選び，ここからの指さしでサイクルができるごとに「上がり」にする．更に残った学生で次のステップに進む．学生の数は有限なので，この操作は有限回で終わる．こうして *TTC* メカニズムの作動は終了し，各ステップでできたサイクルのとおりに部屋を配分する．

定理 2 *TTC* メカニズムによる部屋の割り当ては強コアとなる．故に強コアとなる部屋の割り当ては必ず存在する．(*Shapley and Scarf 1974*[6])

[6]Shapley and Scarf (1974) での強コアの存在定理は平衡ゲーム (balanced game) の着想で行われたものであり,「*TTC* メカニズムが強コアになる」という結果を示し，これによって強コアの存在も言えることを示したわけではない．これを示したのは Gale である．Shapley and Scarf (1974) は Gale によって示唆を受けたとして，その証明が紹介している．Gale 自身はこの結果を論文として発表していない．従って定理 2 に関しては「*TTC* メカニズムが強コアになる」という部分は Gale の貢献であり,「強コアは存在する」の部分は Gale と Shapley and Scarf 両方の貢献とみるべきである．

証明. ある提携が TTC による部屋の割り当てをブロックするとして矛盾を導く（背理法）.

この提携の構成メンバーを明らかにしていく．ブロックの定義により，この提携内の少なくとも一人は TTC による部屋の割り当てよりの良い部屋を提携内での再分配で得ているはずである．それは誰なのかを考えてみる.

まず「その人」は第 1 グループの学生ではない．第 1 グループのメンバーは TTC によって一番よい部屋を与えられており，これ以上よくなることはないからである.

次に「その人」が第 2 グループの学生であったとする．するとこの人は「第 1 グループに属する誰か」の部屋を提携内の再分配で得たことになる[7]．するとその「第 1 グループに属する誰か」は提携に属し，そして自分の一番いい部屋を手放して，悪くなってしまっている．これはブロックの定義に反する．よって「その人」は第 2 グループの学生でもない.

以下同じである.「その人」が第 3 グループに属しているとすると,「その人」は第 1 または第 2 グループに属する誰かに与えられた部屋を提携行動によって手に入れたことになる．しかしこれが可能とならば，第 1 ないし第 2 グループの誰かが提携に属し，TTC で手に入れた部屋より悪い部屋を提携行動の結果得たことになる．これはブロックの定義に矛盾する.

こうして「その人」，すなわち，この提携内のメンバーで TTC による部屋の割り当てよりも良い部屋を提携内での再分配で得ている人の一人，は「誰でもない」ことになり，矛盾する． ■

留意点 1 強コアが存在しても，それを見つけ出すのは容易ではない．理論上は部屋の割り当ては有限個しかないから，一つ一つ強コアになっているかどうかをチェックしていけば，求めることは可能である．しかし学生の数が多い場合は，現実的には実行不可能な方法である．しかしそのような方法を使わなくても，強コアを見つける簡単な方法がある．それが TTC メカニズムがそれである[8].

留意点 2 補題 *1* と定理 *2* から定理 *1*（個人合理的かつパレート最適な部屋の割り当ては常に存在する）が従う.

定理 3 強コアとなる部屋の割り当ては一つだけである（存在の一意性）.（*Roth and Postlewaite 1977*）

証明. 定理 1 より TTC による部屋の割り当てが強コアの一つであった．これ以外の強コアはないことを示せばよい．強コアとなる部屋の割り当てを任意に一つ取る．これを x とおく．TTC による部屋の割り当てを y_{TTC} としよう．$x = y_{TTC}$ を言えばよい．第 1 グループをとる．x において第 1 グループの中の少なくとも一人は y_{TTC} での部屋を割り当ててもらっていないとしよう．すると第 1 グループに属する全員が TTC での指さしに従って自分たちが初期に持っている部屋を配分し直せば，彼らは x をブロックできることになる．これは x が強コアであるという仮定に矛盾する．故に第 1 グループの各メンバーが受け取る部屋は x と y_{TTC} では一致する.

[7] TTC メカニズムに従って，第 2 グループの「その人」は残った部屋の中で一番よい部屋を得たわけである．それより提携内の再配分でよくなったということは第 1 グループの学生の部屋を提携行動の結果として得たことになる.

[8] 一般に解を見つける手順のことをアルゴリズムという．連立方程式での代入法などがそれである．TTC メカニズムもアルゴリズムの一つである.

次に第2グループをとる．x において第2グループの中の少なくとも一人は y_{TTC} での部屋を割り当ててもらっていないとしよう．すると第2グループに属する全員が TTC での指さしに従って自分たちが初期に持っている部屋を配分し直せば，彼らは x をブロックできることになる．(先に証明したように第1グループの各メンバーが受け取る部屋は x と y_{TTC} では一致する．よって第2グループの各メンバーが x で受け取っている部屋は第1グループのメンバ-に TTC によって売れてしまった部屋の残りからなっている．TTC は第2グループのメンバーに対してその残りの中で最もよいものを与えているので，第2グループは x をブロックする提携になる.)　これは x が強コアであるという仮定に矛盾する．故に第2グループの各メンバーが受け取る部屋は x と y_{TTC} では一致する．以下同様である．TTC のすべてのステップにおいてサイクルを作る学生の集合に関して，x と y_{TTC} が割り当てる部屋は一致し，$x = y_{TTC}$ となる．■

7　割り当てルール

学生1から n までの選好を $R_1, ..., R_n$ で表す．このときプロファイルは $R = (R_1, ..., R_n)$ と記号する．例1を再掲する．

	第1位	第2位	第3位
学生1	3	2	1
学生2	3	2	1
学生3	1	3	2

この表で表されている各学生のランキングが一つのプロファイルである．この場合 $n = 3$ であり，表の第2段の学生1の選好が R_1 に対応している．同じく第3段，4段の学生2，3の選好が R_2, R_3 に対応している．

各プロファイルに対して，その下での部屋の割り当てを指定する手続きのことを割り当てルール，簡潔にルールと呼ぶ．各プロファイルに対してルールが与える部屋の割り当ては一つだけである．ルールには様々な種類がある．幾つか例を挙げよう．

- 強コアルール

  各プロファイルに対して，その下で強コアとなる部屋を割り当てるルール．

  強コアはどのプロファイルにおいても常にただ一つあるので，それを割り当てるルールである．プロファイルごとに強コアは一般には違ってくる．TTC メカニズムに従って割り当てを決めるルールであるといってもよい．

- デフォルトルール

  どのプロファイルに対しても，部屋の再配分は一切行わないルール．よって常に学生1には部屋1，学生2には部屋2,...，学生 n には部屋 n を割り当てる．

- カーストルール

どのプロファイルに対しても学生1が部屋を選択する．次に残った部屋の中で学生2が部屋を選択する．さらに残った部屋の中で学生3が選択する．こうして順番に選択していき，最後に残った部屋を学生 n に与える．学生間でカーストが存在し，上位の者から選択していくルールである．

- 特権付き TTC ルール

  学生1には特権が与えられる．学生1は自分が一番よいと思う部屋の持ち主と部屋の交換ができる．その持ち主は学生1の部屋が自分の部屋よりよい限り交換に応じなければならない．この後は学生1を除く TTC メカニズムで割り当てを決める．この特権が発動できない場合は TTC メカニズムで割り当てを決める．

  学生の総数が2人の場合は特権付き TTC ルールは TTC メカニズムで部屋の割り当てを決めることと同じである．つまりこの場合は強コアルールと同じである．また特権が発動後に全員参加の TTC メカニズムを使ってもよい．

以下の四つのプロファイルを考えよう．プロファイル1と2は例1，例2のプロファイルである．

プロファイル1

	第1位	第2位	第3位
学生1	3	2	1
学生2	3	2	1
学生3	1	3	2

プロファイル2

	第1位	第2位	第3位
学生1	3	1	2
学生2	3	1	2
学生3	1	2	3

プロファイル3

	第1位	第2位	第3位
学生1	3	1	2
学生2	3	1	2
学生3	2	1	3

プロファイル4

	第1位	第2位	第3位
学生1	3	1	2
学生2	3	2	1
学生3	2	3	1

次の表はこの四つのプロファイルで各ルールが与える部屋の割り当てを示している．

	プロファイル1	プロファイル2	プロファイル3	プロファイル4
強コアルール	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=1$ $a_2=3$ $a_3=2$	$a_1=1$ $a_2=3$ $a_3=2$
デフォルトルール	$a_1=1$ $a_2=2$ $a_3=3$	$a_1=1$ $a_2=2$ $a_3=3$	$a_1=1$ $a_2=2$ $a_3=3$	$a_1=1$ $a_2=2$ $a_3=3$
カーストルール	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=3$ $a_2=1$ $a_3=2$	$a_1=3$ $a_2=1$ $a_3=2$	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$
特権付き TTC ルール	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=3$ $a_2=2$ $a_3=1$	$a_1=1$ $a_2=3$ $a_3=2$

強コアルールは TTC メカニズムに従って計算すればよい．デフォルトルールはどのプロファイルでも同じ部屋の割り当てを与える．カーストルールは学生1から順に選好に従って部屋を割り当てる．特

権付き TTC ルールはプロファイル3を除いて強コアルールと同じ部屋の割り当てをする．プロファイル3では特権が発動され，強コアルールとは違う部屋の割り当てになる．プロファイル4では特権は発動されない．一般的には，特権付き TTC ルールでは，特権が発動される・されない，部屋の割り当てが強コアルールと同じ・違うに応じて4通りの可能性があるが，起こりうるのは下の表のとおり，そのうちの三つである．

	強コアルールと同じ	強コアルールとは違う
特権発動される	あり	あり
特権発動されない	あり	なし

ルールが持つべき善き性質を公理という．ここでは三つの公理がある．

1. 個人合理性.

   どのプロファイルに関してもルールはそのプロファイルで個人合理的な部屋の割り当てをしなければならない．

2. パレート最適性.

   どのプロファイルに関してもルールはそのプロファイルでパレート最適な部屋の割り当てをしなければならない．

3. 耐戦略性.

   どのプロファイルに関しても，ルールは戦略操作されない．

戦略操作の意味の直観的説明は次のとおりである．ある学生が自分の選好を偽って表明し，それによってその学生がよりよい部屋をもらえる場合，ルールは戦略操作されるという[9]．従ってルールが耐戦略性を満たせば，どの学生も正直に自分の選好を表明することになる（嘘をついても得にならないため）．

次に戦略操作（そして耐戦略性）の形式的定義を与えよう．プロファイル $R = (R_1, ..., R_n)$ を任意にとる．学生 i のこのプロファイルでの選好を R_i とおくと，プロファイル R は $R = (R_i, R_{-i})$ と記号される．またプロファイル R から i だけが選好を R'_i に替えた時のプロファイルを $R' = (R'_i, R_{-i})$ と記号する．いま R_i が学生 i の真の選好であり，i 以外の学生たちは R_{-i} での選好を表明しているとする．i が選好を R'_i に替えたとする．この時プロファイル (R_i, R_{-i}) と (R'_i, R_{-i}) でルールが学生 i に与える部屋をそれぞれ a_i，a'_i とする．R_i で評価において a'_i の方が a_i よりランキングが上位であれば，i は自分の選好を R'_i と偽って表明する誘因を持つ．この時ルールは（学生 i によって）戦略操作されるという．ルールがどの学生によっても戦略操作されないとき，ルールは耐戦略性を満たすという．

耐戦略性のもう一つの定義を与えよう．任意の学生 i，及び任意の選好 R_i, R'_i と任意の i 以外の選好の組 R_{-i} に対して，(R_i, R_{-i}) でルールが i に割り当てる部屋は $R' = (R'_i, R_{-i})$ でルールが i に割り当てる

[9] ルールが与える部屋の割り当て方が複数ある場合，戦略操作の定義が難しくなる．割り当てられる可能性がある部屋が複数あってそのどれが割り当てられるかは分らない学生に関して戦略操作の概念を定義するのは（可能ではあるが）容易ではない．この難しさを排除するため，各プロファイルでルールが与える部屋の割り当て方は一つだけという想定を置いたのである．

部屋より i にとって悪くない，ただし「i にとって悪くない」は R_i で評価した場合での意味，が成り立つとき，ルールは耐戦略性を満たすという[10].

個人合理的とパレート最適は本稿において二つの意味で使われている．部屋の割り当てが個人合理的（パレート最適）であることとルールが個人合理的（パレート最適）であることの二つである．両者の違いを明確にし，カテゴリーミステイクを侵さないように留意されたい．

補題 1 により強コアルールは個人合理性とパレート最適性を満たす．更に耐戦略性も満たす．

補題 2 強コアルールは耐戦略性を持つ．*(Roth 1982)*

証明． 学生 i と真のプロファイル (R_i, R_{-i}) を所与とする．強コアルールはこのプロファイルで i に部屋 j を与えているとしよう．i が選好を虚偽表明したときのプロファイルを (R'_i, R_{-i}) とする．強コアルールはこのプロファイルで i に部屋 j' を与えているとする．i による戦略操作が可能とする（背理法）．すると $j' \neq j$ である．

定理 1 より TTC メカニズムに従ってサイクルが形成され，このサイクルに従って部屋を配分したのが強コアである．(R_i, R_{-i}) で TTC　メカニズムを動かし，i 自身はどれかのサイクルに参加して部屋 j を得ていることになる．

このサイクルが一個しか形成されないとしよう．すると TTC メカニズムでは第 1 ステップで全ての学生が参加するサイクルができたことになる．このとき i は自分が一番よいとする部屋を指さししてその部屋を得ていることになる．よって i は戦略操作する動機を持たず，矛盾する．

次に複数個のサイクルが形成されているとしよう．ステップは第 t ステップで終了するとし，t 個のサイクルがあるとする．i はそのどれか一つに参加している．一般性を失うことなく i は第 i ステップのサイクルに参加しているとする．各ステップでのサイクルに参加している学生を一人ずつ任意にとり，$k_1, ..., k_t$ とする．ただし i が参加しているサイクルでは $k_i = i$ であるとする．そして第 t ステップまでで，最初に指差しする学生をそれぞれ $k_1, ..., k_t$ として TTC メカニズムを再稼働させてみる．このように再稼働させてみても同じサイクルが同じ順番で再現される．

さて i の虚偽表明のプロファイル (R'_i, R_{-i}) で,「同じ」TTC メカニズムを作動させてみる．i 以外の学生の選好が R_{-i} である限り，i がどのような選好を表明しようとも，再稼働後の TTC メカニズムでは，第 i ステップ以前では i は登場しないので，i は選好の虚偽表明をしても，これらのステップでのサイクル形成に何の変化も及ぼしえない．第 i ステップでようやく i の出番が回ってくることになり，i は残っている部屋の中で R'_i の評価で一番よい j' を得ることになる．しかし R_i の評価で j よりよい部屋は既に売れてしまっている（これは再稼働した TTC メカニズムでの第 i ステップで i は j を得るという事実から来る.）i はどのような選好を表明しようとも j よりよい部屋は得ることはできない．$j' \neq j$ である以上，j' は真の選好 R_i で評価する限り j よりも悪い．これは矛盾である．■

[10] ゲーム理論の用語で言うと，耐戦略性は各自の選好を戦略と見做したゲームで，真の選好表示が支配戦略均衡になるという条件と同じである．ここで支配戦略均衡をナッシュ均衡戦略に弱めたほうがよいのでは，という疑問が当然湧くだろう．しかしナッシュ均衡戦略には問題がある．この場合「相手が正しい選好を表示している場合に限り，自分も正しい選好を表示する」ということになるが，これだと学生は互いに相手に自分の真の選好を知られつつも嘘をつくことになる．これは論理的にはありえない世界である．一つ可能なのは学生同士は互いに相手の選好を知っているが，大学当局はそれを知らずに TTC メカニズムの運営を担っているという場合であろう．しかしこの場合でも大学当局が学生を信頼できれば（「互いに選好を知っているから私たちに任せてください」という学生の言い分を大学当局が信頼するということ）の話であるが，学生同士が交渉によって部屋を再配分できるはずであり，そこでは耐戦略性に頭を悩ます必要はなくなる．

8　主要結果

定理 4 学生の総数が *2* 人とする．強コアルールはパレート最適性及び個人合理性を満たすただ一つのルールである．(*Ma　1994*)

証明. 任意のプロファイルに関してパレ―ト最適かつ個人合理的な部屋の割り当てが強コアに等しいことを示せばよい．補題 1 より強コアはパレ―ト最適かつ個人合理的な部屋の割り当てである．故に逆を示せばよい．パレート最適かつ個人合理的な部屋の割り当てがあったとする．その割り当てを (a_1, a_2) としよう．一人提携，学生 1 のみからなる提携または学生 2 のみからなる提携，で (a_1, a_2) をブロックはできれば，(a_1, a_2) は個人合理的でなく，矛盾する．二人提携で (a_1, a_2) をブロックできるとすると，(a_1, a_2) はパレート最適でなく，矛盾する． ■

定理 5 学生の総数が *3* 人以上とする．強コアルールはパレート最適性，個人合理性及び耐戦略性を満たすただ一つのルールである．(*Ma　1994*)

証明. 三つの公理を満たすルールを一つ取り，F としよう．プロファイル $R = (R_1, ..., R_n)$ を任意にとる．ルール F がプロファイル R で与える部屋の割り当てが強コアになっていることをいえばよい.（これが言えれば，R でのルール F による部屋の割り当て＝ R での強コア＝ R での強コアルールによる部屋の割り当て，が言えたことになる．R は任意であるから，ルール F はどの R に対しても，その下での強コアを部屋の割り当てとするから，ルール F は強コアルールに等しいことになる.）.

R での強コアを TTC メカニズムに従って求める．TTC メカニズムは第 1 ステップから第 t ステップまでで終了するとする $(1 \leq t \leq n)$．第 1 から第 t ステップでサイクルとなる学生の集団を各々第 1 グループ,...，第 t グループとする．学生 $i = 1, ..., n$ の TTC メカニズムに従って割り当てられる部屋を a_i とおく．従って $a_1, ..., a_n$ が強コアとなる部屋の割り当てである．

以下の証明では各グループごとに見ていく．そのグループの各メンバーに対して F が R において割り当てる部屋が R での強コアでの割り当てに等しいことを証明する．

まず第 1 グループを考える．第 1 グループが一人の学生からのみ構成されるとしよう（サイクルが自明であるとしよう）．その学生を j とする．TTC メカニズムでは，j は自分自身の部屋を第一位としており，そしてその部屋を得ていることになる．ルール F は個人合理性を満たすので，以上からサイクルが自明なときルール F が R において学生 j に割り当てる部屋 $= j = R$ での強コアでの学生 j の部屋となる．次に第 1 グループが複数人いる場合を考える（サイクルが自明でないとする）．一般性を失うことなく，そのサイクルを $1 \longrightarrow 2 \longrightarrow \cdots \longrightarrow h \longrightarrow 1$ とする．ルール F が学生 1 に $a_1 (= 2)$ を割り当てていないとする．学生 1 は選好を 2 を第 1 位，1 を第 2 位に変えたとする.（3 人以上いればそのような選好の変更は可能である．たとえ R_1 でも第 1 位が 2 で第 2 位が 1 であっても第 3 位以下を変えればよい.）そのときのプロファイルを (R'_1, R_{-1}) としよう．このプロファイルでルール F が学生 1 に部屋 2 を与えることになれば，ルールは学生 1 によって戦略操作されることになる[11]．従って F の個人合理性を

[11] R_1 が学生 1 の真の選好であるとき，そして i 以外の学生の選好が R_{-1} であるとき，学生 1 は選好を R'_1 と偽って部屋 2 を得ることができる．部屋 2 は部屋 1 より真の選好 R_1 で評価したとき，よい部屋である．こうして学生 1 は戦略操作する動機を持つ．以下戦略操作されるというときは全てこのような論法である．

考えれば，(R'_1, R_{-1}) でルール F が学生 1 に与える部屋は 1 であることになる．

以下の証明は同じ手順の繰り返しである．まず学生 h が選好を R'_h と偽りプロファイルが $(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ になり[12]，ここで学生 h は部屋 h をルール F によって与えられることが証明できる．次に学生 $h-1$ が選好を R'_{h-1} と偽りプロファイルが $(R'_1, R_{-\{1,h-1,h\}}, R'_{h-1}, R'_h)$ になり，学生 $h-1$ は部屋 $h-1$ をルール F によって与えられることが証明できる．以下順に学生 $h, h-1, ..., 2$ の順で選好を虚偽表明していき，最終的に第 1 グループの全員が選好を虚偽表明し，プロファイルが $(R'_1, ..., R'_h, R_{h+1}, ..., R_n)$ に変わり，学生 2 には部屋 2 がルール F によって割り当てられていることが証明できる．以下順に見ていく．

まず (R'_1, R_{-1}) で学生 h は自分が一番よい部屋 1 をルール F によって割り当てられていないことになる．学生 h も選好を h を第 2 位，1 を第 1 位に変えたとする．そのときのプロファイルを $(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ としよう．このプロファイルでルール F が学生 h に部屋 1 を与えることになれば，ルールは学生 h によって戦略操作されることになる．従って F の個人合理性を考えれば，$(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ でルール F が学生 h に与える部屋は h であることになる．

すると $(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ で学生 $h-1$ は自分が一番よい部屋 h をルール F によって割り当てられていないことになる．以下同じ手順の繰り返しである．第 1 グループの学生すべてが $1, h, h-1, ..., 2$ の順で選好を変更し，プロファイル $(R'_1, ..., R'_h, R_{h+1}, ..., R_n)$ で学生 2 には部屋 2 が割り当てられていることになる．

さて選好 $R'_1, ..., R'_h$ の構成から，F の個人合理性を考えると，F は第 1 グループに対し彼らの間で部屋の再分配をさせていることがわかる．しかも学生 2 に 2 を与えていることからわかるように，彼らの間でサイクルの通りに再分配し直せば，パレート改善が可能である．これはルール F がパレート最適性を満たすことに反する．以上から，サイクルが自明でない場合も，ルール F は R において学生 1 に $a_1(=2)$ を割り当てていることがわかる．同様にして R において第 1 グループの全員にルール F は強コアの割り当てを行っていることがわかる．

次に第 2 グループを考える．第 2 グループが一人の学生から構成されるとする（サイクルが自明なとき）．一般性を失うことなく，その学生を k とする．k は残った部屋の中で一番よい自分の部屋を強コアでは得ている．その部屋より k にとってよい部屋は全て，先に証明したようにルール F は第 1 グループに与えている．F の個人合理性を考える限り，ルール F は R では k に自分自身の部屋を与えることになる．以上からサイクルが自明なとき，ルール F が R において学生 k に割り当てる部屋 $= k = R$ での強コアでの学生 k の部屋となる．次に第 2 グループが複数人いる場合を考える（サイクルが自明でないとき）．一般性を失うことなく，そのサイクルを $1 \longrightarrow 2 \longrightarrow \cdots \longrightarrow h \longrightarrow 1$ とする．ルール F が学生 1 に $a_1(=2)$ を割り当てていないとする．学生 1 は選好を 2 を第 1 位，1 を第 2 位に変えたとする．そのときのプロファイルを (R'_1, R_{-1}) としよう．このプロファイルでルール F が学生 1 に部屋 2 を与えることになれば，ルールは学生 1 によって戦略操作されることになる．従って F の個人合理性を考えれば，(R'_1, R_{-1}) でルール F が学生 1 に与える部屋は 1 であることになる．すると (R'_1, R_{-1}) で学生 h は残った部屋の中で自分が一番よい部屋 1 をルール F によって割り当てられていないことになる．学生 h も選好を h を第 2 位，1 を第 1 位に変えたとする．そのときのプロファイルを $(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ としよう．こ

[12] $R_{-\{1,h\}}$ はプロファイル $R = (R_1, ..., R_n)$ から R_1 と R_h を除いた選好の組を表す．以下同様な記法が出てくるが，同じように理解すればよい．

のプロファイルでルール F が学生 h に部屋 1 を与えることになれば，ルールは学生 h によって戦略操作されることになる．従って F の個人合理性を考えれば，$(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ でルール F が学生 h に与える部屋は h であることになる．すると $(R'_1, R_{-\{1,h\}}, R'_h)$ で学生 $h-1$ は残った部屋の中で自分が一番よい部屋 h をルール F によって割り当てられていないことになる．以下同じ手順の繰り返しである．第 2 グループの学生すべてが $1, h, h-1, ..., 2$ の順で選好を変更し，プロファイル $(R'_1, ..., R'_h, R_{h+1}, ..., R_n)$ で学生 2 には部屋 2 が割り当てられていることになる．選好 $R'_1, ..., R'_h$ の構成から，F の個人合理性を考えると，F は第 2 グループに対し彼らの間で部屋の再分配を行わせていることがわかる．しかも学生 2 に 2 を与えていることからわかるように，彼らの間でサイクルの通りに再分配しなおせば，パレート改善が可能である．これはルール F がパレート最適性を満たすことに反する．以上からルール F は R において学生 1 に $a_1(=2)$ を割り当てていることがわかる．同様にして R において第 2 グループの全員にルール F は強コアの割り当てを行っていることがわかる．

以下同じ手順を第 3 グループ以下にも適用すればよい．こうしてすべての学生に関して，R において F によって与えられる部屋が強コアでの部屋に等しいことが証明できる．■

厳密に言うと，定理 4 は Ma(1994) にはない．Ma(1994) では「学生の総数が 2 人以上とする．強コアルールはパレート最適性，個人合理性及び耐戦略性を満たすただ一つのルールである」となっている．これはこれで正しいのであるが，より正確には 2 人の場合ではパレート最適性と個人合理性を満たすルールは強コアルールしかなく，強コアルールは耐戦略性を満たすことから主張できるのである．本稿では，この違いが分かるように Ma の結果を二つに分けた．

9　公理の独立性

三つの公理のうちいずれか一つでも欠けると定理 5 は成り立たない．三つの公理のうち二つだけを満たすルールならば，強コアルール以外にも存在する．次の表がそれを示している．

	個人合理性	パレート最適性	耐戦略性
デフォルトルール	*yes*	*no*	*yes*
カーストルール	*no*	*yes*	*yes*
特権付き TTC ルール	*yes*	*yes*	*no*

デフォルトルール:

個人合理性を満たすことは定義より明らか．定値ルールなので耐戦略性も明らかに成り立つ．パレート最適性が成り立たないこと:プロファイルとして，各学生 i は $i+1$ の部屋が一番よいとする（ここで $i=n$ のとき，$i+1$ は 1 を意味するとする）．よって $1 \longrightarrow 2 \longrightarrow \cdots \longrightarrow n-1 \longrightarrow n \longrightarrow 1$ と指差しして部屋を交換することはデフォルトルールの部屋の割り当てをパレート改善している．

カーストルール:

パレート最適性を満たすこと:カーストルールの割り当てを全員が悪くならず，すくなくとも誰か一人が改善できるとしよう．改善される学生でカーストの一番上位の学生を i とする．定義より $i \neq 1$ である．$i=2$ とする．$i=2$ が改善されるということは学生 1 の部屋を $i=2$ に渡すことを意味する．学生

1は明らかに悪くなるので，このような改善はありえない．$i=3$ の場合も同様にして学生1または2が悪くなることが示される．以下同じである．

耐戦略性を満たすこと:学生1はカースト1位なので，自分の選好で一番よい部屋を常にとることができる．よって嘘をつく動機がない．学生2は残った部屋で最善のものを得ている．嘘をついてもそれ以上の部屋はもらえない．学生3以下も同じ．

個人合理性を満たさないこと．学生1と n が n の部屋を一番よいとしているプロファイルを考える．カーストルールでは n は自分の部屋を1に取られてしまう．

特権付き TTC ルール:

個人合理性：特権が発動される場合が問題である．交換に応じた学生は初期の自分の部屋よりよくなっている．TTC メカニズムで再配分してもこれより悪くはならないので個人合理性は成り立つ．

パレート最適性：同じく特権が発動される場合が問題である．次のポイントに気づけばよい．発動後は学生1を除いて TTC メカニズムが稼働するが，ここで1を加えて稼働させても結果は同じであると．

耐戦略性が成り立たないこと：学生1と交換に応じないように選好を虚偽表明する誘因を持つ．次の表がそのプロファイルである．

	第1位	$\cdots$	第 n 位
学生1	2	$\cdots$	1
学生2	3	$\cdots$	2
学生3	4	$\cdots$	1
$\cdots$	$\cdot$	$\cdots$	1
学生 $n-1$	n	$\cdots$	1
学生 n	2	$\cdots$	1

学生2以外は部屋1を最下位にしている．学生2は部屋1を最下位にしている．学生1から $n-1$ までは各々自分の右隣りを第一位にしている．それ以外のランクは特定化していない．この場合は特権が発動され，学生1は部屋2を得る．学生2は部屋1を得る．その後学生1を除く TTC メカニズムが作動する．その結果，学生2は部屋1を割り当てられる．ここで学生2が選好を偽って報告し，部屋1と2の順位を入れ替えた選好を表明するとする．特権は発動されず，全員参加の TTC メカニズムの結果，$2 \longrightarrow 3 \longrightarrow 4 \longrightarrow \cdots \longrightarrow n \longrightarrow 2$ のサイクルが生じ，学生2は部屋3を得る．こうしてルールは戦略操作できる．

尚学生の数が2人であれば，補題2と定理4より，個人合理性とパレ―ト最適性は耐戦略性を意味する．しかしこの場合も個人合理性とパレート最適性のいずれかでも欠けると定理4は成立しない．デフォルトルールとカーストルールがそれを示している．

10　その他のルール

三つの公理のうち一つだけを満たすルール，及びどの公理も満たさないルールも勿論ある．ここではその例を示そう．各公理の成立・不成立の確認は読者の演習問題としておこう．

耐戦略性のみを満たすルール:　どのプロファイルでも，次のサイクルに従って部屋を割り当てている

ルールがそれである．

$$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow n-1 \longrightarrow n \longrightarrow 1$$

個人合理性のみを満たすルール:　特権付き TTC ルールとよく似ているが一点だけ異なる．このルールでは特権が発動された後は，部屋の再分配は一切行わない．これ以外は特権付き TTC ルールと同じである．

パレート最適性のみを満たすルール:　これも特権付き TTC ルールとほぼ同じであるが，一点だけ異なる．学生 1 の特権が異なる．学生 1 は自分が最もよいとする部屋の持ち主に交換を申し込む．申し込まれた学生は，学生 1 の部屋を自分の選好で第 2 位にしている場合に限り交換に応じなければならない．これ以外は特権付き TTC ルールと同じである．

全てを満たさないルール:ルールとして次のようなものを考えればよい．プロファイルが

	第 1 位	$\cdots$	第 n 位
学生 1	1	$\cdots$	2
学生 2	2	$\cdots$	3
学生 3	3	$\cdots$	4
$\cdots$	$\cdot$	$\cdots$	$\cdot$
学生 $n-1$	$n-1$	$\cdots$	n
学生 n	n	$\cdots$	1

であるときはサイクル

$$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow n-1 \longrightarrow n \longrightarrow 1$$

に従って部屋を交換する．それ以外の場合は TTC メカニズムに従って部屋を配分する．

11　結論

Ma の公理化定理は情報・知識という観点から見ると興味深い．学生同士が互いに相手の選好を知っている場合,（そして大学当局が学生を信頼し，部屋の再配分を彼らに任せた場合），その部屋の配分はおそらく強コアになるだろう．一方学生同士が互いに相手の選好を全く知らない場合，学生たちは支配戦略的に行動せざるを得ず，TTC メカニズムによる部屋の配分は有力な方法となるだろう．情報と知識に関する両極端の想定が同じルールを支持することになる．では中間的な想定の場合，つまり学生同士が相手の選好に関して不完全な知識と情報しか持たない場合，はどうかという問題が提起される．両端が同じルール（強コアルール）を支持する以上，やはり同じ強コアルールが支持されると予想はできる．これは残された課題である．

市場取引を通して効率的資源配分を達成することは可能であるが，社会的その他の理由で市場に任せてはならない，あるいは少なくとも市場のみに任せてはいけない，と判断される問題は古くから知られ

ている．医療や教育などがその代表的例である[13]．本稿で扱った寮の部屋の配分問題も学生同士が金銭による取引などで効率的な部屋の再配分を行える可能性はあるだろう．しかし寮の部屋は大学に所有権があり、利用者が勝手に交換・配分してよいものではない[14]．社会の良識的な倫理判断に反することなく，効率的な資源配分を実行するルールや制度を作る問題は今日マーケットデザイン (Market Design) と呼ばれる研究分野で盛んに考察されている[15]．最近の研究では腎移植などの臓器売買などがある[16]．

さてそのような制度やルールの設計において耐戦略性は重要な条件となる．TTC メカニズムでは，学生は自分の選好を申告するのであるが，嘘の選好を申告してよりよい部屋が得られるならば，学生はそう行動する誘因にかられる．人はインセンティブに従って動くのである．そして理想や綺麗ごとを語らず，人は「利によって動く」という現実を素直に認め，その上で制度を設計するということは重要なポイントとなるのである．

参考文献

[1] Ma J (1994) Strategy-proofness and the strict core in a market with indivisibilities. International Journal of Game Theory 23:75-83

[2] Postlewaite A, Roth AE (1977) Weak versus strong domination in a market with indivisible goods. Journal of Mathematical Economics 4: 131-137

[3] Roth AE (1982) Incentive compatibility in a market with indivisible goods. Economics Letters 9: 127-132

[4] Sandel MJ (2012) What Money Can't Buy: The Moral Limits of Markets. 鬼澤訳 マイケル・サンデル『それをお金で買いますか; 市場主義の限界』　早川書房

[5] Shapley LS, Scarf H (1974) On cores and indivisibility. Journal of Mathematical Economics 1: 23-37

[6] 坂井 豊貴（2013）　『マーケットデザイン: 最先端の実用的な経済学』　ちくま新書

[13] 医療や教育も民間だけで供給することは可能である．しかしそうなると所得の差に従って享受できるサービスに違いが出てくる．これは公平性の観点から望ましくないという判断から民間だけに任せず，公的なサービス（公立学校や公立病院など）も行われているのである．

医療と教育は社会財（あるいはメリット財）の代表例である．これに対して技術的その他の理由で，そもそも市場では効率的資源配分が達成できない財もある．公共財がその代表である．

[14] 似たような例としてコンサートチケット等の転売などがある．

[15] 「社会の良識的な倫理判断」という言葉から資源配分の公平性，その多くは羨望概念やロールズの格差原理規準に関連した形で定式化されるが，を連想する方もおられることと思う．しかしここで私が述べているのは部屋の配分が公平性を満たしているかどうかといった限定的な意味ではなく，もっと広い意味，そもそも大学に所有権が属する寮の部屋を居住者の自由意思で取引してよいかどうか，ということである．

この点に関しては政治哲学の立場から Sandel(2012) の問題提起が参考になる．

[16] これに関しても坂井（2013）を参照されたい．