論　文

マンション建て替えにおける補償金付き多数決ルールの投票均衡:逐次投票の場合*

長久領壱　　高谷真城

概 要

マンション建て替え決議における多数決ルールに関して考察する．現在日本の区分所有法では5分の4多数決で建て替え決議を行うとしている．そして可決した場合，賛成側に対して反対者の区分所有権の買取を命じている．この買取は時価となっており，一般に建て替え可決後は区分所有権の価値は上昇することを考えれば，この多数決は実体的には賛成側から反対側への補償金支払いを前提としていると見做すことができる．

本稿ではこの補償金付き多数決を逐次投票で行うケースを分析する．区分所有者の投票の順序は決まっており，建て替え後の予想資産価値が高い区分所有者から順に投票するものと仮定する．従って投票ルールは一つの展開形ゲームとして，そして投票結果はこのゲームにおける部分ゲーム完全均衡として捉えられる．

賛成票数を m とし，建て替え可決必要票数を q とする．結果は以下の三つである．

(i) 殆ど全てのケースにおいて部分ゲーム完全均衡は一意に存在する（補題1）.

(ii)$m > q$ で建て替えが可決する場合，予想資産価値において序列 m 番目までの区分所有者が賛成に票を入れ，$m+1$ 番目以下は反対に票を入れている（定理1）.

(iii) $m > q$ で建て替えが可決するのは，序列 m 番目の区分所有者が補償金を負担してでも建て替えに参加する方が，自分の区分所有権を補償金込みで売却するよりよいと判断するとき，そしてその時のみである（定理2）.

(ii) は賛成・反対の票の構成に関して，$m > q$ で建て替えが可決する場合は序列上の跳びはないことを主張している．(iii) は $m > q$ で建て替えが可決するための必要十分条件である．

キーワード：区分所有権；マンション建て替え決議；補償金；多数決；部分投票；部分ゲーム完全均衡；建て替えのパラドックス

経済学文献季報番号：02-30；05-31；05-33；08-70；08-71

1　序論

マンション（集合住宅）などの区分所有財は各自が所有する居室等は，区分所有者の専用部分として，自由な利用（転売等を含め）が戸建て住宅同様に認められる．しかしその一方で，それ以外の部分は共有部分であり，その利用は処分などに当たっては区分所有者間の合意によって意思決定する必要がある．特に老朽化したマンションの建て替えでは共有部分だけではなく，専用部分に関しても区分所有者全員の集団的選択に委ねられることとなり，その合意形成は容易なことではない[1]．本稿においては，山崎・瀬下・定之（2013）で指摘された現行区分所有法による多数決決議の問題点を展開形ゲームでの部分ゲーム完全均衡の考えを使って論考する．

*本稿は2018年度日本経済学会春季大会（於兵庫県立大学，6月）の報告の一部である．報告は高谷が行った．報告に対する多数のコメントに感謝したい．

[1]現行法制でのマンション建て替えの現状と問題点に関しては高谷（2016），大木（2014），国土交通省（2013），不動産協会（2011），岩田 (1997)，浅見（2009），山崎（1999）などに詳述がある．

現在わが国では分譲マンション等の区分所有建築物の建て替えには 4/5 以上の賛成という絶対多数決が必要である（区分所有法 62 条）[2]．そして建て替え決議が可決した場合，決議賛成者側が反対側の区分所有者に対し，区分所有権及び敷地利用権を時価で売り渡すべきことを請求する権利がある（区分所有法 63 条 4 項）[3]．

しかし山崎・瀬下・定之（2013）は次の問題点を指摘する[4]．

（1）法律の文面上は，賛成者側から反対者側に対して区分所有権を売り渡すように請求できるとするが，実態は反対者が居住し続ける限りは建て替えは実施できないから，実質的には賛成者に買い取りを義務づけることになる．すなわち，法律の文面とは逆に，反対者が時価による買い取り補償を請求できる権利を持つのと同じである．いわば，反対することで，この「売り渡し請求権」という名の買い取り補償請求権を獲得することができる．

（2）この買取請求の価格は「時価」となっている．建て替えが決議された後では，一般にそのような区分所有権の価値も建て替え後の利益を反映して上昇してしまう．取引が実現しない状況で時価を推定することは事実上できないため，実務上は建て替え決議前の時価を前提に，建て替え後の開発利益を織り込んだ一定の補償を上乗せする形で買い取りをすることになる．

かくして 4/5 多数決は，建て替えが可決した場合には賛成側が反対側に補償金を支払うことを前提に行われることになる[5]．このような投票では，区分所有者の一部が補償金を目当てに反対に票を投じ，結果的に建て替え決議が否決されるという逆説的状況，囚人のジレンマに似た状況，が生まれる可能性がある．この状況を仮に「建て替えのパラドックス」とでも呼んでおこう．山崎・瀬下・定之（2013）はこのパラドックスの数値例を挙げている．一方，高谷（2016）はこの問題をモデル化し，補償金の有無が建て替えの可否に与える影響はないと結論している．しかしこの分析では補償金が自由に設定できる変数になっており，補償金は集合住宅市場での需給関係で決まるという先の問題点の（2）を十分考慮した形にはなっていない．また投票の均衡は同時手番のナッシュ均衡になっており，複数の投票均衡が存在し，どれが実際に起きる均衡なのかを説明できないという新しい問題を引き起こしている．均衡の中には不自然な均衡の含まれる．例えば全員が反対に投じる投票はナッシュ均衡である（自分一人が票を変えても 4/5 には届かず，建て替えは否決されたままである）．

本稿では逐次手番の投票を考え，問題を再考する．区分所有者は建て替え後の予想資産価値の高い順から順番に投票する．これは展開形ゲームであり，そこでの均衡は部分ゲーム完全均衡である．我々が

[2]区分所有法は正式には「建物の区分所有等に関する法律」という．主に一棟の建物を区分して所有権の対象とする場合の，各部分ごとの所有関係及びそのような建物およびその敷地等の共同管理について定めた法律である．幾度かの改正を経て現在では本文に記載がある通り，区分所有者の 4/5 多数決でもって建て替えが可能となった．建て替え可決後は「マンション建て替え円滑化等に関する法律」が建て替えの手続きの詳細を定めている．これら法律の詳細や運用の実態に関しては飯田・鈴木・丸山（2008），丸山（2000）を参照せよ．

[3]厳密には 63 条 4 項では，集会を招聘した主体が，建て替え決議に参加しなかった区分所有者に対して，建て替えに参加するか否かを確認したうえで，建て替え決議に賛成した区分所有者等は，建て替えに参加しない旨を回答した区分所有者（その承継人を含む）に対し、区分所有権及び敷地利用権を時価で請求することができる，とするものである．

[4]岩田（1997）は 1997 年 8 月までに建て替えられたすべてのマンションは区分所有者の全員一致によるもので，区分所有法の定める 4/5 多数決は使われていないと報告している．中川・浅田・山崎（2009），浅見・福井・山口（2012）らも山崎・瀬下・定之と同じく 4/5 多数決は賛成要件として厳しすぎることを指摘している．その他鎌田（2012）は法律の観点から区分所有法の命じる建て替え決議を批判している．

[5]多数決投票に関しては社会的選択理論において膨大な研究蓄積がある．その大部分は投票のパラドックスの研究である．古典的研究としては Black (1958), 最近の研究で重要なものとして Caplin and Nalebuff (1988) がある．本稿では選択肢は二つ（建て替えの可決・否決）であり, 投票のパラドックスは選択肢が二つの場合では起きない（Arrow 1963）．

得た結論は次の三つである．

(i) 殆ど全てのケースにおいて部分ゲーム完全均衡は一意に存在する（補題 1）[6]．

賛成票数を m とし，建て替え可決必要票数を q とする．

(ii) $m > q$ で建て替えが可決する場合，予想資産価値において序列 m 番目までの区分所有者が賛成に票を入れ，$m+1$ 番目以下は反対に票を入れている (定理 1).

(iii) $m > q$ で建て替えが可決するのは，序列 m 番目の区分所有者が補償金を負担してでも建て替えに参加する方が，自分の区分所有権を補償金込みで売却するよりよいと判断するとき，そしてその時のみである (定理 2).

高谷（2016）とは対照的に，補題 1 より部分ゲーム完全均衡は殆ど全てのケースにおいて一意に存在する．定理 1 は賛成・反対の票の構成に関して，$m > q$ で建て替えが可決する場合は序列上の跳びはないことを主張している．定理 2 は $m > q$ で建て替えが可決するための必要十分条件である．

序列 q 番目の区分所有者に関して定理 2 の条件が成り立てば，建て替えは q 票より多い賛成票で可決することになる．従って序列 q 番目の区分所有者が建て替えの成否の一つのポイントである．この条件が成り立てば，補償金目当ての反対票が出たとしても，それが建て替え否決に繋がることはない．これは建て替えのパラドックスを防ぐ一つの十分条件であり，山崎・瀬下・定之（2013）の出した問題に対して限定的ではあるが一つの解答となっている[7]．

論文の構成に関して説明する．2 節はモデルである．3 節は逐次投票を展開形ゲームの設定で定義する．部分ゲーム完全均衡を定義し，存在と一意性を示す．4 節は主要結果であり，定理 1 と 2 を証明する．5 節は結論で残された問題と予想を述べる．

2　モデル

$n(\geq 2)$ 人の区分所有者がいる．$V_0 > 0$ は現在の資産価値であり，全員共通で一定であるとする．建て替えの費用負担額は全員同じで C であり，これも一定とする．各区分所有者 i は建て替え後の自己の予想資産価値 $V_i > 0$ を持つものとする．一般性を失うことなく $V_1 \geq \cdots \geq V_n$ とおき，区分所有者 i を序列 i 位，または序列 i 位の区分所有者などと呼ぶ．

建て替え決議は q 多数決投票で議決される．q 多数決投票とは q 人以上の賛成でもって建て替え決議を可決する絶対多数決である．ここで $q \geq 1$ と仮定する．以下では簡単化のため，q 多数決を多数決と呼ぶことにする．この多数決投票で建て替えが否決された場合は現状のままであり，区分所有者の利得は全員 V_0 となる．可決になった場合は以下のとおりである．

反対票を入れた区分所有者は，自己の住居を賛成者側に売却し，更に補償金 $R > 0$ を得た上で退去する．よって反対票を入れた場合の利得は $V_0 + R$ である．現行の区分所有法では建て替え決議が可決した場合，賛成側は反対者の区分所有権の「時価での」買取を命じている．一般に建て替えが可決すると市場が反応し，区分所有権の価値は上昇する（この上昇分を R としている）[8]．従ってここでの多数決

[6]「殆ど全てのケースにおいて」の意味は後述する．

[7]山崎・瀬下・定之（2013）の建て替えのパラドックスでも区分所有者の意思決定は逐次投票の展開形ゲームのように見える．建て替え賛成に回るときの賛成者の一人当たり補償金負担額の決定は本稿のそれとは明らかに違いがある．

[8]上昇幅は資産市場での集合住宅に関する需要と供給の関係で決まり，その値は外生変数として一定であると仮定している．

ルールは建て替えが可決した場合に賛成側が反対側に補償金を支払うという条件で行われていることに等しい．これが補償金付き多数決である，という所以である．

区分所有者 i が賛成票を入れる場合，建て替え費用と補償金の支払いを負担し，建て替えに参加したうえで，V_i の資産価値を持つ新居に入居することになる[9]．賛成票の数を m とすると，i の利得は $V_i - C - \frac{(n-m)}{n} R$ となる．ここで反対者の数は $n-m$ であり，補償金の総額は $(n-m)\,R$ となる．これを賛成票を入れた区分所有者 m 人と新規入居者 $n-m$ 人の合わせて n 人で均等負担するものと仮定している．

3　部分ゲーム完全均衡

各区分所有者は 1 から n の順に順番に投票するとする[10]．区分所有者 i の行動戦略とは，区分所有者 1 から $i-1$ までの投票結果の各々に対して i に賛成か反対かを割り当てる関数である．誰が賛成・反対を入れたかは i にとっては関係がなく，ただその票数のみが関係している．よって i の行動戦略は自分より序列上位にある区分所有者の入れた賛成票数（0 から $i-1$ までの整数値）の各々に対して賛成，反対を割り当てる関数となる．i の行動戦略を σ_i と記号する．例えば $\sigma_4(0) = \sigma_4(1) =$ 反対，$\sigma_4(2) = \sigma_4(3) =$ 賛成，としよう．σ_4 は区分所有者 4 が自分より序列上位の投票者のうち賛成が 2 人以上に限って自分も賛成に入れることを示している．尚賛成・反対以外の投票，棄権・白票など，の可能性は排除する（そのために必要となる仮定を後述する）．

区分所有者 $j \neq 1$ から始まる部分投票とは，$1, ..., j-1$ までが投票をすました前提で，j から n までが逐次に票を入れる投票である[11]．$1, ..., j-1$ までの賛成票の数を $m_{j-1} (0 \leq m_{j-1} \leq j-1)$ と記号しよう．賛成票 m_{j-1} で j から n までが逐次に票を入れる投票を賛成票 m_{j-1} で j から始まる部分投票と呼ぶ．故に j から始まる部分投票は全部で j 個あることになる．尚，区分所有者 1 の部分投票は 1 から始まる投票とする．つまり投票そのものである．故に σ_1 の定義域は 0 のみからなり，$\sigma_1(0) =$ 賛成または $\sigma_1(0) =$ 反対となる．

行動戦略の組 $\sigma = (\sigma_1, ..., \sigma_n)$ を所与とする．全ての区分所有者が σ に従い投票するとは，区分所有者 1 が σ_1 の指示する票を入れ，次に区分所有者 2 が 1 の投票後に決まる 2 から始まる部分投票で σ_2 の指示する票を入れ，そして区分所有者 3 が 2 の投票後に決まる 3 から始まる部分投票で σ_3 の指示する票を入れ，以下 4 から n までがそれぞれの部分投票でそれぞれ $\sigma_4, ..., \sigma_n$ の指示する票を入れることをいう．この 1 から n までの票の流れを（σ に従う）均衡経路と呼ぶ．また区分所有者 j が賛成票 m_{j-1} で票 $\sigma_j(m_{j-1})$ を入れているとき，j はこの部分投票で σ に従い票を入れるという．

行動戦略の組が一つ定まると，建て替えの可否は決まり，各自の利得も一意に定まる．これは次のようにして確認できる．行動戦略 σ を所与とする．まず区分所有者 1 が σ_1 に従い賛成か反対かを入れる．そのどちらに投じたかに応じて区分所有者 2 が σ_2 に従い賛成か反対かに入れる．以下同様にして区分

[9] 賛成者のもう一つの選択として，建て替えた新居を転売することもある．新古物件として売り出すことであるが，ここではその可能性は排除している．

[10] 本節は展開形ゲーム理論の概念と用語を使用する．これらに関しては，ゲーム理論のテキスト, 例えば Fudenberg and Tirole (1992) 等, を参照されたい．

[11] この概念はゲーム理論でいう部分ゲームに対応している．従って用語としては部分投票ゲームというべきかもしれないが，ここではより簡潔な命名を充てた．

所有者 3 から n までが自分以前の投票で投じられた賛成票の数の応じて賛成か反対かを入れることになる．こうして行動戦略 σ に従って投票結果が定まり，それぞれの利得も一意に定まる．

以下次の仮定を置く．

仮定 1 $V_i - C - \frac{(n-q)}{n}R = V_0$ となる i は存在せず，そして任意の $m > q$ に関して $V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R = V_0 + R$ となる i も存在しない．

この仮定の下では，逐次投票において区分所有者は賛成・反対が無差別になることはなく，必ず賛成か反対かに入れることになる（棄権・白紙委任等はない）．殆ど全てのケースでこの仮定は成り立つといってよい[12]．

行動戦略 σ に従って投票した結果（誰が賛成・誰が反対に入れたか，可決か否決か，可決した場合の賛成票の数はいくらか）を σ の帰結と呼び，そして帰結において各自が受け取る利得を σ による利得と呼ぶ．

賛成票 m_{j-1} で j から始まる部分投票を考える．σ がこの部分投票でのナッシュ均衡であるとは，j から n までの任意の区分所有者 i が行動戦略を替えても i の利得は σ よりも上がらないことをいう．すなわち任意の $i (j \le i \le n)$，および任意の行動戦略 σ_i' に関して，(σ_i', σ_{-i}) での i の利得 $\le (\sigma_i, \sigma_{-i})$ での i の利得，が成り立つとき，σ はこの投票でのナッシュ均衡であるという．行動戦略の組 $\sigma = (\sigma_1, ..., \sigma_n)$ が全ての部分投票に関してナッシュ均衡であるとき，σ は部分ゲーム完全均衡という．以下では部分ゲーム完全均衡の性質に関して考察することになる．

補題 1 部分ゲーム完全均衡は一意に存在する．

証明． 行動戦略の組 $\sigma = (\sigma_1, ..., \sigma_n)$ を以下のように帰納的に定義する．

n から始まる賛成票 m_{n-1} での部分投票に関して，σ_n を

$$\sigma_n(m_{n-1}) = \begin{cases} \text{賛成} & \text{if 賛成での } n \text{ の利得} > \text{反対での } n \text{ の利得} \\ \\ \text{反対} & \text{if 賛成での } n \text{ の利得} < \text{反対での } n \text{ の利得} \end{cases}$$

と定義する．仮定 1 より等号は排除されている．

次に $n-1$ から始まる賛成票 m_{n-2} での部分投票に関して，σ_{n-1} を同じく

$$\sigma_{n-1}(m_{n-2}) = \begin{cases} \text{賛成} & \text{if 賛成での } n-1 \text{ の利得} > \text{反対での } n-1 \text{ の利得} \\ \\ \text{反対} & \text{if 賛成での } n-1 \text{ の利得} < \text{反対での } n-1 \text{ の利得} \end{cases}$$

と定義する．先と同様，仮定 1 により等号は排除されている．賛成票 m_{n-2} での部分投票で $n-1$ が賛成を選べば，それは賛成票 $m_{n-2}+1$ での n から始まる部分投票となり，その時に n が入れる票は σ_n で定義している．同じく賛成票 m_{n-2} での部分投票で $n-1$ が反対を選べば，それは賛成票 m_{n-2} での n

[12] 数学的に表現すると以下のとおりである．C, R, V_0 が外生的に与えられているとして，集合 $\{(V_1, ..., V_n)$: 全ての i に関して $V_i > 0$ で，ある i に関して仮定を満たさない $\}$ をとると，この集合は n 次元ユークリッド空間上で明らかにその閉包の内部が空（nowhere dense）である．仮定 1 を満たさない $(V_1, ..., V_n)$ の集合はこの意味で無視できるほど小さい．故に任意に与えられた $V_1, ..., V_n$ がこの集合に属すことは殆どありえないこととなる．

から始まる部分投票となり，その時に n が入れる票は σ_n で定義している．賛成・反対どちらを選んでも $n-1$ の利得は確定するので，その大小に応じて，$n-1$ は賛成票 m_{n-2} での部分投票での票を決定できる．これが $\sigma_{n-1}(m_{n-2})$ である．

以下同様にして区分所有者 $n-2, n-3, ..., 1$ までの行動戦略 $\sigma_{n-2}, \sigma_{n-3}, ..., \sigma_1$ を順次に定義する．この組 $\sigma = (\sigma_1, ..., \sigma_n)$ が部分ゲーム完全均衡であること，およびその一意性は明らかである．■

留意点 1 仮定 *1* がなければ一意性は成立しない．例として $n=3$，$q=2$ とし，

$$V_i - C - \frac{2}{3}R > V_0 + R(i = 1, 2),$$

$$V_3 - C - \frac{1}{3}R < V_0 < V_3 - C = V_0 + R$$

としよう．σ_1, σ_2 は常に賛成に入れ，σ_3 は賛成票が *2* 票の部分投票に限って賛成とするとしよう．組 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ は部分ゲーム完全均衡である．一方 τ_3 は常に反対として，組 $(\sigma_1, \sigma_2, \tau_3)$ を作るとこれも部分ゲーム完全均衡となる．どちらに従っても建て替えは可決だが 1 と 2 の利得は $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ の方が高い．

4　主要結果

定理 1 σ は部分ゲーム完全均衡とし，建て替え可決であるとする．均衡での賛成票数を m とする．$m > q$ ならば序列 m までの区分所有者は賛成，それより下位の区分所有者は反対に票を入れている．

証明. σ に従って賛成票を入れている区分所有者の中で序列最下位を k とする．賛成票 $m-1$ で区分所有者 k から始まる部分投票を考える．k が賛成・反対を入れた時の k の利得は次の表の通りである．

	k が賛成	k が反対
k の利得	$V_k - C - \frac{(n-m)}{n}R$	$V_0 + R$

以下表を説明する．k が賛成を入れた場合は σ の均衡経路を辿る．k の定義より，k より序列下位は全員 σ に従い反対を入れている．よって k の利得は表のとおりである．k が反対に入れた場合，$m > q$ なので建て替えは可決し，k の利得は $V_0 + R$ である．

さて k は σ に従い賛成に票を入れたので

$$(1) \quad V_k - C - \frac{(n-m)}{n}R > V_0 + R$$

である．

次に賛成票 $m-1$ で区分所有者 m から始まる部分投票を考える．m が賛成・反対に入れた時の m の利得は次の表に纏められる．

	m が賛成	m が反対
m の利得	$V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R$ 以上	$V_0 + R$

以下表を説明する．m が賛成であれば，少なくとも賛成票 m で建て替えが可決する．これ以降の部分投票で賛成者はさらに増えるかもしれない．よって m の利得は $V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R$ 以上である．$m > q$ なので反対しても建て替えは可決である．よって m が反対したときの m の利得は $V_0 + R$ である．

さて $m \leq k$ なので $V_m \geq V_k$ であり，故に $V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R \geq V_k - C - \frac{(n-m)}{n}R$ である．これと（1）より $V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R > V_0 + R$ である．よって m は「賛成票 $m-1$ で区分所有者 m から始まる部分投票」で賛成に入れる．

次に賛成票 $m-2$ で区分所有者 $m-1$ から始まる部分投票を考える．$m-1$ が賛成・反対に入れた時の $m-1$ の利得は次の表で纏められる．

	$m-1$ が賛成	$m-1$ が反対
$m-1$ の利得	$V_{m-1} - C - \frac{(n-m)}{n}R$ 以上	$V_0 + R$ 以下

以下表を説明する．$m-1$ が賛成であれば,「賛成票 $m-1$ で区分所有者 m から始まる部分投票」に繋がり，その利得は先の表から引き出せる．反対した場合は最大で $V_0 + R$ である．

さて $m-1 \leq k$ なので $V_{m-1} \geq V_k$ であり，故に $V_{m-1} - C - \frac{(n-m)}{n}R \geq V_k - C - \frac{(n-m)}{n}R$ である．これと（1）より $V_{m-1} - C - \frac{(n-m)}{n}R > V_0 + R$ である．よって $m-1$ は「賛成票 $m-2$ で区分所有者 $m-1$ から始まる部分投票」で賛成に入れる．

以下同様にして区分所有者 $i = 1, ..., m$ に関して,「賛成票 $i-1$ での i から始まる部分投票」で i は賛成に入れることが分かる:この部分投票で i が賛成・反対に入れた時の i の利得は次の表で与えられる．

	i が賛成	i が反対
i の利得	$V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R$ 以上	$V_0 + R$ 以下

i が賛成であれば,「賛成票 i で区分所有者 $i+1$ から始まる部分投票」に繋がり，それ以下の部分投票に繋がる．その利得は表のとおりである．さて $i \leq k$ なので $V_i \geq V_k$ であり，故に $V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R \geq V_k - C - \frac{(n-m)}{n}R$ である．これと（1）より $V_i - C - \frac{(n-m)}{n}R > V_0 + R$ である．よって i は「賛成票 $i-1$ で区分所有者 i から始まる部分投票」で賛成に入れる．

従って，σ に従えば 1 から m までが賛成となり，これは $m = k$ を意味し，所望の結果を得る．■

定理 2 部分ゲーム完全均衡に従って建て替えが可決し，その時の賛成票数が q より大であるための必要十分条件は

$$V_k - C - \frac{(n-k)}{n}R > V_0 + R$$

を満たす $k > q$ が存在することである．

証明. (必要性)　部分ゲーム完全均衡 σ に従ったときの賛成票数を m とすると，$m > q$ である．故に定理 1 より，σ に従えば区分所有者 m は賛成票 $m-1$ での m から始まる部分投票で賛成に入れていることになる．この部分投票で m が賛成・反対に入れた時の利得は次の表のとおりである．

	m が賛成	m が反対
m の利得	$V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R$	$V_0 + R$

定理 1 より m が賛成に入れれば，σ の均衡経路を辿り，$m+1$ 以下は全員反対に入れる．よって m の利得は表のとおりである．m が反対に入れれば，$m > q$ より建て替えは可決し，m の利得は表のとおりとなる．

さて m は賛成に入れるので $V_m - C - \frac{(n-m)}{n}R > V_0 + R$ であり，この m を求める k とすればよい．

（十分性）行動戦略の組 σ を補題1の通り定義する．補題1により，σ は部分ゲーム完全均衡である．定理2の条件が成り立つとき，σ に従って投票し，建て替えが可決することを示せばよい．定理2の条件を満たす k の中で最大になるものをとる．一般性を失うことなく，これを k としよう．

定義から明らかなように，任意の $k' > k$ に関しては $V_{k'} - C - \frac{(n-k')}{n}R \leq V_0 + R$ である[13]．k に関して，次の事実を証明する．

（1）　$k > q$ であるとする．このとき任意の $k' > k$ に関して，k' は賛成票 $m \geq q$ で k' から始まる全ての部分投票において反対を投じる．

（1）の証明:　k' として $k+1, ..., n$ が取れる．まず n について証明する．賛成票 $n-1$ で n から始まる部分投票を考える．n が賛成・反対に入れた時の n の利得は次の表のとおりである．

	n が賛成	n が反対
n の利得	$V_n - C - \frac{(n-n)}{n}R$	$V_0 + R$

さて $V_n - C - \frac{(n-n)}{n}R \leq V_0 + R$ なので，n は反対に入れる．任意の賛成票 $m(q \leq m)$ での部分投票においても n は賛成すれば利得は最大で $V_n - C - \frac{(n-n)}{n}R$ であるので反対に入れる．以上で n に関しては（1）は証明できた．

次に $n-1$ について証明する．賛成票 $n-2$ で $n-1$ から始まる部分投票を考える．$n-1$ が賛成・反対に入れた時の $n-1$ の利得は次の表のとおりである．

	$n-1$ が賛成	$n-1$ が反対
$n-1$ の利得	$V_{n-1} - C - \frac{(n-(n-1))}{n}R$	$V_0 + R$

$n-1$ が賛成すれば賛成票 $n-1$ で n から始まる部分投票に繋がる．先に示した通り，n は反対に入れるので利得は表のとおりである．さて $V_{n-1} - C - \frac{(n-(n-1))}{n}R \leq V_0 + R$ なので，$n-1$ は反対に入れる．賛成票 $m(q \leq m)$ での部分投票においても $n-1$ は賛成すれば利得は最大で $V_{n-1} - C - \frac{(n-(n-1))}{n}R$ であるので反対に入れる．以上で $n-1$ に関しては（1）は証明できた．以下同じ手順で $k+1, ..., n$ のすべてが反対に入れることが分かる．以上で（1）の証明は完了する．

さて証明に戻る．賛成票 $k-1$ で k から始まる部分投票を考える．k が賛成・反対に投じた場合での k の利得は以下の表のとおりである．

	k が賛成	k が反対
k の利得	$V_k - C - \frac{(n-k)}{n}R$	$V_0 + R$

以下表を説明する．k が賛成のとき，賛成票 k での $k+1$ から始まる部分投票に繋がる．（1）より $k+1$ 以下は全て反対に投じるので，k の利得は表のとおりとなる．k が反対しても建て替えは可決なので，k の利得は表のとおりである．さて定理2の条件では k は賛成に投じる．

次に賛成票 $k-2$ で $k-1$ から始まる部分投票を考える．$k-1$ が賛成・反対に投じた場合での $k-1$ の利得は以下の表のとおりである．

	$k-1$ が賛成	$k-1$ が反対
$k-1$ の利得	$V_{k-1} - C - \frac{(n-k)}{n}R$	$V_0 + R$ 以下

[13]仮定1よりこの不等号は厳密な形で成り立つ．

以下表を説明する．$k-1$ が賛成のとき，賛成票 $k-1$ で k から始まる部分投票に繋がり，先に示した通りで $k-1$ の利得は表のとおりとなる．$k-1$ が反対のときは明らかである．さて定理 2 の条件では $V_{k-1}-C-\frac{(n-k)}{n}R > V_0+R$ なので，$k-1$ は賛成に入れる．以下同様にして区分所有者 1 から k までは σ に従い賛成に入れ，建て替えは可決される．以上で証明は完了した．■

留意点 2 必要性の証明の部分でわかるように，賛成票数 m は $V_k-C-\frac{(n-k)}{n}R > V_0+R$ を満たす $k > q$ のなかで最大の k である．

5 結論

本稿で得られた結果は幾つかの点で部分的な考察に留まる．以下残された問題を三つ列記し，結論としたい．

1. 賛成票数 m が丁度可決必要票数 q に等しい場合に関して．

この場合定理 1 は成立しない可能性がある．補償金目当てに序列上の区分所有者が反対に投じ，下位の区分所有者たちは賛成しないと建て替えが可決しないので，賛成に票を投じるという逆転が起こりうる．逐次投票での投票の順番が大きく関係してくるであろう．賛成・反対に関するどのような階層秩序が成立するかを考察しなければならない．また必要十分条件も「定理 2 の条件または $V_q-C-\frac{(n-q)}{n}R > V_0$ が成り立つ」となるものと予想する．

2. 仮定 1 の棄却に関して．

仮定 1 を棄却すると部分ゲーム完全均衡の一意性は崩れる．しかし建て替え可決と否決の二通りの部分ゲーム完全均衡が同居することはありえないと予想できる．複数均衡が成立しても，違いは賛成票数のみであり，建て替えの可否に違いがあるとは考えれない．一方利得は均衡に応じて変わってくるであろう．また本稿での主要結果はそのまま成立すると予想できる．

3. 建て替えのパラドックスに関して．

全ての区分所有者 i に関して $V_i-C > V_0$ であれば，建て替え決議を可決したほうが全員にとってよいことになる．このようなパレート改善を補償金付き多数決が実現できるとき，そしてその時に限って建て替えのパラドックスが起きないこととなる．定理 2 の条件が成り立てば，建て替えのパラドックスは起きないが，これは十分条件を一つ与えているに過ぎない．パラドックス解消の必要十分条件はまだ未解決である[14]．

参考文献

[1] 浅見泰司 (2009) 「合意形成要件の最適化：マンション建替え決議を例として」『都市住宅学』64 号 winter,pp.137-143.

[2] 浅見泰司・福井秀夫・山口幹幸 (2012) 『マンション建替え老朽化にどう備えるか』日本評論社.

[14] もちろん補償金 R を十分小さく取れれば常に q 以上の賛成で建て替えを可決することはできる．しかし補償金 R は建て替え可決による区分所有権の価値の上昇であることを考えれば，これは操作可能な変数ではない．

[3] 飯田太郎・鈴木啓之・丸山英気 (2008) 『マンション建替え物語—上作延第三住宅における 10 のポイント』 鹿島出版会.

[4] 岩田規久男 (1997) 「マンションの法と経済分析」岩田規久男・八田達夫編『住宅の経済学』日本経済新聞社.

[5] 大木祐吾 (2014) 『マンション再生』 プログレス.

[6] 鎌野邦樹 (2012) 「マンション法の課題と将来の展望」『信州大学法学論集』18,pp.157-166.

[7] 国土交通省 (2013) 『老朽化マンション等の促進について』
http://www8.cao.go.jp/kisei-kaikaku/kaigi/meeting/2013/committee2/131024/item1- 1.pdf.

[8] 社団法人 不動産協会 (2011) 『マンション建替え促進方策に関する研究報告書』

[9] 高谷真城（2016） マンション建て替え決議における補償金の影響 関西大学経済論集 第 66 巻 2 号，pp115-126.

[10] 中川雅之・浅田義久・山崎福寿 (2009) 「マンション建替えインセンティブの実験経済による分析」『日本大学経済学部経済科学研究所』 WorkingPaperSeries 2.

[11] 丸山英気 (2000) 『マンション建替えと法』日本評論社.

[12] 山崎福寿 (1999) 『土地と住宅市場の経済分析』東京大学出版会.

[13] 山崎福寿・瀬下博之・定之泰甫 (2013) 「マンション建替え決議についての理論と実証」 『上智経済論集』 第 58 巻 第 1・2 号,pp.7-21.

[14] Arrow, K.J. (1963) Social Choice and Individual Values, Second ed., New York: John Wiley&Suns (長名寛明訳『社会的選択と個人的評価』 日本経済新聞社 昭和 52 年)

[15] Black, D. (2011[1958]) The Theory of Committees and Elections, Cambridge University Press

[16] Caplin, A. and B.Nalebuff (1988) On 64%-Majority Rule, Econometrica, 56, pp.787-814.

[17] Fudenberg, D. and J. Tilole (1992) Game Theory, The MIT Press.