

研究ノート

ピグーの定理

—「マクロ経済学」覚え書—

堀 江 義

要 旨

パティンキンの命名による「ピグーの定理」というものがあつた。それは、「ピグー効果」（または実質残高効果）を仮定すれば、完全競争市場での賃金・物価の伸縮性の下で自動的に完全雇用が達成される、という命題である。本論はピグーの定理が論証できるかどうかを検討したものである。

古典派経済学は、「ピグーの定理」を保証するものである。ピグーはこれを長期分析の枠組みの中で論証しようと試みたが、パティンキンは、それを短期分析にも応用できるものと考えた。しかし、パティンキンのモデルは古典派固有のそれであるとは言い難い。

他方、ピグー自身は定常状態を前提に、いわゆる実質残高効果を仮定することによって確かに「ピグーの定理」を論証したかに見えるが、実質残高効果を認めただけでは完全雇用は達成されない。貨幣需要関数もまた実質残高効果と同様に重要な役割をはたす。しかも、それでも完全雇用の自動的な達成は保証されるものではない。

キーワード：ピグー効果；ピグーの定理；パティンキン；定常状態

経済学文献季報分類番号：02-40；02-41

1. はじめに

W. フェルナーによる1960年の出版になる『近代経済分析』という著書があつた。この書は、当時、アメリカの大学生のための教科書であつた。この本の第1部には、古代から近代に至るまでの経済思想史の概略が述べられていて、私はこの本が気に入つてゐた。この本の第2部は古典派の解説が中心であつた。その中の第8章は「セイの法則と完全雇用の問題」というタイトルで、そこにおいてフェルナーはパティンキン（[8]）の内容を紹介し、実質残高効果が働けば完全雇用が実現しうることを解説している。

「ピグーとパティンキンが示したのは、賃金および物価の無制限の伸縮性の場合において

は完全利用にとって十分な需要にむかう傾向が、たとえ拡張的な貨幣政策ないし財政政策がなくても、自動的に貫徹するということである。」([2], 訳本; pp.105-6)

そのパティンキンとピグーの1943年の論文([10])を基にしている。そこにおいてピグーは、「ピグー効果」を導入することによって完全雇用均衡が必然的に成立することを証明したはずであった。これが「ピグーの定理」である。ただし、もう少し厳密に言えば、ピグーは長期の均衡を前提にしているのに対して、パティンキンはピグーの手法を短期分析にも援用できるものとして論じているという違いはある。

はたしてフェルナーが述べるように「ピグーの定理」は論証されたと言えるのかどうか。それを確かめることが本論の目的である。

2. 古典派経済学

それでは、古典派経済学とはどのような理論体系であるのか。これに関しても、L.クライン([6])やF.モジリアニ([7])など、いくつかの代表的な業績があるが、本論の目的に即した観点から見ればR.アレン([1])が便利であるので、それを古典派体系として第1表に掲げておく。念のために記すならば、ケインズ自身は古典派の第1公準および第2公準を満たす体系を古典派と見なしているわけであるから、第1表の労働市場における(4)および(5)式が古典派の根幹を示すものである。

なお、同表に現れる諸記号は、本論を通じて用いられるので、それらの記号の意味をここで説明しておこう。

Y : 生産量 (実質国民所得)、 N : 雇用量 (=労働需要量)、 w : 実質賃金率、
 P : 物価水準、 I : 実質投資、 S : 実質貯蓄、
 r : 名目利子率、 M : 貨幣供給額、 k : マーシャルのk、
 N^s : 労働供給量

第1表 古典派体系

商品市場	貨幣市場	労働市場
(1) $I(r) = S(Y)$	(2) $M = kPY$	(3) $Y = F(N)$ (4) $F'(N) = w$ (5) $N^s(w) = N$

上表の(1)は商品市場の均衡を、(2)は貨幣市場の均衡を表す。(3)は生産関数を表し、(4)は労働需要関数を意味する。ただし $F' > 0$, $F'' < 0$ と仮定する。また、(5)は労働市場の均衡条件であるが、 N^s は w の増加関数であると仮定している。

上の5個の連立方程式において、既知数は k および M であり、未知数は r , Y , P , w お

よび N の 5 個である。未知数の数と方程式の数が等しいというだけでは解の存在を証明したことにならないが、少なくとも労働市場だけに限定すれば、3 個の式と 3 個の未知数とから解の存在を示すことができる。その解の一つを $Y = Y^*$ とすれば、 Y^* は完全雇用に対応する産出量である。

すなわち、商品市場および貨幣市場とは独立に労働市場のみにおいて完全雇用が達成される。ケインズも言うように、このことに論理的な誤りはない。これが古典派である。それなら、商品市場と貨幣市場とでは何が決定されるか。

ピグーの分析でしばしば見られるのは、商品市場あるいは貨幣市場において「 Y は定数であると仮定しよう」という手法である。こういう手法が採られるのは、古典派においては「労働市場において、すでに実質賃金率、雇用および生産量が決定されたものとしよう」と仮定することと同じ意味である。たとえば、Klein ([6], p.84) はこの点を詳しく説明している。いま、貨幣市場を見るならば、 Y が定数なら、(2) より P が決定されることがわかる。従って、貨幣市場においては物価が決定される仕組みであることがわかる。それでは商品市場はどうか。これについては次の節において述べる。

3. ピグーの定理

もう一度、(1) 式を見るならば、 Y が与えられるなら r が決定されることがわかる。従って、第 1 表の古典派体系には解が存在することがわかった。しかし、(1) によって決定された r が正值であることはまだ保証されない。この点が古典派体系の難点であった。

ピグーは前述の論文において、貯蓄 S の説明要因として利子率 r 、所得 Y の他に実質貨幣残高 (M/P) を新たに加えた。即ち、

$$(6) S = S(r, Y, m); \quad \text{ただし } m = M/P$$

である。同時に $\partial S / \partial m = S_m < 0$ という仮定を加えた。なお、下付きの添え字は、その文字による偏微分係数を表す (以下においても、特に説明のない限り、同じ意味である)。この S_m がパティンキンによって命名された「ピグー効果」である。

ところでピグーは、すでに触れたように (6) 式を長期分析に適用しているのであるが、パティンキンは上の (6) 式を短期分析にも当てはめるとしてしている。具体的にパティンキンはどのようにしたのか。まず (1) 式の代わりに

$$(1') I(r, Y) = S(r, Y, P); \quad I_r < 0, I_Y > 0, S_r > 0, S_Y > 0, S_P > 0 \cdots \text{IS 曲線}$$

とした。さらに、もうひとつ重要な置き換えとして、貨幣市場においては (2) 式の代わりに

$$(7) M = L(r, Y, P); \quad L_r < 0, L_Y > 0, L_P > 0 \cdots \text{LM 曲線}$$

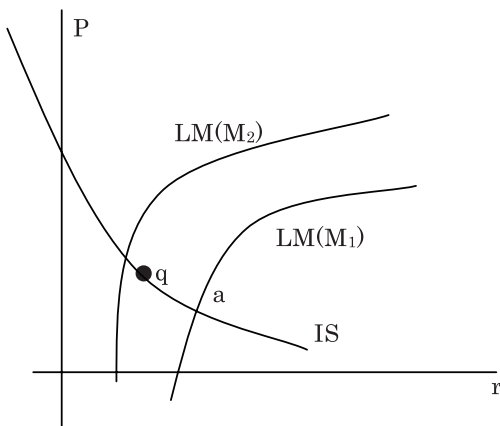
を用いた。

いま、上の二つの式を全微分すれば、

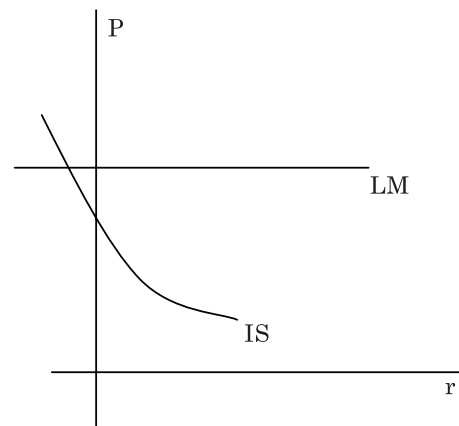
$$(8) I_r dr + I_Y dY = S_r dr + S_Y dY + S_P dP$$

$$(9) dM = L_r dr + L_Y dY + L_P dP$$

がえられるから、 P と r を軸とする座標に二つの曲線を描くならば、第1図のようになる。この図は、従来の「産出量と利子率」の関係を表すIS-LM曲線に対して、「価格と利子率」の関係を表すIS-LM曲線とも言うべきものである。そこにおいて、IS曲線およびLM曲線の傾きはそれぞれ、 $\partial P/\partial r = (I_r - S_r)/S_p < 0$ 、 $\partial P/\partial r = -L_r/L_p > 0$ である。同図においてはLM曲線が2本描かれている。一つは貨幣供給額が M_1 の場合、もう一つは M_2 の場合である。ここでは $M_2 > M_1$ としている。一般的に言えば、確かに、この場合には Y を定数として、 r と P の正値解がえられるであろう。それが図の a 点である。



第1図 $r > 0$ の場合



第2図 $r < 0$ の場合

ということは、 $\{(1'), (7), (3), (4), (5)\}$ の連立方程式体系で表された「古典派」体系は必然的に完全雇用をもたらす、ということになる。この命題が「ピグーの定理」である。なお、注記すれば、(1') において $I(r, Y)$ の代わりに $I(r)$ としても、この命題の当否には影響しない。

しかし、ここに示されたパティンキンによる「短期の」マクロ経済モデルは古典派のそれとっていいのであろうか。もしそうであるなら、貨幣市場については(2)式を用いてもいいはずである。しかし、(1)式における $S(Y)$ の代わりに(6)式を用いて、あとは(2)～(5)式を用いた場合には、たとえば第2図のような場合も生じうるので、「 $r > 0$ 」という解は必ずしも保証されない。言い換えれば、ピグー効果を認めるだけでは古典派のモデル

において完全雇用均衡は必ずしも達成されない、ということである。完全雇用達成のためには、ピグー効果と同等の重要さで流動性関数も役割をはたしている。パティンキンのモデルは古典派の労働市場とケインズの流動性関数との混合モデルと言うべきだろう。

4. その他の疑問点

前節の第1図に関しては、まだ留意すべきことが残されている。通常のIS-LM分析においては触れられることはないが、同図のIS曲線上の異なる点に対応して投資 $I (= S)$ の大きさも異なる。そして左上方の点における I の大きさは右下方の点のそれよりも値が大きい。即ち、右下になればなる程、 I の値は小さい。そこで、たとえば図の q 点において $I = 0$ であるとすれば、ISと $LM (M_1)$ との交点 a において I は負の値をとることになる。この点をも考慮に入れるなら、ピグーの定理はまた根拠があやしくなる。

ただし、この場合は問題を容易に解決する手段がある。貨幣供給額を一定にすることを前提にするピグーにとっては恐らく不愉快な手段ではあろうけれども、貨幣供給額を増加させることである。そうすれば、LM曲線は上方にシフトして、たとえば $LM (M_2)$ のようになる。その結果、 q 点より左の領域でIS曲線と交差することになる。

さらに分析を進めて、ピグー効果の代わりにフィッシャー効果を導入したら、結論はどうか。これについてはトービン ([16]) の解説を要約しよう。

「大恐慌初期に、もう一人の偉大な経済学者アービング・フィッシャーは、ピグーとは全く反対の診断に到達した。フィッシャーは、デフレーションではなく、リフレーション [物価引き上げ] が救済方法であると考えた。彼はより低い価格によって債務者 — 会社、事業主、自家居住者、農民 — の負担が増大したことに困惑していた。」 ([16], pp.23-24)

ひとつの国には債務者と債権者とが併存しているのが常態であるが、物価の上昇は債権者にとっては消費の抑制効果 (ピグー効果) を持つかもしれないが、債務者の消費を刺激する効果を持つであろう。これがフィッシャー効果である。そこで、債権者と債務者とのそれぞれの (資産あるいは現在所得からの) 限界消費性向を考えると、債務者のそれの方が大きいのが普通である。そうであれば、ひとつの国全体としては、(6) 式における貯蓄 S_m は、 $S_m > 0$ と見なしてよい。トービンはこれを「逆のピグー効果」とも呼んでいる。 S_m の符号がマイナスならピグー効果、プラスならフィッシャー効果というわけである。

なお、フィッシャー効果のあるときは、すでに示した図におけるIS曲線の傾きはプラスになるので、LM曲線との交点が存在する場合もあるが、存在しない場合もあるだろう。

5. 古典派「定常状態」

前節までは議論の範囲を短期分析に限定した。しかるにピグー自身は長期均衡状態を想定してモデルを設定しているので、本節においては、ピグー ([10]) のモデルを対象にして考察を進めよう。

まず、ピグーに基づけば、長期均衡状態 (long-period flow equilibrium) というのは経済が定常状態にあることと同じである。そこでは、新しい発明や技術変化はなく、人口の変動もない。短期均衡の条件も全て満たされている。そして、投資は (従って貯蓄も) ゼロである ([12], p.123)。これらの条件を下記のように (イ) ~ (ニ) として一括して掲げておこう。上の諸仮定のうち、(ロ) は貯蓄関数であり、(ハ) は投資関数である。そこにおいて K は資本ストックを表す。(ニ) はすでに第2節において述べたように、生産量が完全雇用水準で一定であることを意味している。これはまた短期均衡が成立しているという意味でもある。

(イ) 人口は一定、技術進歩はない。

(ロ) $S(K, r, Y, m) = 0$; $m = M/P$, $S_K < 0$, $S_r < 0$, $S_Y > 0$, $S_m < 0$

(ハ) $I(K, r) = 0$; $I_K < 0$, $I_r < 0$

(ニ) $Y = Y^*$

(ホ) $M = kPY$; $r = g(k)$, $g' < 0$; $k \rightarrow +\infty$ のとき $g(k) \rightarrow 0$

仮定 (ホ) は、マーシャルの k が利子率 r の関数であることを意味する。その理由についての詳細はピグーの 1941 年の著書 ([12], pp.60-61) に述べられているが、この仮定は (ロ) と同等の重要性を持っている。そのことについては後に述べることにしよう。

以上のような仮定の下で、ピグーのモデルは次の 4 個の式によって表される。

$$(10) \quad I(K, r) = 0$$

$$(11) \quad S(K, r, Y, m) = 0$$

$$(12) \quad Y = Y^*$$

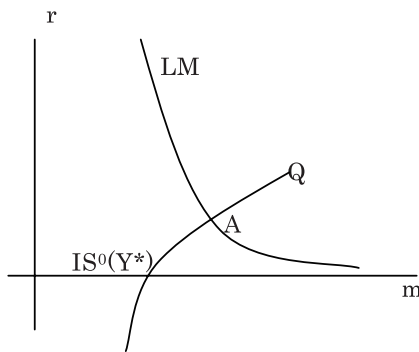
$$(13) \quad r = g(k)$$

ただし、 $m = M/P$ 、 $k = m/Y$ である。これらのうち (10) ~ (12) は (ロ) ~ (ニ) に対応し、(13) は (ホ) に対応する。ここでは K , r , Y , m , k および P が未知数であり、 M は既知数 (外生変数) である。

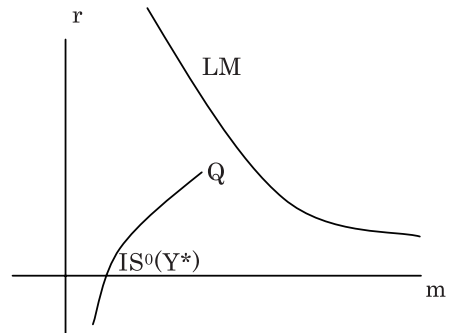
6. 解の存在

上の連立方程式に正值の解が存在するならば、ピグーの定理は論証されたことになるが、ここでは要点のみを取り上げて説明しよう。

まず、(10) および (11) において $I=S$ とおこなうと、これは (K を任意の正值の定数とする) 短期の IS 曲線を表す。さらに $I = S = 0$ とするならば、(10) ~ (12) により、 K が消去され、 Y が定数 (Y^*) であるから、 r と m の関係がえられる。それを図示したものが第 3 図の $IS^0(Y^*)$ 曲線である (この曲線の導出法については堀江 [17] に示されている)。この曲線上の任意の点において $I = S = 0$ である。また、この曲線は右上方に端点 (Q) を持つことに特徴がある。それは $0 \leq K$ という条件に則したものである。他方、(13) は (ホ) の仮定を満たすならば、同図の LM 曲線のような形状を持つ。従って、両曲線の交点 A が解を表す。



第 3 図 解が存在する



第 4 図 解が存在しない

以上の限りにおいて、ピグーの定理は証明されたかに見える。しかし、より注意してみれば、二つの曲線が必ず交点を持つとは限らないことがわかる。たとえば、 $IS^0(Y^*)$ の一方の端点 Q が LM 曲線の下方に位置する場合も考えられる。それが第 4 図の場合である。

7. マーシャルの k

もうひとつ検討すべきことは LM 曲線の形状についてである。LM 曲線が第 3 図のようになるのは、仮定 (ホ) によっている。この仮定は古典派の主張であったはずの (2) に比して余りにも違いが大きい。特に、「 $r \rightarrow 0$ の時に $k \rightarrow +\infty$ 」という仮定は、解の存在にとって決定的に重要であるが、この仮定の根拠については詳しい説明はない。

そこで、試みに歴史上の k の値を調べてみよう。A. H. ハンセン ([3]) によると、アメ

リカの 20 世紀前半の場合であれば、 k の値は $0.5 < k < 0.9$ である (第 2 表)。インターネットを利用して 2010 年のアメリカの貨幣供給額と名目 GDP のデータをもとに k を計算すれば、0.6 ぐらいの値になる。ゼロ金利時代と言われる現在においてさえ、アメリカの k は 1 より小さい。なお、アメリカについては貨幣供給額は M_2 である。また 2007 年度の日本の場合は 1.42 ($M = M_2 + CD$: 2008 年 3 月の値) というところである。

第 2 表 アメリカにおけるマーシャルの k

年	k	年	k	年	k	年	k	年	k
1800	0.05	1850	0.15	1900	0.51	1925	0.65	1947	0.86
1810	0.08	1860	0.15	1905	0.57	1930	0.72		
1820	0.10	1870	0.19	1910	0.56	1935	0.86		
1830	0.12	1880	0.37	1915	0.56	1940	0.82		
1840	0.15	1890	0.48	1920	0.57	1945	0.75		

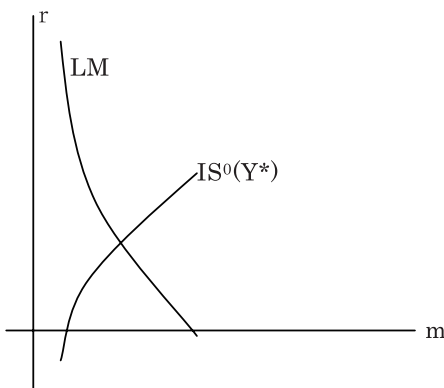
出所 : A. H. Hansen [3] , p.4

いずれにしても現実に照らして (ホ) は極端であり、結論に都合のよい仮定を設定したかの印象を与える。そこで、この仮定を

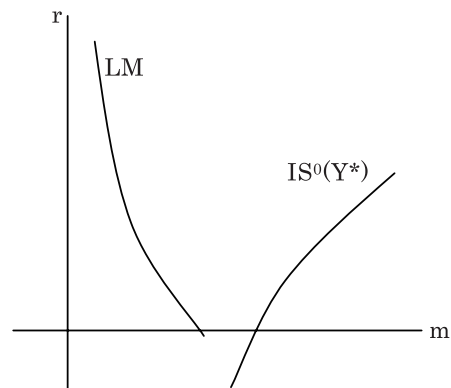
$$(へ) M = kPY; r = g(k), g' < 0, \lim_{r \rightarrow 0} (k) = a < +\infty$$

と変えてみよう。そうすると、第 5 図、第 6 図がえられる。 k の変動の範囲が小さければ、それだけ解の存在の可能性も小さくなる。

ここでも念のために注釈をつける。(へ) において「 $r \rightarrow 0$ のとき、 $k \rightarrow a$ 」としたのは



第 5 図 解が存在する場合



第 6 図 解が存在しない場合

(ホ)において「 $k \rightarrow +\infty$ のとき、 $r \rightarrow 0$ 」としたピグーの仮定と因果関係が逆ではないか、との疑問があるかもしれない。しかし、 r と k とは関数関係であって因果関係ではない。実際、ピグー ([13], pp.60-61) は、1937年の時点においては貨幣の流通速度 $V (= 1/k)$ を利子率と労働分配率との関数として表している。恐らくは「定常状態」の下では分配率も不変と見なして、[10] においては労働分配率を省略したものであろう。

8. 結論

1941年の『雇用と均衡』においてピグーは次のように記している。なお、この書については鈴木諒一訳の日本語版があるようではあるが、まだ実物を確かめていないので、原著のまま引用する。

What, then, is the classical view? It is, in its most rigorous form, that full employment does, indeed, not always exist, but always *tends* to be established ([12], p.86. イタリックはピグーによる。)

このように記したというだけでは、著者ピグーが古典派に属するとは断定できないが、1943年のピグーは、定常状態という前提を設定することによって上の古典派の見解を論証しようと試みたわけであり、そして論証したと思ったに違いない。その論証の手掛かりとなったものが「ピグー効果」であった。

この定常状態については、従来のIS-LM分析が応用できる。それによれば、「利子率 >0 」という結論は導ける。しかし、「 $I = S < 0$ 」という可能性は排除できない。そして、場合によってはISとLMとの交点も存在しないかもしれない。

かくして本論の結論として言えば、ピグーの定理は論証されない。また、ピグー効果はピグーの定理が成立するための必要条件でも十分条件でもない。従って、古典派の枠組みとは別個にピグー効果の意味を考えるなら、その大きさは物価変動による有効需要の増加（または減少）の大きさを表す、ということになるだろう。

9. おわりに

ピグーの論文からちょうど半世紀が経過した1993年、J.E. スティグリッツは『マクロ経済学』を著しているが、そこでは実質残高効果はどのように取扱われているだろうか。

「今日では、ほとんどの経済学者は、この実質残高効果は存在したとしても、ごく小さなものであると考えている。各種の推定によっても、総実質資産が10%の上昇を示したとし

でも、消費は約0.6%増加するにすぎない。・・・1930年代の大恐慌期には、物価水準は3分の1ほど下落したが、消費の増加はせいぜい0.5%にとどまるものであり、経済を苦境から救ううえではけっして十分なものではなかった。」([14], p.320)

即ち、完全雇用との関係は全く触れられず、単に量的な大きさとしてのピグー効果が述べられているにすぎないことがわかる。かつてのケインズとピグーとの論争は、振り出しに戻った観がしないでもない。

参考文献

- [1] Allen, R. G. D.(1967), *Macro-economic Theory*, Macmillan, 1967
- [2] Fellner, W.(1960), *Modern Economic Analysis*, McGraw-Hill, 1960. (松代和郎訳『近代経済分析』創文社、1965)
- [3] Hansen, A. H.(1949), *Monetary Theory and Fiscal Policy*, McGraw-Hill, 1949.
- [4] ——— (1941), *Fiscal Policy and Business Cycles*, W. W. Norton & Company, 1941
- [5] Kalecki, M.(1944), "Professor Pigou on 'The Classical Stationary State' A Comment", *Economic Journal*, 54, 131-32, 1944.
- [6] Klein, L. R.(1966), *The Keynesian Revolution*, 2nd ed., Macmillan, 1966.
- [7] Modigliani, F.(1944), "Liquidity Preference and the Theory of Interest and Money", *Econometrica*, 1944.
- [8] Patinkin, D.(1948), "Price Flexibility and Full Employment", *American Economic Review*, 38, 543-64, 1948.
- [9] Pigou, A. C.(1935), *The Economics of Stationary States*, Macmillan, 1935
- [10] ——— (1943), The Classical Stationary State, *Economic Journal*, 53, 343-51, 1943.
- [11] ——— (1947), "Economic Progress in a Stable Environment", *Economica*, 14, 180-88, 1947.
- [12] ——— (1941), *Employment and Equilibrium*, Macmillan, 2nd ed., 1949 (1st ed., 1941), Ch.1-9.
- [13] ——— (1937), "Real and Money Wage Rates in Relation to Unemployment", *Economic Journal*, 47, 404-22, 1937.
- [14] Stiglitz, J. E.(1993), *Economics*, W. W. Norton, 1993. (藪下史郎ほか訳『スティグリッツ マクロ経済学』東洋経済新報社、1995)
- [15] Taussig, F. W.(1987), "Stationary State", *The New Palgrave A Dictionary of Economics* (ed. by J. Eatwell et al), Vol. 4, Macmillan, 1987.
- [16] Tobin, J.(1980), *Asset Accumulation and Economic Activity*, The University of Chicago Pr., 1980.(浜田宏一、藪下史郎訳『マクロ経済学の再検討』日本経済新聞社、1981)
- [17] 堀江義 (2006) 「貨幣残高と貯蓄」『関西大学経済論集』第56巻第3号、2006年12月.