論　文

摩擦的な市場における戦略提示均衡とその経済厚生

野　坂　博　南

要　約

この論文では、二つのグループのメンバーが、事前に投資を行った後に自分のパートナーを見つけるという問題を考察しており、特に、自分が投資した内容に応じてマッチングの機会が異なる場合、どのような均衡が発生するかを分析している。Acemoglu and Shimer (1999) は、企業が提示する賃金に応じてマッチングの場所が異なる状況（Wage Posting）を考察し、効率的な均衡に到達することを導いている。しかしながら、個人の効用が移転可能（Transferable Utility）であるか、企業が賃金の支払いを確約できなければ、こうした賃金の提示による均衡を導くことはできず、結婚モデルのように効用が移転不可能（Non-transferable）な状況の下では異なる分析が必要である。そこで本論文では、個人が自分のパートナーを探すに当たって、（企業の提示した賃金ではなく）自分の投資した内容に応じてマッチングの場が異なる状況を考察した（例えば、個人の教育水準に応じてマッチングの場が異なるような状況が考察の対象となる）。その結果、Wage Postingの状況とは異なり、均衡では、効率的な資源配分の他に、二つのタイプの非効率な資源配分が存在することを示す。一つ目は、通常のコーディネーションの失敗に基づくものである。二つ目は、パートナーを探すのに摩擦が存在するために生じるものである。特に二つ目の非効率な資源配分においては、多くの個人がより良い相手を探す場所に向かってしまうため混雑度が上昇し、その結果、相手を見つける確率を著しく下げてしまうために非効率性が発生する。

キーワード：摩擦、事前の投資、マッチング。
経済学文献季報分類番号：２-21、15-30

1．はじめに

現実の経済の多くの状況では、個人の投資の意思決定は将来のパートナーに出会う前に行う場合が多い。例えば、結婚を考えるにあたっては、男性と女性は、結婚の意思決定や結婚相手を探す前に、自分への教育投資や企業での訓練を受けることが一般的である。一方、企業と労働者の関係においては、企業が労働者を雇用する前に、企業は自分の技術を選択し、労働者は教育を受けることが多い。このような状況の下では、個人は将来のパートナーと

適切な契約を結ぶことができず、したがって相手の便益を適切に考慮することができない。その結果、投資水準が非効率的になることが知られており、こうした問題は広い意味でホールドアップ問題と呼ばれている。しかしながら、Acemoglu and Shimer（1999）は、労働市場のサーチモデルにおいて、もし企業の提示する賃金に応じてマッチする場所が異なる場合、経済の均衡が効率的な配分となることを示した（Wage Posting）。しかしながら、Wage Postingは、効用が移転可能（Transferable Utility）であったり、支払う賃金を企業が約束できることが必要であり、結婚モデルのように移転不可能な効用（Non-transferable Utility）や経済主体が事前に自分の行動を約束できない場合には利用できない。

こうした状況において、経済主体は、パートナーの特徴を手がかりに自分のパートナーを探す状況が数多く存在する。例えば、結婚のモデルにおいては、男性と女性が自分たちの結婚相手を見つけるに際して、特定の特徴を持った人（例えば特定の教育水準、職業や容貌などを有する人）に絞ってサーチを行うかもしれない。一方で、企業と労働者のマッチングを考えたジョブサーチモデルでも企業は特定の技能（例えば大学の専攻や特定の仕事の経験）を持った労働者のみを雇用の対象として求人を行っている。一般的に、経済主体は特定の対象に的を絞って相手を探す誘因が存在することは明らかである。

この論文では、経済主体がマッチする相手を探す前に投資をする状況を分析するが、特に相手の投資内容に応じて探す相手を選ぶことができる状況を考察している。具体的には、異なる投資をしたパートナーは、それぞれ投資内容ごとにマッチする場所が分断され、パートナーを探す経済主体は自分にとって望ましい投資をした経済主体だけを探すことができるような状況である。こうした状況における均衡を本論文では、戦略提示均衡と呼んでいる。

こうした均衡では、効率的な均衡の他に、二つのタイプの非効率性が発生することを示す。一つ目の非効率性は、通常、コーディネーションの失敗と呼ばれる効果である。この資源配分では、経済主体は自分にとってあまり望ましくない相手を探すことになるが、それは自分にとって望ましい投資をした相手を探したとしても、そうした人は存在しないという悲観的な予想に基づいている。このタイプの非効率性はコーディネーションの失敗を持つ経済問題では一般的に導出される非効率性である。二つ目の非効率性はサーチ問題特有の非効率性であり、相手を探す際に発生する摩擦が重要な役割を演じる。この場合、経済主体にとって最も望ましいパートナーを探そうとしても、そのマッチの場が非常に混雑しており、相手を探すことが困難なため期待効用が低くなってしまう状況である。この場合、混雑が非効率性の源泉であると言え、従来の研究とは異なる性質の非効率性が発生する。

次に、こうした戦略提示均衡の効率性を検証するため、この均衡の資源配分の効率性をマッチする場所が一つしか存在しない場合と比較する。このタイプの経済モデルはランダム

マッチングモデルと呼ばれるが、経済主体は自分のパートナーを探すに当たって、自分の好きな投資をした相手だけを選ぶことはできず、自分にとって好ましくない相手とも出会う可能性がある。まず、ランダムマッチングモデルでは非効率的な均衡も存在するが効率的な均衡も発生することを示す。次に、ランダムマッチングモデルにおけるどのような均衡の利得も、マッチする場所が細分化している戦略提示均衡よりも高い可能性があることを示す。したがって、異なるパートナーを見つける場所を導入したことにより経済主体の経済厚生が悪化する可能性がある。そのような意味で、多くの選択肢の提示は経済主体にとって好ましくない可能性がある。

こうした分析は、既存研究と多くの共通点を持っているが、特に重要なのはマッチングの問題で事前の投資を導入した分析である。Felli and Roberts（2000）とCole, Mailath, and Postlewaite（2001）では、マッチングの問題において事前の投資を導入し、多数の経済主体がどのようにパートナーとマッチするかという問題を取り扱っている。これらの分析では、二期間のモデルが考察されており、経済主体は、第一期目で自分の投資水準を決定し、第二期目で、自分のマッチするパートナーを探し、二つの経済主体が経済活動を行うと仮定されている。更に、経済主体が相手とマッチする方法は、Stable Matchingなどが外生的に与えられており、どのように経済主体が相手を選ぶかというプロセスは存在しない。一方で、今回の論文では、マッチする意思決定は時間を追ってなされており（逐次的な意思決定）、外生的な決定基準を仮定していない。特に現在のマッチを断ったときの外部機会（Outside Opportunity）が決定的に重要であることを示す。こうした外部機会の影響は上記の二論文では考察されておらず、相手を見つけるための摩擦を考慮したサーチ理論を用いることで初めて分析できるものである。

また、この論文は経済厚生に関する含意が上記の論文と大きく異なっている。上記の論文では、本論文と同様、非効率的な資源配分の可能性が存在するが、本論文ではパートナーを探す際に発生する摩擦が追加的に加わっているため、上記論文とは異なるタイプの非効率性が発生する。例えば、Cole, Mailath, and Postlewaite（2001）では、効率的な資源配分の他に非効率的な配分の可能性を指摘しているが、その理由はコーディネーションの失敗である。一方、今回の論文では、そういった非効率性の他に、パートナーを探す際に発生する摩擦が重要な役割を果たしている。

この論文は、サーチモデルの文献とも密接に関連している。モデルでは、明示的にパートナーを探すための検索費用（Search Cost）を仮定しており、特にその費用がゼロに収束していく先を分析対象にしている。その意味で、サーチモデルに事前の投資を考慮したAcemoglu and Shimer（1999）と密接に関連しているが、前述の通り経済厚生に関する結論

が大きく異なっている。彼らのモデルでは経済の効率性が達成される一方で、本論文では効率的な資源配分の他に非効率的な配分が発生し、現実の政策などを考える上でも、異なる含意を有している。

次節以降は以下のように構成されている。まず第二節では、基本モデルを構築するが、主に数値例を用いてモデルの含意を考察する。次に第三節では、戦略提示均衡をその他の設定の経済均衡と比較し、その経済厚生に関して議論する。特にマッチする場所の数が基本モデルと異なっている場合を比較検討する。その結果、新しいマッチのための場所の提供が経済主体の経済厚生を悪化させる可能性があることを指摘している。また第四節では、基本モデルをどのように一般的に拡張するかを議論しその考察を行う。最後の第五節は結論である。

2．基本モデル

本論文では、マッチングの問題を考えるため二つのグループに分かれた経済主体を考える。これらのグループをグループaとグループbと呼ぶことにしよう。各経済主体は自分と異なるグループの経済主体とマッチし、一つの経済活動を行うことでお互いに便益を与え合うことを仮定する（具体的にはグループaの一人の経済主体はグループbの一人の経済主体とマッチし生産活動を行う）。それぞれの経済主体の大きさは十分に小さい連続（continuum）であると想定し、グループ全体の経済主体の大きさ（measure）は1であると仮定する。また、連続時間の経済モデルを考え、経済主体は無限期間生存しているものと仮定する[1)]。

生まれてすぐに全ての経済主体は投資戦略を選択するが、その選択された投資をs_iと表わすことにする。ここでiはグループ名を指し、したがって、i=aまたはi=bである。経済主体が選択することができる投資の内容の集合をS_iで表し、この論文ではこの集合の大きさは有限個であると想定し（i=a, b）、記号の簡単化のため$S=S_a\times S_b$と表記する。また、この基本モデルでは戦略を変更するための費用はゼロとする。経済主体は、こうした戦略を決定した後にマッチングのパートナーを探す活動を行うことになるが、このモデルではマッチングの場所がグループaの経済主体の採用した戦略によって異なることを仮定する。したがって、記号の簡略化のため以下ではマッチの場所の名前をグループaの戦略$\boldsymbol{s_a}$によって表すことにする。この論文では、こうした経済の均衡を一方向的戦略提示均衡と呼ぶことにする。一方向と呼ぶのはグループaのとった戦略によってのみマッチの場所が異なるからであり、グループbの戦略には依存しないからである。したがって、グループbの経済主体は、自分の戦略$\boldsymbol{s_b}$をまず決定した後にマッチの場所を決定するが、マッチの場所はパートナーの選択し

た戦略s_aも表しているから、同時にパートナーの戦略も選ぶことにもなっている。いくつかのマッチの場は誰にも選ばれない可能性があり、そのような場所を空（vacant）のマッチの場と呼ぶことにする。一方、もしいずれかの経済主体によって選択されているならば、そのような場所は活動している（active）マッチの場と呼ぶ。これに対応する記号として、活動しているマッチの場の集合をX_a（$X_a \subset S_a$）また空のマッチの場の集合をC_a（$=S_a - X_a$）と呼ぶことにする。

次にグループiの個人がパートナーを見つける速度を$q_a(s_a)$の関数として$\mu_a = \mu_a(q(s_a))$と定義する。ここで、$q(s_a)$はマッチの場s_aの混雑度（tightness）と呼ばれ、まだパートナーとマッチしていないグループaの個人の数（測度）のグループbの個人の数に対する比率である。この混雑度を厳密に定義するため、マッチの場s_aでパートナーを探しているグループｉの経済主体数（測度）を$n_i(s_a)$とすると（i=a, b）、$q(s_a) = n_a(s_a)/n_b(s_a)$と定義することができる。また、全てのマッチの場を合計し経済全体でマッチをしていないグループｉの個人の数(測度)の合計をn_iと呼ぶことにする(すなわち、$n_i = \sum_{s_a \in S_a} n_i(s_a)$)。$n_i$全体に対する$n_i(s_a)$の割合を$t_i(s_a)$と定義すると（i=a, b）、割合の定義から混雑度は次のように表現される。

（1）　$q(s_a) = \frac{t_a(s_a)n_a}{t_b(s_a)n_b} = \frac{t_a(s_a)}{t_b(s_a)}$

上式では、パートナーを見つけていない経済主体の総数は、グループaとbで同一である事実（すなわち$n_a = n_b$）を使用しているが、この点は総人口が両グループで同一であることと、マッチしている主体の数も同一であることから導くことができる。

パートナーを見つける速度を表す関数μ_aはマッチング関数と呼ばれるものであり、混雑度がパートナーを見つける速度を決定するように定式化されている。この論文では、いわゆるコブ＝ダグラス型のマッチング関数を仮定しており、具体的には、$\mu_a(q_a) = \mu_b(q_a)/q_a = \lambda q_a^{\varepsilon-1}$という定式化を行っている（$\varepsilon \in (0,1)$）。この特定の関数は、経済の均衡において端点（q＝0または無限大）をとらないという計算上望ましい性質を有している。λは混雑度を所与とした場合のパートナーを探すに際しての全般的な速度を表している。表記上の単純化のため、$\overline{\mu}_i(s_a) = \mu_i(q(s_a))$という表現を用いる。

パートナーを見つけると直後に各経済主体はそのパートナーと共に経済活動を行うか否かを決定する。このマッチングの意思決定も経済主体の戦略の一部であることに注意が必要である。もしマッチすることを決定したならば、グループiの経済主体はフロー（毎期）の所得π_iを受け取ることになる。ここで、このフローの所得は、経済主体の選択した戦略の関

数であり、したがって、$\pi=\pi_a\times\pi_b$で表される利得関数は、$\pi : S \mapsto R_+^2$という関数として表現できる。簡単化のため、本論文では更にこの利得が厳密に正であり、利得は異なる戦略ごとに異なると仮定している。この点は数式で表現すると以下のようになる。

（仮定）$i=a,b$に対して、もし$s\neq s'$ならば、$\pi_i(s)\neq\pi_i(s')$である。

さらに、経済主体がマッチをせずに一人で行う経済活動の価値はゼロであり、パートナーを探さないという選択が経済主体にとって得策ではないものと仮定する。さらに定常性の仮定の下では、一回マッチすることを決定すると、その後にマッチが外生的に破壊されるまで継続することになる。この点は、現在と将来の状況が同一であるような定常的な状態で常に成り立つことは明らかである。最後に、現在のマッチが破壊される率をここではσと表すことにする。

以下では、今までに定義した変数を基に分析を行うが、先ず初めにそれぞれのグループのさまざまな状態における価値(Value Function)を計算する。具体的にはマッチングの場s_aにおける経済主体の価値を考えてみるが、そこでグループbの経済主体が戦略s_bを採用しているものと仮定してみよう[2)]。このような関係は一般に関数$s_b=f(s_a)$として表現することができるが、そのときの価値（V_i）は以下の条件を満たすことが示される。

$$(2)\quad rV_i = \bar{\pi}_i(s_a)+\sigma(Q_i^*-V_i).$$

ここで、$\bar{\pi}_i(s_a)\equiv\pi_i(s_a,f(s_a))$であり、$Q_i^*$は経済の均衡でパートナーを見つけていない経済主体が達成できる最大の価値を表している。この方程式の意味するところは、パートナーとマッチした経済主体のフローの価値（rV_i）がフローの所得（π_i）と両者が別れてしまった場合の価値の変化（$Q_i^*-V_i$）にその確率（σ）をかけたものの合計であることを示している。一つ注意すべきこととして、経済主体は、一旦マッチを解消してまた新たなパートナーを探す場合には、再び戦略を選びなおすことができると仮定しているため、彼の価値は現在の戦略に依存しないQ_i^*という形で表している。

パートナーとマッチしていない個人のフローの価値は$rQ_i(s_a)$と表すことができるが、これは以下の方程式を満たすことが分かる。

（3）　$rQ_i(s_a)=\overline{\mu}_i(s_a)\left(V_i(s_a, f(s_a))-Q_i(s_a)\right)$

この方程式が意味するところは、パートナーとマッチしていない経済主体のフローの価値が、マッチしたときの価値の変化（V_i-S_i）にマッチする確率（$\overline{\mu}_i(s_a)$）をかけたものに等しいということを意味している。また、均衡ではグループｂの経済主体はs_aのマッチの場では$s_b=f(s_a)$の戦略を採っていることを上式は含意している。さらに、最適性の条件から次の不等式が成立することが必要である。

（4）　$Q_i^* \geq Q_i(s_a).$

この不等式は活動している（active）マッチの場（こうした場所の集合をX_aと定義した）では等号として成り立っていなければならない。したがって、活動しているマッチの場では$Q_i^*=Q_i(s_a)$となっていることに注意すると、（2）式と（3）式から、次のような方程式が経済均衡の活動しているマッチの場では成立しなければならないことがわかる。

（5）　$Q_i(s_a)=\dfrac{\overline{\mu}_i(s_a)}{r+\sigma+\overline{\mu}_i(s_a)}\pi_i(s_a, f(s_a)), \quad (i=a, b).$

次に、二人の主体が出会った場合、マッチするかどうかの意思決定について考えてみよう。最初にグループｂの経済主体は常にマッチを受け入れることに注意する必要がある。グループｂの個人はマッチの場s_aを選んだ場合、s_a以外の戦略を持った個人とは出会えないから、当然最初に出会ったパートナーを受け入れることになる。もし、このパートナーを断った場合、経済が定常な状態では全てのマッチを断ることが最適になり、彼らの期待効用はゼロである。一方、このパートナーを受け入れた場合はプラスの効用を得ることができるわけであるから、最初のマッチを受け入れることが最適であることがわかる。

他方で、グループaの経済主体はあるパートナーとのマッチを断る可能性がある。彼らは、現在目の前にいるパートナーとのマッチの価値が、マッチせずに他の相手を探す価値を上回る限りにおいて、現在いるパートナーとのマッチを受け入れる。さらに経済均衡ではグループｂの個人にとって都合のよい戦略が均衡の戦略ではない限り、そうした戦略はグループaの個人によって拒否されなければならない。具体的には、グループｂの個人が均衡の戦略をとらず、$\hat{s}_b$という別の戦略を選ぶ誘因を持つには、$\overline{\pi}_b(s_a)<\pi_b(s_a,\hat{s}_b)$の条件が必要である[3]。したがって、そうした戦略を持ったパートナーをグループaの個人が拒否するためには次のような条件が必要になる[4]。

（6）もし$\pi_b(s_a,\hat{s}_b) > \bar{\pi}_b(s_a)$であるならば、$V_a(s_a,\hat{s}_b) < Q_a(s_a)$。

ここで、$V_a(s_a,\hat{s}_b)$はグループaの個人が、均衡戦略とは異なる戦略$\hat{s}_b$を採用したグループbの主体とマッチした場合に得られる価値である。我々はこの条件をマッチの拒絶条件（Rejection Condition）と呼ぶ。次にV_aに関する関係式を導出するが、それは（2）式とほぼ同じ構造を持っている。

（7）$rV_a(s_a,\hat{s}_b) = \pi_a(s_a,\hat{s}_b) + \sigma(Q_a^* - V_a(s_a,\hat{s}_b)).$

最後に、市場の均衡条件（market clear condition）を考察する。本節の前段で示したように、$t_i(s_a)$はマッチの場s_aにおいてパートナーを探している経済主体の全体に占める比率である。これらの合計は定義上1であり、また、$t_a(s_a) = q(s_a)t_b(s_a)$であることに注意すると次のような条件を導くことができる（市場の均衡条件の詳細については補論を参照）。

（8）$\sum_{s_a} q(s_a)t_b(s_a) = \sum_{s_a} t_b(s_a) = 1.$

こうした条件式によってマッチの速度（λ）が有限のときの均衡を定義することができる。前述の通り以下の定義では、活動しているマッチの場の集合がX_aであり、fはグループbの主体の戦略を表す関数（$f: S_a \mapsto S_b$）である。

[定義1]（マッチの速度が有限のときの戦略提示均衡）マッチの速度が有限のときの一方向の戦略提示均衡は、（$X_a, f(.), q(.), Q_i^*, t_b(.)$）で定義されるが、これらは（4）式で表される効用最大化条件、（6）式で表されるマッチの拒絶条件と（8）式で表される市場均衡条件を満たす。

上の定義において、効用最大化条件は個人が自分にとって最適なマッチの場を選んでいるという条件である。また、マッチの拒絶条件は、均衡の関係$s_b = f(s_a)$から乖離する戦略を排除するために必要な条件式である。この条件の下では、均衡と異なる戦略を受け入れた場合、グループaの個人の経済厚生が（均衡の水準に比べ）悪化するため、そうしたパートナーを拒絶することになる。最後の市場均衡条件は資源配分が整合的であるために必要な条件である。

この論文では、マッチの速度が無限大に上昇したときの均衡の特徴を分析する。速度を

無限大にするという部分は本論文の結論では重要ではないが、こうした極端な場合においては、均衡の特徴が非常に簡単に整理できる利点があり、サーチに伴う摩擦が僅かであっても発生する効果を明瞭にみることができる。さらに経済厚生の比較なども極めて簡単に行うことができるなどの特徴を備えている。また、このような仮定を設けることによって、我々のモデルの結論を（パートナー探しに伴う摩擦の存在しない）通常のホールドアップの問題を扱った分析（例えばCole, Mailath, and Postlewaite 2001など）と比較することも可能である。これ以降はこうした状況における均衡のことを一方向の戦略提示均衡と呼ぶことにする。

［定義２］（一方向の戦略提示均衡）一方向の戦略提示均衡は、定義１においてマッチの速度を無限大に上昇させたときの均衡と定義する。

次に我々は、均衡の特徴を分析する。以下の補題は拒絶条件が当てはまっているかどうかをチェックするのに利用される。

［補題１］マッチングの拒絶条件が成立しているとき以下の条件Ａが成立する。

条件Ａ：任意の$\pi_b(s_a,\hat{s}_b)>\overline{\pi}_b(s_a)$を満たす$(s_a,\hat{s}_b)$に対して$\pi_a(s_a,\hat{s}_b)<\min[\overline{\pi}_a(s_a),rQ_a^*]$。
他方、もし資源配分が条件Ａと効用最大化条件、市場条件を満たすとき、空のマッチの場所に対し適当な混雑度を選択すれば一方向の戦略提示均衡が存在する。

（証明）補論を参照。

この補題により、マッチングの拒絶条件はほとんど条件Ａと同値であることが分かる。まず、補題は、条件Ａが成立しない資源配分は決して均衡とはならないことを示している（補題の前半部分）。他方、もし資源配分が条件Ａを満たすならば、空のマッチの場所に関して適当な混雑度を仮定してやることにより、我々は経済の均衡を見つけることができる（後半部分）。

この論文の残りの部分においては主に数値例を用いて分析を行い、様々な均衡における経済厚生を分析する。表１は囚人のジレンマに対応する利得関数である。この表は、グループaの個人は$s_a^k \quad (k=1,2)$を、グループｂの個人は$s_b^k \quad (k=1,2)$を選択することができることを示している。また、以下では均衡における利得を（rQ_a^*, rQ_b^*）と表す。我々は最終的に、この表にあるどの点（（２，２）、（0.1，３）、（３, 0.1）、（１，１））も戦略提示均衡の利得となることを示すことができる（詳細は補論を参照）。

		S_b	
		S_b^1	S_b^2
S_a	S_a^1	(2,2)	(0.1,3)
	S_a^2	(3,0.1)	(1,1)

表1　例

最初にパレート効率的な均衡（2，2）を考えてみよう。この点をみることにより、如何にして協調的な解が、戦略提示均衡として成立するかを考察することができる。この均衡では全てのグループaの経済主体が $s_a = s_a^1$ を選択している。一方、グループbの経済主体は $s_b = s_b^1$ を選択しており、s_a^1 のマッチの場にパートナーを探しに行くことになる（つまり $s_b^1 = f(s_a^1)$ を意味している）。このとき、このマッチの場の混雑度は $q(s_a^1) = t_a(s_a^1)/t_b(s_a^1) = 1/1 = 1$ であるから、λ が無限大になるとマッチの速度 $\mu_i(1) = \lambda$ も無限大となる。したがって、均衡の値は λ が無限大になると（5）式より $(rQ_a^*, rQ_b^*) = (2,2)$ となる。このマッチの場では、グループbの経済主体は常に均衡の戦略とは異なる s_b^2 を選択する誘因を持っている。この点は、両者の利得を比較してみれば明らかである（すなわし、$\pi_b(s_a^1, s_b^1) = 2 < 3 = \pi_b(s_a^1, s_b^2)$）。しかしながら、グループaの個人は均衡から離反したパートナーを拒絶することが、補題1の条件Aが成立していることから確認することができる。この例の場合では、$\pi_a(s_a, \hat{s}_b) = \pi_a(s_a^1, s_b^2) = 0.1$ であり、$\overline{\pi}_a(s_a) = \pi_a(s_a^1, s_b^1) = 2$ である。直感的には、たとえ均衡から離反し s_b^2 を持つ個人に会ったとしても、s_b^1 を持つ個人にすぐに会うことができるので、不利なマッチを拒絶することが可能となり、こうした力が協調的な均衡をもたらしている。この効果は、Burdett and Coles（2001）によって拒絶の外部性（desertion externality）と呼ばれた効果であるが、この効果が我々のモデルでも働いており、この効果によって経済主体はパートナーの戦略を自分にとって望ましいものにさせることができるわけである。

均衡の定義を完結させるため、我々は最後に空のマッチの場（s_a^2）を記述する必要がある。そのため例えば $q(s_a^2) = 1$ としてみよう。この場合、マッチの速度は両方のグループにおいて無限大になる。ここで、グループbの個人は s_b^2 を選択すると考えてみよう（つまり $s_b^2 = f(s_a^2)$ を意味している）。そのとき、利得はこのマッチの場では、$(rQ_a(s_a^2), rQ_b(s_b^2)) = (1,1)$ となる。明らかにこの効用水準は、効用最大化の条件の（4）式を満たしている。さらに、グループbの個人は s_b^1 へ戦略を変更する誘因もないため、こ

の資源配分はマッチの拒絶条件も満たしている。その結果、この資源配分は均衡となることが示された。この例が示すような形で個々の利得に関して均衡であるかどうかをチェックすることができる。

以上はパレート効率的な資源配分が達成できた例であるが、この例では、非効率的な（1，1）といった利得の均衡も存在することを示すことができる。こうした均衡が存在することを示すために、例えばグループaの全ての経済主体が$s_a = s_a^2$を選んだとしよう。さらに、グループｂの全ての個人が$s_b = s_b^2$を選び、s_a^2のマッチの場に向かった状況を考えてみる。そのとき、$q(s_a^2) = 1$であるから、λが無限大になるとマッチの速度も無限大となる。その結果、λが無限大のとき均衡の利得は$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1,1)$となる。もし個人が空のマッチの場s_a^1において$q(s_a^1) = 0$であると信じた場合、マッチの速度はグループaの個人にとっては無限大である一方、グループｂの個人にとっては零となる（なぜならば$\mu_a(q) = \lambda q^{\varepsilon-1} = +\infty$、$\mu_b(q) = \lambda q^{\varepsilon} = 0$）。その結果、グループｂの個人がマッチングの場所$s_a^1$で$s_b^2$を選択すると信じられている場合（つまり$s_b^2 = f(s_a^1)$）、彼らの利得は$(rQ_a(s_a^1), rQ_b(s_a^1)) = (0.1, 0)$となり、（4）式で表される効用最大化の条件を満たすことになる。さらに、グループｂの主体はs_b^1よりs_b^2を選好するから、マッチの拒絶条件も満足していることになる。したがって、経済主体は均衡の戦略から離反する誘因が存在しない。この均衡に関して特徴的なのは、非効率的な均衡は空のマッチの場所に対する悲観的な見通しによって支えられているという点である。

以上のような資源配分の他に、戦略提示均衡では二つのマッチの場が同時に何人かの（正の測度の）経済主体に利用されるような均衡も存在する。以下で具体的に示すようにそこでの資源配分も一般に非効率的な配分である。こうした均衡を分析するために、今度はグループｂの経済主体がs_a^1とs_a^2の双方のマッチの場においてs_b^2を選択する場合について考えてみる（つまり$s_b^2 = f(s_a^i)$の場合を考える）。グループaの戦略を所与とした場合、s_b^2はグループｂの個人にとって最も望ましい選択肢であるから、マッチの拒絶条件は均衡にとって拘束的な条件とはならない。こうした選択の結果、フローの利得はそれぞれのマッチングの場所において（0.1, 3）と（1, 1）となる。均衡においては、経済主体の（パートナーを探し始める前の）期待効用は同一にならなければならないから（これは効用最大化条件の帰結である）、我々は（5）式から次のような最適化のための条件を得る。

（9）$$\frac{\bar{\mu}_a(s_a^1)}{r+\sigma+\bar{\mu}_a(s_a^1)}0.1 = \frac{\bar{\mu}_a(s_a^2)}{r+\sigma+\bar{\mu}_a(s_a^2)}1,$$

$$(10)\quad \frac{\bar{\mu}_b(s_a^1)}{r+\sigma+\bar{\mu}_b(s_a^1)}3 = \frac{\bar{\mu}_b(s_a^2)}{r+\sigma+\bar{\mu}_b(s_a^2)}1.$$

上記の２つの式を同時に成立させるような$(q(s_a^1), q(s_b^2))$の組み合わせが存在することは直接確かめることができる（詳細については補論を参照)。もし適切な $t_i(s_a)$を選ぶことによって（8）式によって表される市場均衡条件を満たすことができる場合には、この資源配分は、（有限なマッチの速度のもとでの）一方向の戦略提示均衡となる。ここで速度が無限大になる極限をとると、$\overline{\mu}_a(s_a^2)$は（9）式より有限な値に収束することが分かる。この点を確認するため、もしそうでないと仮定してみると、（9）式の右辺は１になる一方、左辺は最大で 0.1 となり矛盾する。よって、$q(s_a^2) \to +\infty$ となり、$\overline{\mu}_b(s_a^2) = \overline{\mu}_a(s_a^2)q_a(s_a^2) \to +\infty$ と結論付けることができる。よって、均衡利得は $(rQ_a^*, rQ_b^*) = (0.1,1)$ となる。(0.1, 3) と (1, 1) の meet を（min(0.1,1)，min(3, 1)）＝(0.1, 1) と呼び、(0.1, 3)∧(1, 1) と表記すると、ここでの均衡利得は、ふたつの利得 (0.1, 3) と (1, 1) の meet となっている所に特徴がある。この例では、(2, 0.1) ＝ (2, 2)∧(3, 0.1) も同様に均衡の利得となることを示すことができる。図１においては可能な利得が示されている。

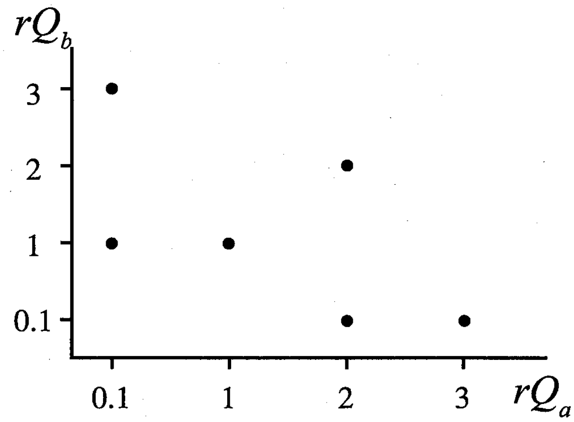

図１　均衡利得（一方向戦略提示均衡）

		S_b	
		S_b^1	S_b^2
S_a	S_a^1	(2,2)	(0,0)
	S_a^2	(0,0)	(1,1)

表２　コーディネーションゲーム

以上の結果をまとめると、この数値例から非効率的な資源配分と効率的な資源配分の双方が得られた。そこで、非効率的な資源配分には２種類のものがあることが確認された。一番目の非効率な資源配分である（1，1）の利得では空のマッチングの場所に関する悲観的な見通しによって支えられていることが分かった。なお、この場合の均衡は、通常のコーディネーションゲームにおける均衡とは異なっていることに注意すべきである。例えば、表2における（1，1）といった利得は通常のゲームの均衡ではあるが、一方向の戦略提示均衡ではない。唯一の均衡は（2，2）だけであることも直接確認することができる（導出に関しては補論を参照）。

一方、二番目の非効率な資源配分は（0.1, 1）であるが、ここでは両方のマッチの場が利用されている。この場合の非効率性の主因は、より高い利得をもたらすマッチングの場所の混雑が大きくなりすぎたことにある。この種の非効率性はパートナーを探すことに伴って生じる摩擦が理由であり、分権的なサーチ活動に特有のものである。

3．その他のタイプのサーチメカニズム

3－1．両方向の戦略提示均衡

前節までの基本モデルの特徴は、パートナーとマッチできる場所の数がグループａの戦略の数と同じで、異なる戦略を採るグループａの個人はそれぞれ別の場所に別れるという点にあった。本節では、この点を変更して、グループｂの個人の戦略に応じて更にマッチする場所が分かれている状況を考えてみることにする。具体的には、戦略の組み合わせ$s=(s_a, s_b)$ごとに異なるマッチの場が与えられている状況を考察するが、こうした経済モデルを双方向の戦略提示経済と呼ぶことにしよう。このモデルは、前節まで見た一方向の戦略提示均衡の自然な拡張であり、今までの表記でマッチングの場所を表すs_aであった部分を戦略の組み合わせである$s=(s_a, s_b)$に置き換えれば価値に関する式（(2) 式と(3) 式）はそのまま利用できる。また、双方向の戦略提示均衡の定義はマッチの場をs_aから$s=(s_a, s_b)$に変えれば十分である。最後に、グループｂの個人は同じマッチの場で自分の戦略を変更することができなくなるから、明らかにマッチのための拒絶条件（(6) 式）は不必要となる。

双方向の戦略提示均衡の例として、$(rQ_a, rQ_b)=(2, 0.1)$のような資源配分が挙げられる。これは二つのマッチの場が必要であり、前節の議論と同様に期待効用は二つのマッチの場の効用のmeetによって表現することができる。よって、均衡の期待効用を$(2, 0.1)=(2, 2)\wedge(3, 0.1)$と導出することができる。また、全ての空のマッチの場にq=0を与えてやれば、その資源配分が効用最大化を満たすことになる[5)]。可能な均衡の資源配分は図２に示してある。

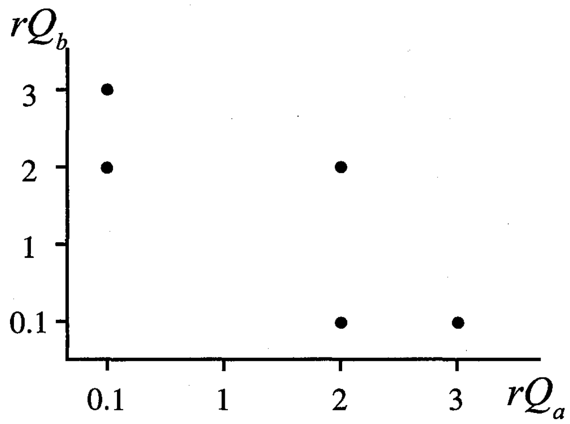

図2　均衡利得（双方向戦略提示均衡）

このモデルの均衡はパレート効率的であることを示すことができる。例えば、表1の例では、（1，1）の利得は、（2，2）の利得よりもパレートの意味で劣っているからもはや均衡とはならない。この点を確認するため、例えば $(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1,1)$ が均衡であると仮定してみよう。ここで、マッチの場 $s^1 = (s_a^1, s_b^1)$ では、もしマッチの速度（$\overline{\mu}_i(s^1)$）が無限大であれば、利得は $rQ_i^1 = 2$ になって、個人の効用最大化の原則に矛盾することになる。したがって、マッチの速度（$\overline{\mu}_i(s^1)$）は有限でなければならない（i=a, b)。しかしながら、マッチの速度は、$\overline{\mu}_a(s^1)$ と $\overline{\mu}_b(s^1)$ のどちらかが無限大にならなければならないので、これは矛盾であり、$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1,1)$ が均衡とはなり得ないことが証明された。この効率性に関する特徴は一般に成立し、以下のような命題にまとめられる。

［命題1］（双方向の戦略提示均衡の効率性）双方向の戦略提示均衡は弱い意味でパレート効率的である。

（証明）補論を参照。

命題1にあるように、均衡においては全ての経済主体の効用を増加させる資源配分がないという弱い意味での効率性しか成立しないことに注意が必要である。図2からも明らかなように $(rQ_a, rQ_b) = (3, 0.1)$ のような均衡があっても $(rQ_a, rQ_b) = (2, 0.1)$ の均衡は存在するが、命題1は後者も効率的であるとしている。これは、後者の均衡はグループaの経済厚生を改善するが、グループbの効用には影響を与えず、そうした弱い意味での効率性しか成立しないからである。

3－2．ランダムマッチングモデル

前節では、マッチの場を拡張して、その均衡の効率性について議論したが、その対極の仮

定として、マッチの場が一つしかない場合について検討してみたい。こうしたモデルのことをこの論文ではランダムマッチングモデルと呼ぶことにする。価値関数や均衡の定義は一方向の戦略提示均衡と同様に定義できるが、大きな違いはマッチの場の数が一つしかない点である。したがって、一つのマッチの場における混雑度は定義上q=1である。したがって、マッチの速度（μ_i）は常に無限大となる。その結果、上記の例では、表1における全ての利得は均衡として達成可能である（可能な均衡に対応する利得は図３のように表される）。例えば、（2,2）のような均衡を考えてみよう。ここでは、グループbの経済主体が均衡の戦略とは異なった戦略（戦略s_b^2）をとると、そうした個人は常にパートナーからマッチを拒まれることが分かる。マッチの速度が無限大なので、たとえパートナーを拒んだとしても、すぐに次の相手を見つけることができる。もし、将来のパートナーが自分にとって好ましい戦略を採っていることが期待できるなら、現在のマッチを拒絶することが最適となる。一般には以下のような命題にまとめることができる（証明に関しては補論を参照）。

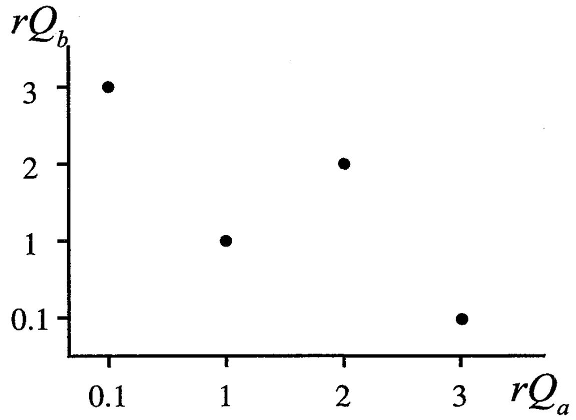

図３　均衡利得（ランダムマッチング）

［命題２］（ランダムマッチングモデル）利得表の各点において個人の一方的な戦略の変更が両グループの個人の効用を増加させないと仮定する。そのとき、利得表のどの点もランダムマッチングモデルの均衡となりうる。
（証明）補論を参照。

命題２にある個人の一方的な戦略変更によって、両グループに属する個人の効用を増加させることができるような場合は以下のような場合である。

(11)　$\pi_a(\hat{s}_a, s_b) > \pi_a(s_a, s_b)$　、かつ、　$\pi_b(\hat{s}_a, s_b) > \pi_b(\hat{s}_a, s_b)$。

命題2は、両者にとって均衡から離れることが有利な上記の場合以外においては、全ての利得表の点が均衡となりうることを示している。

命題2の含意をより詳細に見るために、例えば表1の利得表で（3, 0.1）を（2.5, 2.5）に置き換えてみよう。この命題によると、このとき（1, 1）はもはや均衡とはならないことがわかる。この点を確認するために、仮に均衡が（s_a^2, s_b^2）であり、対応する利得が（1, 1）の状況で、グループbのある人が（均衡とは異なる）戦略s_b^1を選択したとしよう。この場合、マッチしたグループaの主体も均衡利得よりも高いので、マッチを受け入れることになる。グループbの個人はこうした戦略の変更で自分の利得が高まるから、全員が戦略s_b^1を選択することになる。その結果、均衡戦略s_b^2は選択されないことになり、（s_a^2, s_b^2）は均衡としては支持されないことがわかる。

ランダムマッチングモデルのもう一つの重要な特徴としては、前節までのモデルで見たmeetを用いた利得が発生しないという点が挙げられる。理由はマッチの場が一つしかないからであり、二つ以上のマッチの場が必要な均衡は発生しない。こうした点を考慮すると、可能な均衡は図3のようにまとめることができる。図からも明らかなように、一方向の戦略提示均衡のような複数のマッチの場をもったモデルにおける均衡は、一つのマッチの場しか持たないランダムマッチングモデルよりも悪い経済厚生をもたらす可能性がある。例えば、図1の$(rQ_a, rQ_b)=(0.1,1)$の利得をもたらす均衡は、複数のマッチの場があるために発生した均衡であり、全ての経済主体にとって（2, 2）の利得よりも経済厚生が低いことが確認できる。

4．議　　論

4－1．頑健性

いくつかの均衡は均衡からの僅かな乖離に対して安定ではなく、その意味でそうした均衡は頑健ではない。例えば、表1において$(rQ_a, rQ_b)=(1,1)$という利得を達成する一方向の戦略提示均衡（s_a^2, s_b^2）を検討してみよう。この場合には、空のマッチの場であるs_a^1では、混雑度がq=0であると信じられていることが必要である。こうした予想のもとでグループbの個人にとってマッチの速度μが低い水準になり、グループbの個人がマッチの場s_a^1を選択しないことが正当化できる。しかしながら、このマッチの場はどの経済主体にも利用されておらず、何人かの経済主体がこの空のマッチの場に入ってきた場合、この混雑度が大きく変動する可能性がある。そうした意味で、空のマッチの場の混雑度は少しの経済主体の意思決定の変化で大きく変動する可能性がある6)。

一方、全てのマッチの場が経済主体に選択されているような経済均衡では状況が異なる。例えば、一方向の戦略提示均衡の一つである均衡の利得（0.1, 1）を考えてみよう。この均衡は、戦略（s_a^1, s_b^2）と（s_a^2, s_b^2）が同時に利用されているケースであり、利得は $(0.1,1)=(0.1,3)\wedge(1,1)$ によって計算される。この場合には、空のマッチの場は存在しない。よって、たとえ少しの経済主体がマッチの場を変更しても混雑度の変化は僅かであり、そうした意味では頑健性が存在する。

4－2．戦略の数

このモデルでは、戦略の数が増えた場合、経済の均衡の性質が大きく変わる可能性が存在する。この点をみるために、表１の例において、グループaの個人がもう一つの戦略 s_a^3 を選択することができると考えて見よう。この戦略の利得は表３に示されているとおり、既存の戦略 s_a^1 に非常に近いものを仮定している。この場合に、一方向の戦略提示均衡の一つである均衡の利得（0.1, 1）を考えてみよう。この均衡は、戦略（s_a^1, s_b^2）と（s_a^2, s_b^2）が同時に利用されているケースであるが、新しく戦略が追加されてもこの利得はなおも経済の均衡となることがわかる。ただし、新しい戦略と共にマッチの場が加わるが、このマッチの場は誰にも利用されておらず、空であることに注意が必要である。この空のマッチの場にも混雑度とグループbの戦略を割り当てる必要があるが、均衡を支持するためには、混雑度に関して $q(s_a^3)=0$ 、グループbの主体の戦略を $s_b^2=f(s_a^3)$ とする必要がある。この場合、先ほどの議論と同様に、少しの規模の個人が空のマッチの場 s_a^3 を選択した場合、混雑度は大きく変動する可能性がある。均衡ではq=0が必要であるから、こうした変動により均衡条件が維持されなくなる可能性がある。以上からも明らかなように、新しい戦略や新しいマッチの場が導入された場合に戦略提示均衡の安定性が損なわれる可能性がある。そうした意味で、非効率な均衡は、戦略の数が限られているときにより重要であると考えることができる。

		S_b	
		S_b^1	S_b^2
S_a	S_a^1	(2,2)	(01,3)
	S_a^2	(3,0.1)	(1,1)
	S_a^3	(2,2)	(0.09,3.01)

表３　修正された例

4－3．有限なマッチの速度

このモデルでは、マッチの速度が無限になる状況を想定しているが、現実の経済ではマッチの速度は有限であり、その場合に、経済均衡がどのように変化するであろうか。マッチの速度が比較的高い場合は、導出の過程からも明らかな通り均衡の性質は変わらない。なぜなら、マッチの速度が有限の場合でまず均衡を定義しており、その極限をとったものが戦略提示均衡であるから、マッチの速度が十分高い場合は同じ特性を維持することは明らかである。この場合、パートナーからマッチを拒否されることを恐れる力（拒絶の外部性）が働くため、経済主体はパートナーにとってより望ましい戦略を選ぶ誘因が発生する。しかしながら、もしマッチの速度が低い場合、こうした外部性は一般に機能しない。速度が低い場合には、マッチを拒絶した経済主体は次のパートナーを見つけるまで長時間を要し、マッチを拒絶することに大きな費用を伴うからである。こうした環境の下では、ある種のコーディネーションが困難になることを示すことができる。例えば、表1の（2，2）という利得に対応する戦略（s_a^1, s_b^1）を考えてみると、マッチの速度が低くなるにしたがって、一方向の戦略提示均衡ではこの利得を均衡として支持することが難しくなることがわかる。これを確認するため、グループbが均衡戦略に反してs_b^2を選択してマッチの場s_a^1を選択したとしよう。このとき、彼がグループaのパートナーに出会った場合、マッチの速度が十分低いときには、次のパートナーがいつ現れるかが分からないため、グループaの主体はこうした離反者を拒否できなくなる可能性がある。したがって、マッチの速度が低い場合は、望ましくないパートナーも受け入れてしまう可能性が存在する。

5．結　　論

この論文では、主に一方向の戦略提示均衡の特徴について分析を行った。個人の提示した戦略によってマッチの場が分断された経済では、二つのタイプの非効率性が発生することをみた。一つの非効率性は、コーディネーションの失敗によるものである。均衡で個人に選択されていないマッチの場に関して、人々が悲観的な見通しを持っている場合、経済主体は自分たちにとって望ましくないマッチの場と戦略を選択する。二つ目の非効率性は、パートナーを探すときの摩擦によって発生する非効率性である。この非効率な均衡では、最も望ましいと考えられるマッチの場は非常に混雑することになり、個人がパートナーを見つけるのに多くの時間を費やしてしまう。その結果、経済主体のパートナーを探す前の期待効用は低くなってしまうことになる。ここでは、混雑が非効率性の源泉である。

一般的に、マッチの場が一つしかないランダムマッチングモデルよりも、マッチの場が多

い一方向の戦略提示均衡の経済厚生の方が低い可能性がある。この結果は、Moen（1997）などで示された賃金提示均衡（wage posting equilibrium）の分析と大きく異なっている。Moenは賃金によってマッチの場が異なる経済の均衡（賃金提示均衡）を考察し、その結果、ランダムマッチングのモデルでは非効率性が発生する経済でも、賃金提示均衡では効率性が達成されることを示した。この論文は、賃金ではなく戦略を提示してそれによってマッチの場が分かれるという状況を分析したものだか、そうした戦略提示均衡では新たな非効率性が発生する可能性を指摘した。もちろん、前節でみたように、そうした非効率性は、戦略の数が増え、マッチの場が増えることで解消する可能性がある。しかしながら、戦略の数が限られている状況では、こうした非効率性を考慮することは重要であると考えられる。

事前の投資が行われる既存の研究では、２期間の経済モデルが仮定され、マッチの意思決定は外生的に与えられるか、複雑な過程を想定している。例えば、Cole, Mailath, and Postlewaite （2000）では、投資が行われる段階が終わるとコアが形成されると仮定している一方、Felli and Roberts （2000）ではtake-it-or-leave-it offerを仮定している。他方、本論文のモデルでは、サーチ過程を明示的に導入しているため、経済主体が逐次的にパートナーとマッチし、マッチにおける外部オプションも内生的に発生する経済を考察できるというメリットが存在する。その結果、均衡の種類には既存の研究によるものとは異なるものが存在することが示されたが、こうしたことからも多人数が参加する問題を考察する際には、逐次的なサーチ過程を明示的に考慮することが重要である。

6．補　　論

6－1．市場均衡条件の導出

まず始めに、いくつかの記号を導入する。

$n_i(s_a)$：マッチの場 s_a においてマッチしていないタイプｉの個人数（個人の規模）。

n_i　　：マッチしていないタイプｉの個人総数（つまり、$n_i = \sum_{s_a} n_i(s_a)$）。

$m_i(s_a)$：マッチの場 s_a においてパートナーとマッチしたタイプｉの個人数。

ここでは、時間に関する添え字を省略しているが、全ての変数は時間に関する関数となっている。これら３つの変数の関係は以下のように記述することができる。

（A. 1）$\frac{d}{dt} n_i(s_a) = -\mu_i(q(s_a))\, n_i(s_a) + \sigma m_i(s_a)$

（A. 2）$n_i = \sum_{s_a} n_i(s_a),$

（A. 3） $1 = n_i + \sum_{s_a} m_i(s_a),$

（A. 4） $m_a(s_a) = m_b(s_a).$

最初の方程式は、それぞれのマッチの場において、まだマッチしていない個人数の動学方程式になっている。第二番目の式は n_i の定義である。第三番目の式は、マッチした個人とマッチしていない個人の合計の規模が1であることを表している。最後の式は、各ペアは1対1でマッチするので、マッチしたグループaとbの個人数が同じでなければならないことを示している。ここで、各変数は時間に依存しないという意味での定常性の条件を置くが、それは $d\, n_i(s_a)/d\,t = 0$ という条件になるから、これら4つの方程式は以下の式と同値であることが分かる。

（A. 5） $m_a(s_a) = m_b(s_a) = \dfrac{\mu_b(q(s_a))n_b(s_a)}{\sigma}$

（A. 6） $n_a = n_b = 1 - \sum_{s_a} \dfrac{\mu_b(q(s_a))n_b(s_a)}{\sigma}$

（A. 7） $n_a = n_b = \sum_{s_a} n_a(s_a) = \sum_{s_a} n_b(s_a).$

これらの式は $t_i(s_a) = n_i(s_a)/n_i$ という $t_i(s_a)$ の定義式によって以下のように表現することができる。

（A. 8） $1 = \sum_{s_a} t_b(s_a) = \sum_{s_a} q(s_a)t_b(s_a),$

（A. 9） $n_a = n_b = \dfrac{\sigma}{\sigma + \sum_{s_a} \mu_b(q(s_a))t_b(s_a)}$

（A. 10） $m_a(s_a) = m_b(s_a) = \dfrac{\mu_b(q(s_a))n_a}{\sigma} t_b(s_a)$

ここで、(A. 8）は（A. 7）と上記の $t_i(s_a)$ の定義から導出できる。また、(A. 9）は（A. 6）から、(A. 10）は（A. 5）から導かれる。ここで、定義より、$q(s_a) = n_a(s_a)/n_b(s_a) = (t_a(s_a)n_a)/(t_b(s_b)n_b) = t_a(s_a)/t_b(s_b)$ となる。その結果、も

し（A. 8）を満足するペア（$t_b(.), q(.)$）を見つけることができれば、そのとき、n_i と $m_i(.)$ は（A. 9）と（A. 10）から導出することができる。よって、（A. 8）を満足する（$t_b(.), q(.)$）であれば、全ての市場均衡条件を満たしていることになる。

6－2. 補題１の証明

（前半部分の証明）この部分を背理法で証明するため、補題の主張に反してあるマッチの場 $\hat{s}_b$ で $\pi_b(s_a,\hat{s}_b) > \bar{\pi}_b(s_a)$ となっているものの、$\pi_a(s_a,\hat{s}_b) > \bar{\pi}_a(s_a)$ または $\pi_a(s_a,\hat{s}_b) > rQ_a^*$ となっていたと仮定してみよう。この場合、$\pi_a(s_a,\hat{s}_b) > \bar{\pi}_a(s_a)$ のときは、グループaとbの個人がマッチすることで両者とも厚生が改善するから、明らかに拒絶条件を満たしていないことが分かる。一方、$\pi_a(s_a,\hat{s}_b) > rQ_a^*$ のとき、$\pi_a(s_a,\hat{s}_b) > rQ_a^* \geq rQ(s_a)$ であることが分かる。ここで、V_a の定義より拒絶の条件は以下のようになる。

$$\text{(A. 11)}\quad \frac{1}{r+\sigma}\left(\pi_a(s_a,\hat{s}_b)+\sigma Q_a^*\right) < Q_a(s_a)$$

よって、$0 < \pi_a(s_a,\hat{s}_b) - rQ_a(s_a) < \sigma(Q_a(s_a) - Q_a^*) \leq 0$ となるが、これは矛盾であることが分かる。その結果、拒絶条件は満たされないことが分かる。

（後半部分の証明）

まず条件Aが成立し、効用最大化の条件と市場均衡の条件も成立していると仮定しよう。そのとき、$Q_a = Q_a^*$ であるときと、$Q_a < Q_a^*$ であるときの二つの場合が考えられる。第一番目の場合は、（A. 11）から拒絶条件が $\pi_a(s_a,\hat{s}_b) < rQ_a^*$ と同値であることが分かる。条件Aのもとではこの不等式が成立することは明らかである。二番目の場合では、マッチの場である s_a が空である。（A. 11）と Q_a の定義から、拒絶条件は以下の不等式と同値となる。

$$\text{(A. 12)}\quad \pi_a(s_a,\hat{s}_b) + \frac{\sigma}{r+\bar{\mu}_a(s_a)} rQ_a^* < \frac{\bar{\mu}_a(s_a)}{r+\bar{\mu}_a(s_a)} \bar{\pi}_a(s_a).$$

この不等式より、μ_a が高い場合に不等式が成立しやすいことが分かる。μ_a が高い場合には μ_b が低いわけであるから、μ_a の上昇はグループbの個人の意思決定（効用の最大化条件）には影響を与えない。よって、均衡の条件に影響を与えることなく μ_a の値をできるだけ上昇させることができる。もし、Q_a の値が有限の μ_a で上限 Q_a^* に到達してしまった場合、補題の前半部分の議論を適用することができるから、拒絶条件が満たされることにな

る。もし$Q_a < Q_a^*$である場合、（A.12）の拒絶条件は$\pi_a(s_a, \hat{s}_b) < \bar{\pi}_a(s_a)$となる。明らかにこの条件は条件Aの下では成立する。（証明終）

6－3．表1における一方向の戦略提示均衡の導出

まず始めに、均衡で唯一つのマッチの場が用いられているような均衡を考えてみよう。本文中で$(Q_a^*, Q_a^*) = (2,2)$と$(1,1)$となる場合は考察してあるので、ここでは残りの場合について確認する。

1．$(rQ_a^*, rQ_a^*) = (3, 0.1)$

全てのグループaの個人は戦略$s_a = s_a^2$を選択し、全てのグループbの個人はマッチの場s_a^2を選択し、$s_b^1 = f(s_a^2)$の戦略を選ぶ必要がある。$q(s_a^2) = 1$であるから$\mu_i(s_a^2) = +\infty$となる。もちろん、3という水準はグループaの個人にとって最も高い効用水準であり、マッチの速度は無限大であるから、彼らはどのような均衡以外の戦略をもつパートナーともマッチを拒絶する。一方、空のマッチの場であるs_a^1では、$q(s_a^1) = 0$、$s_b^2 = f(s_a^1)$と仮定する。すると、$(rQ_a(s_a^1), rQ_b(s_a^1)) = (0.1, 0)$となり、効用最大化の条件が満たされる。また、$s_b = s_b^2$がグループbの個人にとって最適であるから、拒絶条件も成立することが分かる。

2．$(rQ_a^*, rQ_a^*) = (0.1, 3)$

全てのグループaの個人は戦略$s_a = s_a^1$を選択し、全てのグループbの個人はマッチの場s_a^1を選択し、$s_b^2 = f(s_a^1)$の戦略を選ぶ必要がある。空のマッチの場であるs_a^2では、$q(s_a^1) = +\infty$、$s_b^2 = f(s_a^2)$と仮定する。すると、$(rQ_a(s_a^2), rQ_b(s_a^2)) = (0, 1)$となり、効用最大化の条件が満たされる。また、拒絶条件も全ての場合において成立することが分かる。

次に、二つのマッチの場が使用されているときの均衡を考えてみよう。ここでも、$(0.1, 1) = (0.1, 3) \wedge (1, 1)$の場合は本文で説明してあるのでその他の場合に限って考察することにする。

1．$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (2, 0.1) = (2, 2) \wedge (3, 0.1)$

全てのグループbの個人は全てのマッチの場で同じ戦略$s_b^1 = f(s_a^1) = f(s_a^2)$を取るとすると、期待効用は$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (2, 0.1)$となる。この場合、（9）と（10）式と同様な条件を導くことができ、市場均衡の条件を満たす（$t_i(.), q(.)$）のペアが存在することが分かる。マッチの場s_a^1では、$\pi_a(s_a^1, s_b^2) = 0.1 < 2 = rQ_a^*$であるから拒絶条件が満たされる（補題1を参照）。このことはもう一つのマッチの場であるs_a^2でも同様に成立する。

2．$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1, 1) = (2, 2) \wedge (1, 1)$　または　$(0.1, 0.1) = (0.1, 3) \wedge (3, 0.1)$

前者の場合、（9）と（10）を同時に満たす$q(s_a)$は存在しない。後者の場合、マッチの場であるs_a^2において、$\pi_a(s_a^2, s_b^2) = 1 > 0.1 = rQ_a^*$であるから拒絶条件が成立しない（補題

1を参照）。

６－４．（９）式と（10）式を満たすペア $(q(s_a^1), q(s_a^2))$ の存在証明

記号の簡単化のため $q(s_a^i)$ を q^i と表すことにする（$i=1,2$）。このとき、以下の補題２を証明することができる。

補題２　以下の二つの等式を満たす $(q(s_a^1), q(s_a^2))$ が存在する。

（９）　$$\frac{\mu_a(q^1)}{r+\sigma+\mu_a(q^1)}0.1 = \frac{\mu_a(q^2)}{r+\sigma+\mu_a(q^2)}1$$

（10）　$$\frac{\mu_b(q^1)}{r+\sigma+\mu_b(q^1)}3 = \frac{\mu_b(q^2)}{r+\sigma+\mu_b(q^2)}1$$

（９）式において、q^1 の全ての値において、唯一つの q^2 を見つけることができる。この関係を $q^2 = f_1(q^1)$ と定義する。加えて、f_1 は増加関数であることも確認できる。また、 $0 < f_1(0)$ 、$+\infty = f_1(+\infty)$ であることも直接代入することで確認できる。同様に全ての q^2 の値において（10）式を満たすように q^1 を見つけることができるがこの関係を $q^1 = f_2(q^2)$ とする。先ほどと同様に、 $0 = f_2(0)$ 、$f_* = f_2(+\infty) < +\infty$ を確認できる。そのとき、図４が示すように、二つの曲線が交わることが確認できる。

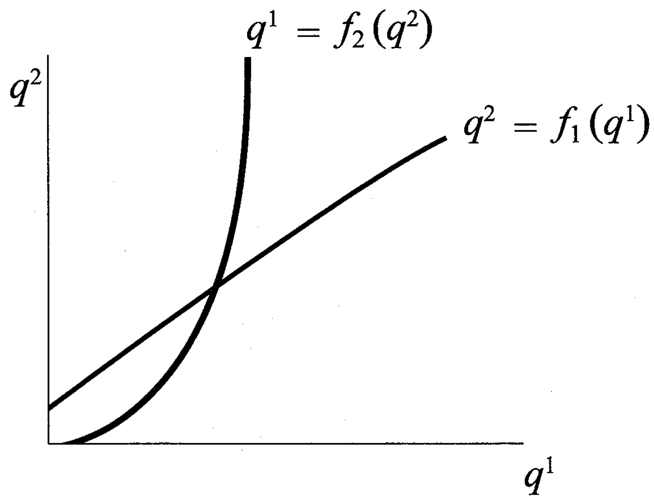

図４　均衡の存在

6－5．表2の戦略提示均衡の導出

最初に一つのマッチの場しか使用されていない場合を考える。

1． $(rQ_a^*, rQ_b^*) = (2, 2)$

この均衡は、グループaの全ての個人がs_a^1を、グループbの全ての個人がs_b^1をそれぞれ選択している状況である。空のマッチの場であるs_a^2では、$s_b^2 = f(s_a^2)$と$q(s_a^2) = 1$と置くことによりこの均衡が支持されることが分かる。

2． $(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1,1)$ または$(0, 0)$

前者の（1，1）の場合には、グループaでs_a^1を選択している個人は常にs_b^1を受け入れるから、効用水準は（2，2）となる。この場合は、どちらかのグループの効用最大化条件が満たされなくなる。同じ論理が、後者の（0，0）の場合に適用され、いずれも均衡とはなりえないことが分かる。

次に二つのマッチの場が同時に利用されている場合を考えてみるが、そのような均衡は存在しないことが分かる。その理由は、表1の$(rQ_a^*, rQ_b^*) = (1, 1) = (2, 2) \wedge (1, 1)$における論理と同一であり省略する。

6－6．命題1の証明

ここでは背理法を用いるため命題の主張に反し、ある戦略のペア$(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$が均衡戦略(s_a, s_b)よりも効用水準が高いと仮定して矛盾を導く。もしこのような戦略のペアが存在すると、

(A. 13) $$\pi_i(\hat{s}_a, \hat{s}_b) > \pi_i(s_a, s_b)$$

効用最大化条件の（5）式から、以下の条件を満たす必要がある。

(A. 14) $$\frac{\overline{\mu}_i(s_a, s_b)}{r + \sigma + \overline{\mu}_i(s_a, s_b)} \pi_i(s_a, s_b) \geq \frac{\overline{\mu}_i(\hat{s}_a, \hat{s}_b)}{r + \sigma + \overline{\mu}_i(\hat{s}_a, \hat{s}_b)} \pi_i(\hat{s}_a, \hat{s}_b).$$

(A. 13)と(A. 14)式を同時に満たすためには、$\overline{\mu}_i(s_a, s_b) > \overline{\mu}_i(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$が必要である(i=a, b)。しかしながら、$\overline{\mu}_a(s_a, s_b) > \overline{\mu}_a(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$という条件は、$q(s_a, s_b) < q(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$を意味する一方、$\overline{\mu}_b(s_a, s_b) > \overline{\mu}_b(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$という条件は、$q(s_a, s_b) > q(\hat{s}_a, \hat{s}_b)$を意味し、矛盾である。
(証明終)

６－７．命題２の証明

ランダムマッチングモデルでは、個人がマッチの場を選ぶことができないので、効用最大化条件と市場均衡条件は必要ない。また、$n_a = n_b$ であるから、$q = 1$ と $\mu_i(q) = \lambda$ も明らかである。他方、拒絶条件は依然として有効に機能している。これらの条件の下では、マッチの速度を無限大にしたとき、ランダムマッチングモデルでは $rQ_a^* = \bar{\pi}_a$、$Q_a^* = Q_a$ のようになる。よって、ランダムマッチングモデルにおいて、補題１に対応する拒絶条件は以下の条件と同じになる[7]。

(A. 15) $\pi_b(\hat{s}_a, s_b) < \pi_b(s_a, s_b)$

(A. 16) $\pi_a(s_a, \hat{s}_b) < \pi_a(s_a, s_b)$

よって、上の２式で表される拒絶条件を満たせば、ランダムマッチにおける均衡となる。表１の利得表では、表１の全ての点で拒絶条件が成立することが確認できる。よって、全ての点が均衡になる。

注

1）この点に関して付言すると、経済主体が δ の確率で出生し死亡するような仮定を考えることは可能であるが、そうした修正を行っても主要な結論に質的な変更はない。

2）一般的に、グループbの経済主体は同一のマッチの場を選択したとしても異なる戦略を使用する可能性がある。例えば、マッチの場である s_a において、あるグループbの経済主体は $s_b = s_b^1$ という戦略を採用する一方、他の個人は $s_b = s_b^2$ という戦略を使う場合が考えられる。そのとき、s_a という戦略を採ったグループaの個人は、相手の戦略に関して不確実性を有することになる。しかしながら、仮定によりグループbの個人は異なる戦略を採った場合は異なる利得を得るので、s_b^1 と s_b^2 の一方の利得は他方より低い。低い利得を選んだ個人は自分の戦略を変更する誘因があり主体的な均衡条件を満たしていない。したがって、グループbの個人は同一の戦略をとると仮定しても一般性は失われない。

3）なぜならば、マッチの速度はグループbの個人の採った戦略 s_b に依存せず、s_a というマッチの場にのみ依存している。よって、$\hat{s}_b$ という戦略が高い利得を持つことが必要である。

4）ここでは、個人が無差別の場合、均衡戦略以外の戦略を受け入れると仮定している。

5）もしq=0であるならば、(s_a^1, s_b^2) の戦略下では $(rQ_a, rQ_b) = (0.1, 0)$ である一方、(s_a^2, s_b^2) の戦略下では $(rQ_a, rQ_b) = (1, 0)$ である。これらの値は、均衡の利得 $(rQ_a, rQ_b) = (2, 0.1)$ よりも低い。

6）空のマッチの場では、$t_a(s_a) = t_b(s_a) = 0$ である。定義上、$q(s_a) = t_a(s_a)/t_b(s_a)$ であるから、少しの経済主体が均衡とは乖離してこのマッチの場を選択すると、qはどのような値もとることができる。

7）ランダムマッチングの場合、グループaの戦略変更が可能である。均衡であることを確認するためには、このような均衡から乖離した戦略を排除する必要がある。

参考文献

[1] Acemoglu, D. and R. Shimer (1999) "Holdups and Efficiency with Search Frictions," *International Economic Review*, 40(4), 827-849.

[2] Burdett, K. and M. G. Coles (2001) "Transplants and Implants: The Economics of Self-Improvement," *International Economic Review*, 42(3), 597-616.

[3] Cole, H., G. J. Mailath, and A. Postlewaite (2001) "Efficient Non-Contractible Investments in Large Economies," *Journal of Economic Theory*, 101(2), 333-373.

[4] Felli, L., and K. Roberts (2000) "Does competition solve the hold-up problem?" *CARESS Working Paper*, #00-04.

[5] Moen, E. R. (1997) "Competitive Search Equilibrium," *Journal of Political Economy*, 105(2), 385-411.

[6] Nosaka, H. (2002) "Strategy Posting Equilibrium and its Welfare," mimeo, University of Wisconsin-Madison, January 2002.