論　文

ナッシュ交渉問題におけるImai解の公理化；選択肢集合がコンパクトであり，プレイヤーの数が可変である場合[1)]

長　久　領　壱
田　中　　　誠

要　約

本稿では，ナッシュ交渉問題で，選択肢集合がコンパクトであり，交渉に参加するプレイヤーの数が可変である状況を設定し，Imai解（Imai (1983)），交渉達成度に関する辞書式マクシミン解，の公理化を行う。我々は，Imai解が，不変性，対称性，独立性，最適性，安全性，及び安定性を満足する唯一の交渉解であることを示す（定理3）。これらの公理のうち，前から四つまではNash（1950）のそれらとほぼ同じである。安定性は，Lensberg（1988）のそれと同じ流儀で定義される。この公理は，交渉に参加するプレイヤーの構成が異なる，二つの交渉問題に対して，解は整合的な形で解決を与えなければならないことを要求する。残る一つ，安全性が，本稿で提出する新しい公理である。非凸な選択肢集合を認める場合，Imai解は多価写像となり，プレイヤーが最終的に得る効用に関しては不確実性が存在することになる。本稿では，プレイヤーは，マクシミン的な危険回避行動をとると仮定する。安全性は，この危険回避的なプレイヤーがとる選択行動の一面を表した公理である。

キーワード：交渉ゲーム；公理分析；危険回避行動；マクシミン行動仮説；Kalai-Smorodinsky解；Lensberg；個人間厚生比較
経済学文献季報分類番号：02—21

第1節　イントロダクション

本稿の目的は，ナッシュ交渉問題での解の一つ，Imai解（Imai (1983)），を以下に述べる二つの方向で拡張し，公理化を行うことである。なおImai解は，その定義に即して呼ぶならば，交渉達成度に関する辞書式マクシミン解，とでも言うべきだが，本稿では簡潔にImai解と呼称することにしたい。ラフな表現が許されるならば，Imai解は，交渉達成度の低い順からプレイヤーの立場を辞書式に改善していくという考えに則った，交渉ゲームでの解の一つである，といってよいだろう。

冒頭で二つの方向で拡張すると述べたが，その意味は以下のとおりである。本稿では交渉妥結可能な選択肢の集合が非凸な場合も認めて，解が定義できるようにする。これが第一の方向での拡張

1）この論文の初期の原稿はEconomic Design Workshop（大阪大学社会経済研究所，1999年9月）で発表された。席上多くの方々から，特に西條辰義氏（大阪大学）と吉原直毅氏（一橋大学）から，貴重なコメントをいただいた。この場を借りて厚くお礼申し上げる次第である。また，安定性の解釈に関しては大和毅彦氏（東京都立大学）の御示唆は大変有益であった。なお，著者の一人，長久，は平成11年度関西大学学術研究員として，在外研究の機会を得た。機会を与えてくださった同大学に対し，深く謝辞を申し上げる次第である。

である。このために，Imai 解をはじめとする多くの解は，多価写像 (correspondence) として定義せざるを得なくなる。経済学的に解釈すれば，このことは，交渉の帰結としてプレイヤーが受け取る効用を解は一意には指示しえず，故にプレイヤー達は，交渉に際して，ある種の不確実性に直面せざるを得ないこと，を意味する。本稿においては，我々は，プレイヤー達はこの不確実性に対処するに，マクシミン原理が指示するような危険回避的行動をとると想定する。そして，このプレイヤー達の交渉における危険回避行動を表した公理が，安全性である。これは，本稿で提唱する新しい公理であり，Imai 解の公理化に利用される。交渉に参加するプレイヤーは全て，自分にとって最悪の事態に落ち着くことを憂慮して交渉に臨むとしよう。すると次のような全員一致判断が成り立つ可能性は十分にある。すなわち，ある選択肢（の集合）を交渉の結果として選ぶことは，自らの危険回避的行動の観点から望ましくないと全員が判断する，そういう可能性である。この場合は，その選択肢（の集合）が交渉結果となることはないであろう。このようなプレイヤー達の交渉の場における行動を表した公理が，すなわち安全性なのである[2)]。

なお本稿において，「危険回避的」と我々がいう場合には，常にプレイヤー達が生起可能な事象間に関し客観的な確率分布を持ち得ない状況を想定している。その状況でプレイヤーがマクシミン原理に従った行動をとる，ということを指して，彼らは「危険回避的」であると言っているのである。フォン・ノイマン・モルゲンシュテルン期待効用関数（以下では v.N.M.期待効用関数と呼ぶ）における危険回避度とは関係してはいない。この点に留意されたい。

交渉妥結可能な選択肢の集合，つまり交渉の結果プレイヤー達が受け取る利得ベクトルの集合，が非凸であることは，プレイヤー達が v.N.M.期待効用関数を持たないか，持っていても十分信用できる randomization device が一つも存在しない場合の交渉問題に直面していると解釈できる。このような状況下では，プレイヤーが本稿で想定する危険回避的選択を行うことは，十分にありうる。実証研究や実験では v.N.M.期待効用が否定されることが多い以上 (Camerer (1995))，選択肢集合が非凸な場合での交渉問題をとり扱えるように解を定義し直すことは重要である。

数学的に厳密に言うならば，本稿で取り扱う選択肢集合は全て，原点を非協力点とした有限次元ユークリッド空間の非負象限内でのコンパクト集合であり，かつ必ず正象限と交わりを持つものである。特にこの条件を満たすもののうち，有限個の点から構成されるものはすべて交渉問題での選択肢集合となりうる。その意味で，本稿は選択肢集合が有限個のケースを取り扱える長所を持っている。

拡張の第2の方向は，交渉に参加するプレイヤーの数を可変とする点に求められる。我々は n 人のプレイヤーが潜在的に存在し，そのうちの何人かが集まって交渉ゲームを行う，と想定する。そして解は，交渉に参加するプレイヤーの集合が何であっても，プレイヤーが受け取る最終的効用の候補の集合を指示できるものでなければならない。このような状況で，我々が解に与える性質が安

2）直接的に本稿と関係しているわけではないが，不確実性下でのマクシミン行動によるdecision makingについてはGilboa (1988)，Gilboa and Schmeidler (1989) がある。

定性である。これは Lensberg(1988)，Thomson and Lensberg(1989)，Peters(1992) らの Stability と似た流儀で定義される。安定性の意味することは，これまで定義されてきた Stability の多くと大差はない。すなわち安定性は，交渉に参加するプレイヤーの構成が異なる，二つの交渉問題に対して，解は整合的な形で解決を与えなければならないことを要求するのである。安定性もまた Imai 解の公理化に利用される。なお，Lensberg 流の Stability は，今日では Consistency と呼称される一群の公理の一つとして広く知られている。この事情を考えれば，訳語としては，「整合性」のほうが相応しかったかもしれないが，ここでは安定性で統一した[3)]。

本稿での主定理の主張は，上記の設定のもとで Imai 解がこの安全性と安定性に加えて，不変性，対称性，独立性，最適性の六つの公理を満足する唯一の解であるということ，これである（定理 1，3）。不変性以下の四つの公理は，Nash(1950) のそれらと基本的には同じであり，解が多価写像の場合に定義し直したものである。これら四つの公理は Imai(1983) でも利用されている。Imai(1983) は，これらに加えて，ある種の単調性を用いて，Imai 解の公理化を成し遂げている。我々は単調性に代えて，安定性と安全性を採用したのである。なお，潜在的に存在するプレイヤーの数が 2 人以下の時には，安定性は不要となり，残る五つで Imai 解は公理化できる（系）。これらの結果の意味については，後で十分に論じるつもりである。とりあえずここで強調しておきたい点は，次の一点である。Imai 解は，個人間厚生比較に関与する解である。特にそれは，交渉達成度に関して比較劣位にあるプレイヤーの立場をできる限り改善する。その意味で，交渉における相対的弱者の立場を配慮する解といえる。交渉に臨むプレイヤー達は，必ずしもこのような正義感覚を持つとは想定されていない。彼らは自らの利益のみに関心を持つ合理的な行動をとると想定されているだけである。少なくとも Imai 解の公理化に寄与する各公理が想定している状況は以上のようなものである。にもかかわらず，これらの公理に従った交渉結果は，弱者配慮の交渉解に帰着してしまう。このこと自体，大変興味深い事実である。何故そうなるのか，という点に関して，我々の公理化（定理 3）は Imai (1983) とは異なった解答を与えている。このことは十分に強調しておきたい。この点に関して，4 節以下で改めて論じるつもりである。

以上の説明からわかるように，本稿は，非凸な交渉問題での解の公理化に関する文献群 (Anant, Mukherji, and Basu (1990)，Conley and Wilkie (1991)，Mariotti (1998)，Nagahisa and Tanaka (1999)) の中に位置づけられる。と同時に，Consistency による公理化に関する文献群 (Lensberg (1987)，Lensberg (1988)) にも属している[4)]。本稿は，この意味で，両者が交錯する領域での研究

3）我々が調べた限りでは，初期においてStabilityは，Multilateral Stabilityという名称で，Consistencyとは区別されていた (Thomson and Lensberg (1989)，Peters (1992))。しかし，今日では，本文中で述べたように，Consistency の一つと見なされているようである (Thomson (1994))。訳語として，「整合性」を使わなかった理由は，この言葉を当てると，この概念や他の公理の説明に，例えば「……に整合的な解決を図る……」などの表現が使えなくなる，という，主として文章表現上の理由である。

4）ただし，Consistencyは，ナッシュ交渉問題のみに関わるわけではない。これは，提携形の協力ゲームの中で定義される解の持つ性質として知られており (Thomson (1994))，広く協力ゲーム理論全般で扱われているテーマである。

である。非凸な交渉問題における解の公理化のうち，本稿と同様，選択肢集合が有限集合であるケースに特に関心を払っているのは，Mariotti (1998) と Nagahisa and Tanaka (1999) である。前者は，Nash 解の公理化を行い，後者は Kalai-Smorodinsky 解[5](Kalai and Smorodinsky (1975))，以下 KS 解と略す，の公理化を行っている。特に Nagahisa and Tanaka (1999) は本稿と関係が深い。本稿の文献上での位置づけに関するより詳細な議論は，適当な個所で適時行うこととしたい。元々，Imai 解は，3人以上のプレイヤーが存在する場合での KS 解の欠点を克服する目的で提出された経緯がある。Kalai and Smorodinsky (1975) による KS 解の公理化はプレイヤーの人数が2人のケースに限定されている。しかも最適性が公理の一つに採用されている。しかし KS 解は，プレイヤーが3人以上いる場合，最適性を満たさない。従って Kalai らの公理化は，そのままの形では3人以上にケースに拡張することはできないのである。そして，このケースでの KS 解公理化の代替案として，提出されたのが Imai 解とその公理化であった，と我々は拝察している。我々の設定でも，Imai 解と KS 解のこのような関係は，そのまま保持されることになる（定理2）。

論文の構成に関して簡潔に述べる。第2節は定義と記号を定める。公理と Imai 解の説明も併せて行う。第3節は諸定理を述べ，幾つかの簡単な留意事項に触れる。第4節では定理の証明を与える。また最も重要な定理3の論理構造を吟味し，一つの解釈を与える。第5節は結論である。幾つかの補足的な留意事項を述べ，特に安全性の公理の意味について詳しく検討する。

数学記号上の約束：R^nをn次元のユークリッド空間としよう。任意のx，$y \in R^n$について，$x >> y$，$x \geq y$は，$x_i > y_i$ *for any* $i \in \{1,...,n\}$及び$x_i \geq y_i$ *for any* $i \in \{1,...,n\}$を意味する。$x > y$は，$x \geq y$かつ$x \neq y$を意味する。ここでx_iはxの第i成分を意味する。R^n_+とR^n_{++}は各々n次元ユークリッド空間の非負象限と正象限であるとする。Mを任意の集合としたとき，その基数は，特に問題のない限り小文字mで表すことにする。$\neg(\cdot)$は$(\cdot)$の否定を意味する。A，Bを二つの非空集合とする。Aの各要素に対しBのある非空な部分集合を対応させる操作を多価写像と呼ぶ。多価写像fに関して，各$a \in A$に対し，$f(a)$が常に一点から構成される場合，fを（一価）写像という。$A-B$は，AとBの差集合であり，$\{x : x \in A \& \neg(x \in B)\}$を意味しているものとする。

第2節　定義と記号

n人のプレイヤーが潜在的に存在し，各プレイヤーには1からnまでの index が予め付けられているとしよう。このプレイヤー全ての集合をNとする。交渉問題はNの任意の非空部分集合Mに関して定義される。Mに属する各プレイヤーiは，ある一つの利害対立を孕んだ問題に直面し，交渉によって妥結を図らねばならない，と想定しよう。交渉が妥結すれば，彼は（非負の実数値で表現

5）一つの交渉問題，各プレイヤーが得る可能性のある最高利得を並べてできるベクトルを，その交渉問題でのイデアルポイントという。KS解は，非協力点とイデアルポイントを結ぶ線分上に位置する利用可能な選択肢のうち，イデアルポイントに最も近いものを選ぶ交渉解である。

された）利得 x_i（以下では効用と呼ぶ）をうるが，失敗すれば，何も得られず，彼の効用はゼロであると想定しよう。

さて，交渉が妥結したとしても，そこで各自が得る効用は，プレイヤー達の駆け引きや情報的制約等に依存して様々に変りうる筈である。交渉の結果得ることのできるプレイヤー達の効用の組 x を選択肢（alternative）とよぶ。x は m 次元空間 R^M 内の点として表現される。ここで R^M は M のメンバーがそれぞれindexとなった m 次元の空間とする。つまり $M=\{2,5,6\}$ ならば，R^M は第 2 次元，第 5 次元，第 6 次元からなる 3 次元の空間である。論理的に帰結可能な選択肢の集合を選択肢集合（the set of alternatives）と呼び，S で表す。組 (M,S) のことをプレイヤーの集合 M が直面している交渉問題（bargaining problem）と呼ぼう。なお，M の中での交渉が失敗した場合での，プレイヤー $i\in M$ の受け取る効用のリストを，以下では交渉問題 (M,S) での非協力点（disagreement point）と呼ぶ。考察されている交渉問題 (M,S) が文脈の上で明白である場合は，単に交渉問題，非協力点と呼ぶことにしたい。定義により，非協力点は R^M の原点である。便宜上，非協力点も，交渉の一つの帰結と解釈し，$0\in S$ と仮定する。また，S はコンパクトであり，$S\cap R^M_{++}\neq\phi$ と仮定する。

プレイヤーの集合 M が直面する交渉問題 (M,S) は，一つであるとは限らない。例えば，M をある労働組合のメンバーの集合とし，S は1999年での賃金交渉の妥結可能な契約のリストであるとしよう。S の構成は例えば，その年の景気の状況に左右されて，様々に変りうる筈である。不景気の時の S は非常に小さく，場合によっては好況時でのそれの部分集合になるかもしれない。各 M が直面する，論理的に可能な交渉問題 (M,S) を全て集めた集合を Ξ と記号する。これは非空な集合と仮定する。なお Ξ の構造に関する，より細かい規定は節ごとに与えることとしたい。

一つの交渉問題 $(M,S)\in\Xi$ が与えられた時，この S の中でプレイヤー $i\in M$ にとっての最高の効用水準 $max\{x_i:(x_i,x_{-i})\in S\}$ が決まる。交渉問題 (M,S) にとってのイデアルポイント $I\ (M,S)\in R^M$ はその第 i 成分 $I_i(M,S)$ がこのプレイヤー i の最高の効用となっているベクトルを指していう。

交渉問題の解（solution）とは，論理的に可能な交渉問題 $(M,S)\in\Xi$ の各々に対して，S のある非空部分集合を対応させる多価写像 σ として定義される。以上の説明からわかるように，解とは，M に属するプレイヤー達が一つの交渉問題 (M,S) に直面した際に彼らがとるであろう協力行動を数学的に定式化したものに他ならない。尚，論理的に可能な交渉問題全ての集合 Ξ を，以下では（解の）定義域（domain）と呼ぶことにする。

以上がモデルの設定である。本稿での設定は，標準的なナッシュ交渉問題（Nash (1950)）の設定と次の 3 点で違うのみである。第 1 に，交渉に参加するプレイヤーの数が可変であるとすること，第 2 に選択肢集合Sの凸性（及び comprehensiveness）を仮定しないということ，そして第 3 に，これら 2 点の論理的帰結により，解はプレイヤーの任意の集合に対して，多価写像として定義されなければならないこと，である。このうち，第 1，第 2 の点の意味付けに関しては，イントロダクションで簡潔に触れている。また，本節後半でより詳細に論じる予定でもある。

なお，これら設定の違いに従って，本稿での「交渉問題」という用語の意味も標準的なそれとは

ずれがある。このことにも留意されたい。既に説明したように，標準的設定では，交渉に参加するプレイヤーの集合は，常に潜在的に存在するプレイヤーの集合Nそのものである。一方で，その非協力点は様々に変り得ると想定される。従って標準的な用語法では，交渉問題はNが直面する選択肢集合Sと非協力点dの組(S,d)で与えられるのである。これに対して，我々の場合は，非協力点は，交渉に参加するプレイヤーの集合が同じである限りは，変化しない。本稿において交渉ゲームを考える際に重要な点は交渉に参加するプレイヤーのメンバー構成Mと彼らにとって利用可能な選択肢集合Sのみである。従って交渉問題も，その二つの組(M,S)で規定されることになるのである。

本稿での公理化の対象となるImai解（Imai (1983)）を定義しよう。言葉の上でなら，次のように帰納的に定義するのが，わかりやすい。交渉問題(M,S)を所与としよう。Sに属する各選択肢をとり，この選択肢がMに属する各プレイヤーに与えている利得のうち最も低い利得に注目する。Sの各選択肢をこの最低利得に関して比較し，最大なものを与える選択肢の集合をとり，A_1とする。このA_1が唯一の選択肢からなるならばその選択肢をImai解は選ぶ。ただ一つでなければ，A_1に含まれる選択肢をそれが与える２番目に低い利得に関して，先と同様の比較を行う。そしてこの利得が最大になっている選択肢を選び出して，集合A_2を作る。このA_2が唯一の選択肢からなればその選択肢をImai解は選ぶ。複数の選択肢が含まれていれば，更に３番目に低い利得に注目し，このアルゴリズムを続ける。このような辞書式順序によるアルゴリズムを４番目，…，m-１番目，m番目に低い利得という順で繰り返せば，最終的にImai解が交渉問題(M,S)で指示する選択肢の集合が確定する。以上がImai解の定義である。

但し正確には，Imai解においては以上のような辞書式順序付けはオリジナルな選択肢集合上で行われるのではない。比較は非協力点とイデアルポイントでの各プレイヤーの得る利得をそれぞれ０と１に正規化した選択肢集合で行わねばならない。後にわかることだが，この正規化は，非協力点とイデアルポイントでのプレイヤーの交渉達成度を各々０％と100％とし，残りの選択肢も，同様に交渉の達成度のパーセンテージを表すリストとして変換する操作として解釈できる。従って，Imai解は，ややラフな言葉で表現して申し訳ないが，交渉の達成度に関して，プレイヤーの立場を恵まれない順から辞書式に改善を図っていく交渉解である，ということができよう[6]。

以下，Imai解の形式的定義を与えよう。任意の$x \in R^M$に対して，$C(x) \in R^M$を以下のようなxの昇べき順並び換えとする。

$C(x)_i \leqq C(x)_j$ *for any* $i, j \in M$ *with* $i < j$.

このような$C(\cdot)$によって，R^M上の推移的な２項関係pを次のように定義する。

$[\, y\, p\, x \Leftrightarrow \exists\, k \in M$ s.t. $C(y)_i = C(x)_i$ *for any* $i \in M$ *with* $i < k$ *and* $C(y)_k > C(x)_k]$ *for any* $x, y \in R^M$

$y\, p\, x$であるとき，yはxに対して（pに関して）優越する，という。

6）Imai解と同様に交渉達成度に基づいて定義された解を考察した文献としてDhillon, Amrita and J. Mertens (1999) がある。彼らは，Utilitrian解を扱っている。

次に交渉問題(M,S)の正規化を定義する。$I(M,S)^{-1}$を各成分がイデアルポイントのその成分の逆数となっているm次元ベクトルとする。$I(M,S)^{-1}S$ を S'と書くと，そのイデアルポイント $I(M,S')$ は$(1,\dots,1)$となっている。この S'を S の正規化とよぶ。同様に任意の $x\in S$ の正規化 x'を，$I(M,S)^{-1}x$ と定義する。

以上の準備をもとに *Imai* 解, σ^Iは次のように定義される。任意の交渉問題$(M,S)\in \Xi$ に関して

$\sigma^I(M,S):=\{x\in S:\neg(\exists\ y\in S\ s.t. y'px')\}$

Imai 解に関して，2点ばかり数学上の留意事項を述べたい。第1に，Imai 解は定義可能である。つまり，各交渉問題(M,S)に対して，$\sigma^I(M,S)$は非空である。これは S がコンパクトであることによっている。実際，先の言葉で説明したアルゴリズムに従って計算していけば，Imai 解が定義可能であることがわかる。S'の各要素 x'の $C(x')$で，その第一成分 $C(x')_1$が最大になるものを集める。その集合が先の A_1である。これは非空のコンパクト集合である。次にこの A_1上でその各要素 x'の $C(x')$で，その第二成分 $C(x')_2$が最大になるものを集める。これが A_2であり，やはり非空なコンパクト集合である。同様の手順を繰り返すことによって，Imai 解が定義可能であることが示せる。

第2に，選択肢集合 S が凸集合とは限らないので Imai 解は多価写像である。実際，交渉問題(M,S)に関して $x\in\sigma^I(M,S)$としよう。更にイデアルポイントの各成分の値は全て等しいとしよう。このとき，x の成分を適当に並び替えてできる選択肢 y が $y\in S$ であれば，定義により $y\in\sigma^I(M,S)$ でもある。

解が満たすべき公理を以下順に説明する。二つの任意の α，$x\in R^M$について，αx を $\alpha x:=(\alpha_i x_i)_{i\in M}$と定義する。$S\subset R^M$について，$\alpha S:=\{\alpha x: x\in S\}$ と定義する。以下一つの解σを所与としよう。

不変性

任意の$(M,S)\in\Xi$ と任意の $\alpha\in R^M_{++}$について，$(M,\alpha S)\in\Xi$ ならば，$\alpha\sigma(M,S)=\sigma(M,\alpha S)$である。

$\Pi(M)$を集合M上の置換の集合とする。$\pi\in\Pi(M)$と $x\in S$ が与えられた時，x をMからR（実数の集合）への写像と見なせば，二つの合成写像 $xo\pi$ が定義できる。集合 $S\subset R^M$が対称であるとは，$S=\{xo\pi:\pi\in\Pi(M), x\in S\}$となっているときをいう。つまり S に任意の元の成分を任意に並べ替えたものも S の元であるとき，S は対称であるというのである。交渉問題(M,S)に関して，S が対称であるとき，(M,S)は対称な交渉問題と呼ぶことにしよう。

対称性

任意の$(M,S)\in\Xi$ に関して，S が対称ならば $\sigma(M,S)$もまた対称である。

交渉問題(M,S)でのパレート効率的な集合 $PO(M,S)$を定義する。

$PO(M,S)=\{x\in S: y\in R^M_+,\ y>x\Rightarrow y\notin S\}$

最適性

任意の$(M,S) \in \Xi$に関して，$\sigma(M,S) \subset PO(M,S)$である。

独立性

任意の(M,S)，$(M,T) \in \Xi$に関して，$S \subset T$かつ$I(M,S) = I(M,T)$としよう。このとき$\sigma(M,T) \cap S \neq \phi$ならば$\sigma(M,T) \cap S = \sigma(M,S)$である。

以上の四公理のうち，不変性，対称性，最適性のオリジナルは Nash（1950）に，独立性は Roth（1977）にある。われわれは（一価）写像について定義されていたそれらの公理を，解が多価写像である場合で拡張したのである。不変性は効用の単位の変換は，交渉結果に影響しないことを示している。例えば，労使間の賃金交渉で，ドル建てで交渉しようと，円建てで交渉しようと，得られる実質的な利得は違いがない，これが不変性が要求していることである。実際，この例で，不変性が成立しない解に従って，労使間で交渉が妥結したとすると，プレイヤー達が一種の「貨幣錯覚」を犯したことを意味するだろう。このような非合理的な行動をプレイヤー達は交渉の場でとることはない，これが不変性の真意である。対称性の意味は次のとおりである。交渉の結果，帰結するプレイヤーの利得の大小は，その交渉におけるプレイヤーの持つ交渉力の大小を反映していると解釈できる。すると，Sが対称であるとは，交渉の結果得られる利得ベクトルの空間でプレイヤー達を評価したとき，彼らが互いに等しい交渉力を持つことを意味している。この場合，交渉力の等しいプレイヤー間での交渉の結果は，やはり対称であるに違いない。これが対称性のいわんとするところである。最適性では，プレイヤーのある集団が共同して，自分達の立場を一斉に改善でき，そしてそのことによって他のプレイヤーが不利になることがない，そういう状況が想定されている。このとき，誰もこのプレイヤーの一団による交渉結果の改善を妨げることはできない。これが最適性の意味することである。

独立性は，交渉に参加するプレイヤーの集合は同じだが，彼らにとっての選択肢集合が異なる二つの交渉問題間で解がある種の整合性を持たねばならないことを意味している。正確には，独立性は，ある選択肢が交渉解で選ばれるには，それがイデアルポイントとの位置関係でのみ決まってくることを示している。たとえ二つの交渉問題が異なっていても，イデアルポイントが不変である限り，片方の交渉問題で交渉の結果帰結するとされる選択肢は，もう片方の問題でも（それが利用可能である限り）交渉の結果，帰結する筈である。これがこの論文での独立性が意味することである。

この点に関連して，Thomson（1981）の reference function に触れておくのは有益である。これは独立性の様々な variants に関係する概念であり，一口に言うと2つの交渉問題について reference function が同じならばプレイヤー達はその2つの交渉問題を同じ性質を持つものとみなし，同じように行動するわけである。我々の場合，この reference function に該当するのがイデアルポイント（との位置関係）であることは言うまでもない。

第5番目の公理は安定性である。二つのプレイヤーの非空集合M, P *with* $P \subset M$ を所与とする。点$x \in R^M$について，$x^P \in R^P$を，任意の$i \in P$について$x_i^P = x_i$となっているp次元ベクトルとする。

交渉問題$(M,S) \in \Xi$と選択肢$x \in S$を所与とする。この時，Mの部分集合Pが直面する交渉問題(P,S^x)を，$S^x = \{ y \in R^P : \exists\ z \in S \text{ s.t. } z^P = y \text{ and } z^{M-P} = x^{M-P} \} \cup \{ 0 \}$，但し0は$R^P$での原点である，と定義する。この交渉問題$(P, S^x)$を$P$と$x$に関する交渉問題$(M,S)$のreduced problemと呼ぼう。文脈の上でPとx及び(M,S)が明らかな場合，単にreduced problemと呼ぶことにしたい。この概念の意味は，次のとおりである。交渉問題$(M,S) \in \Xi$で，Mに属するプレイヤーのうち，$M-P$のプレイヤーi全てに，利得$x_i (I \in M-P)$を与えるとしよう。この条件の下で，なお残るプレイヤーの集合Pにとってオリジナルな交渉問題(M,S)で帰結可能となる選択肢を集める。こうして作った交渉問題がreduced problem(P,S^x)である。従来の定義（Thomson and Lensberg (1989)）とは違って，ここでの(P,S^x)の定義では$\{0\}$を付け加えている。これは交渉問題がcomprehensiveであることを仮定していないためである。

安定性

任意の$(M,S) \in \Xi$，$x \in \sigma(M,S)$，及び$P \subset M$について，$(P,S^x) \in \Xi$かつ$I_i(P,S^x) = I_i(M,S)$ *for any* $i \in P$ならば，$x^P \in \sigma(P,S^x)$である。

安定性は，解が二つの互いに連関した交渉問題，(M,S)とそのreduced problem(P,S^x)，に対してある種の整合的な交渉結果を指示しなければならないことを意味している。

安定性の意味に関して詳しく検討しよう。第1にreduced problem(P,S^x)に対しての解釈を与えねばならない。これは次のとおりである。元々のオリジナルな交渉問題(M,S)において，プレイヤーの一部$M-P$の各メンバーは，選択肢xを選ぶことに合意している，特に彼らはxでの効用x_iを受け取ることに合意しているものとしよう[7]。残るプレイヤーの集合Pの各メンバーは，xに対して合意しているとは限らず，従って交渉は引き続き行われるわけであるが，$M-P$に関してのかような部分合意を前提とする限り，Pに関して妥結可能な選択肢の集合は，reduced problem(P,S^x)での選択肢集合S^xである他ないであろう。以上を要約すると，reduced problem(P,S^x)とは，そのオリジナルな交渉問題(M,S)において，プレイヤーの一部$M-P$がxに合意した状況で，残るプレイヤーの集合Pによって続行される交渉問題である，と解釈できるのである。

7）注意すべきは，$M-P$はxに合意しているというだけであり，実際にその利得を既に受け取っているわけではない，という点である。利得の受け渡しは交渉に参加するメンバー全員が合意してはじめてなされる。このように想定する理由は，ナッシュ交渉問題での出発点にある前提，交渉は全員が合意してはじめて成り立つものとする，そうでなければ非協力点が帰結する，に由来している。参加メンバーの一部のみに成り立つ部分合意は認めていないのである。著者はこの点の教示を大和毅彦氏（東京都立大学）に負うている。

さて，以上の準備をもとに，安定性の意味に関して考えよう。仮に安定性が成立しなければ，つまり，reduced problem (P,S^x) で x^P が選ばれなかったとしたら，どうなるかを考えるのが近道である。仮にいま，reduced problem (P,S^x) で解が指示する選択肢を任意に取り，y^P としておこう。P に属するプレイヤーで，y^P で彼が受け取る効用が x^P のそれよりも高ければ，彼は元々のオリジナルな交渉問題で x には合意しないはずである，むしろ選択肢 (y^P, x^{M-P}) が交渉結果として成立する可能性が高い。なぜならプレイヤーの集合 $M-P$ が，x^{M-P} に合意した後で行われる交渉問題で，プレイヤーの集合 P は y^P に合意するわけであるから，交渉全体としては，(y^P, x^{M-P}) に帰着する，と考えるのが自然だからである。そこで，P に属するプレイヤー全てに関して，y^P で彼らが受け取る効用が x^P のそれよりも低いことになる。しかし，x^P が P に関して利用可能な選択肢である以上，かような（P に関しての）パレート劣位な交渉結果が帰結することは，考えられない。以上のことからわかるように，安定性が成立しないと，reduced problem (P,S^x) での交渉に参加するプレイヤー達が，（オリジナルな交渉問題または reduced problem の少なくともいずれか一方で）非合理的な選択を行っていることを意味するのである。

もっとも厳密を期すならば，以上の説明は，選択肢に関してだけではなく，それを正規化した交渉達成度のベクトルに関しても，適用されねばならない。なぜなら安定性が適用される交渉問題では，一つの条件 $I_i(P,S^x) = I_i\ (M,S)\ for\ any\ i \in P$ が付帯されているからである。この条件の下では，reduced problem (P,S^x) での各選択肢が P のメンバーに与える交渉達成度は，オリジナルな交渉問題のそれと同じである。つまり，reduced problem (P,S^x) での各選択肢は，P のメンバーにとっては，効用で見ても，交渉達成度で見ても，オリジナルな交渉問題のそれと同じなのである。交渉に参加するプレイヤー達の関心は，自分が受け取る効用のみではなく，交渉達成度にもある。この点は，先の独立性の説明で，イデアルポイントとの位置関係が reference function である，とした説明からも首肯できることである。そこで，仮に reduced problem (P,S^x) で先の付帯条件 $I_i\ (P,S^x) = I_i\ (M,S)\ for\ any\ i \in P$ が成立しないとしよう。すると P に属する各プレイヤーにとって，もはや reduced problem $(P,\ S^x)$ はオリジナルな交渉問題と同じであるとは言えなくなる。そこで彼らがこの reduced problem で，オリジナルな交渉問題とは違う選択を行ったとしても，それは非合理的な行動ではないのである。

以上は，プレイヤーの集合 P から見た場合での話であったが，残りの $M-P$ のメンバー，つまり，部分的に合意したプレイヤー達から見ても事情は同じである。解が安定性を欠くならば，彼らもオリジナルな交渉問題での交渉結果を受入れない筈である。$M-P$ のメンバーが x を交渉結果として受入れたにもかかわらず，reduced problem では x 以外の選択肢が帰結したとしよう。これはたとえば，P に属するあるプレイヤーが，M のメンバー間での交渉問題では，表に出せない（あるいは出すと不都合な）特殊な事情があり，それが P の中でなら，その事情を表に出して交渉に臨める，といった状況ならば起こりそうである。このような隠し持っていた情報を使って交渉を有利にまとめたとすると，これは，交渉参加者の一部にのみ秘匿された情報に基づいて交渉が行われたことを

意味する。当然，その情報にアクセスできないプレイヤー達，は交渉結果をフェアなものとは見なさず，更には交渉そのものに参加しなくなるだろう。つまりこの場合も，プレイヤーの間で拘束力ある交渉結果をうることは難しくなる。これからわかるように，安定性が意味していることは，交渉は参加者であれば公共的に誰でも観察可能な情報のみに，具体的にはプレイヤーの持つ選好と交渉妥結可能な選択肢の集合のみに，基づいてなされる，ということである。更に，そうでなければ交渉は妥結しない，という経験的事実を反映した公理なのだともいえる。

以上の五公理のオリジナルは既に文献上に存在しており，我々が行った正当化と解釈は，全てこれら文献でのそれらを踏まえたものである。公理が多価写像としての解の上で定義される点とイデアルポイントについての条件を除いては，これらの公理に関しては目新しい論点はない。この点は強調しておきたいと思う。

次に述べる安全性はこの論文で定義する新しい公理である。プレイヤーの非空集合Mと有界集合$T \subset R^M_+$を所与とする。各プレイヤー$i \in M$に関して，$inf\ T_i := inf\{x_i : (x_i, x_{-i}) \in T\}$とおく。$InfT$は，その第 i 成分が$infT_i$である，$m$次元ベクトルとしよう。

安全性

任意の$(M,S) \in \Xi$と有界集合$T \subset R^M$について，$infT >> inf\sigma(M,S)$ならば$\neg(T \subset S)$である。

解が多価写像であるという我々の設定は，解は与えられた交渉問題の最終的な結果までは確定しえず，ただ最終的な結果の候補を選び出すだけである，と解釈できる。最終的な結果はこの中から選ばれるわけであるから，プレイヤー達が最終的に得る効用水準には不確実性が存在している。仮にプレイヤー達が悲観的であって，自分にとって最も都合の悪い結果が選ばれる事態に特に関心を持つとしよう。すると，彼らは$\sigma(M,S)$の中での自分達が得る最低の効用水準の改善を重視するだろう。全てのプレイヤーがこのような危険回避行動をとるとすれば，候補の集合について全員の最低の効用水準を改善することができる余地のある限り全員一致でそう行動する筈である。これが安全性の公理が意味していることに他ならない。これは別のいいかたをすれば最低効用水準についてのパレート最適性である。

以上の説明からもわかるように，安全性は，非凸な選択肢集合を扱う，我々のモデルの設定と密接に関連している。イントロダクションでも述べたように，交渉問題が非凸であるとは，プレイヤー達がv.N.M.期待効用関数を持たないか，持っていても十分信用できるrandomization deviceが存在しない場合の交渉問題に直面していると解釈できる。このような状況でのプレイヤーの行動に関しては，様々な想定が可能であると思える。我々の提唱したマクシミンタイプでの危険回避行動の想定が，果たして妥当かどうかに関しては意見が分かれるところだろう。この問題を更に検討するには，客観的確率分布が存在しないケースでのプレイヤーの合理的選択行動に関する研究を進めるしかない。これは我々が本稿で論じる主題とは異なる。故に，この問題は，それらの研究の進展

を見守った上で，検討するしかない。少なくとも現時点では，我々としてはこう考えている。この点に関しては，第5節の結論で，もう一度触れたいと思う。

第3節　定理

定理1（Imai解の定性的性質）

定義域 Ξ を所与とする。この上で定義されるImai解は不変性，対称性，独立性，最適性，安定性，及び安全性をみたす。

証明：安定性の成立のみを確認しよう。$(M,S)\in\Xi$，$x\in\sigma^I(M,S)$，及び $P\subset M$ について，$(P,S^x)\in\Xi$ かつ $I_i(P,S^x)=I_i(M,S)$ *for any* $i\in P$ としよう。ここで $\neg(x^P\in\sigma^I(P,S^x))$ であるとする（背理法）。さて以下の証明では，x と x^P の正規化を行い，辞書式順序による比較を行う個所が随所に出てくる。しかし，仮定，$I_i(P,S^x)=I_i\ (M,S)$ *for any* $i\in P$，により，x^P の各成分の正規化は，実は x での対応する成分のそれと等しい。このため両者の正規化を区別せずに議論できることに留意されたい。

さてImai解の定義により，背理法の想定は次のことを意味する。

①ある $y\in S^x$ に対して，ある自然数 $k\in P$ があって，$C\ (x^P)_j=C(y)_j (j<k)$ かつ $C(x^P)_k<C(y)_k$ である。

ここで，$C\,(x^P)$ と $C\,(y)$ は各々 x^P と y の正規化の昇べき順並び替えを表しているとする（厳密を期すならば，x^P と y には正規化の記号，ダッシュ，をつけるべきだが，煩雑になるので，このように略記することとしたい）。

$z\in S$ を $z_i=y_i$ *for any* $i\in P$ *and* $z_i=x_i$ *for any* $i\in M-P$ としよう。$x\in\sigma^I(M,S)$ でもあるから，x と z を辞書式順序で比べた場合，x が z に優越されることがあってはならない。このことと①を見比べてみよう。すると，x と z の正規化を昇べき順に並び替えて比較した場合，$C\,(x)$ においては成分 $C\,(x^P)_k$ の前に $i\in M-P$ に関する（x の正規化の）成分が少なくとも一つは割り込まなければならないことが判明する。（そうでないと①の第k成分の不等式 $C\,(x^P)_k<C\,(y)_k$ が効いてきて，x が z に優越されることになってしまい，矛盾するからである。）より正確には，$x_i(i\in M-P)$ の中で $x_i'<C(x^P)_k$ となるものが少なくとも一つは存在しなければならない，ということになる。このような成分を全て集め，この集合をQとしよう。つまり，$Q:=\{x_i\ (i\in M-P):x_i'<C(x^P)_k\}$ である。

しかし，$y\in S^x$ の定義により，Q に属する全ての x_i に関して，$x_i=z_i$ であるから，$z_i'<C(x^P)_k$ でもある。つまり，①での順位の1番から k 番の間に $i\in M-P$ の成分 x_i が割り込めば，z_i も割り込んでくるのである。このことより，x と z の正規化を昇べき順に並び替えて比較しても，①のk番目の不等式は効いてくることになる。これは $x\in\sigma^I(M,S)$ に矛盾する結果である。■

Imai解の定義に沿って考えれば，Imai解が残りの公理を満たすことはほぼ自明である。定理1は

任意の定義域 Ξ 上で成り立つことに留意されたい。Ξ の定義から，これは非空な交渉問題の集合であり，各交渉問題$(M,S)\in\Xi$ に関しては，$0\in S$，S はコンパクト，$S\subset R^M_+$，及び $S\cap R^M_{++}\neq\phi$ が成り立っている，ことにも留意すべきである。

次の定理を述べる前に，若干の概念を準備する必要がある。任意の交渉問題(M,S)において，$s\in[0,1]$ を一つの正の実数とする。集合 $Ss:=\{x\in S: x\geq sI(M,S)\}$ を考える。$s^*:=\max\{s:Ss\neq\phi\}$ としよう。s^*は well defined である。

$s^*I(M,S)$は，選択肢集合Sのイデアルポイントと非協力点を結ぶ線分上に位置する。この点がSに属しているとすれば，これは，Kalai and Smorodinsky（1975）が定義した意味でのＫＳ解が選ぶ選択肢である。我々の定義域に属する交渉問題では凸性が仮定されていないから，$s^*I(M,S)$が交渉問題の選択肢である保証はない。この定義域上で，ＫＳ解 σ^{KS}を定義するとすれば，任意の$(M,S)\in\Xi$ に関して，$\sigma^{KS}(M,S)=Ss^*$とする他ないだろう。これが Nagahisa and Tanaka（1999）で，定義されたＫＳ解に他ならない。図で例解するならば，このＫＳ解は次のように表現できるだろう。各交渉問題(M,S)に対し，原点とイデアルポイントを結ぶ線分上の各点で kink したレオンチェフ型の関数を考える。そしてＫＳ解は，この関数の値を選択肢集合S上で最大にする選択肢全てを集め，これを $\sigma^{KS}(M,S)$とするのである。以下，特に断らない限り，ＫＳ解は，Nagahisa and Tanaka の一般化された定義を指しているものと，約束したい。

以上の説明からわかるように，集合Ss^*は，与えられた交渉問題(M,S)でのＫＳ解のとる値の集合なのである。この概念を使えば，Imai 解とＫＳ解の関係を明らかにすることができる（定理２）。

定理２（Imai 解とＫＳ解の関係）

定義域 Ξ を所与とする。任意の$(M,S)\in\Xi$ について，

(1) $\sigma^I(M,S)\subset Ss^*\cap PO(M,S)$であり；

(2)Mが２人のプレイヤーから構成され，Sが対称であれば，$\sigma^I(M,S)=Ss^*\cap PO(M,S)$

証明

(1)交渉問題$(M,S)\in\Xi$ を所与とする。$\sigma^I(M,S)\subset PO(M,S)$は，Imai 解の定義から自明なので，$\sigma^I(M,S)\subset Ss^*$のみを証明しよう。まず，一つの準備を行う。$Ss^*$は非空だから $y\in Ss^*$が存在する。Ss^*の定義から $y\geq s^*I(M,S)$であるので，任意の $i\in M$ について $s^*I_i(M,S)\leqq y_i$となる。故に，

① $s^*\leqq y_i/I_i(M,S)$ for any $i\in M$

となっている。以上で準備が終わった。

$x\in\sigma^I(M,S)$を任意にとる。$x\in Ss^*$を示せばよい。x に関して，その成分 x_jの番号 j を，次の二つの集合に分類しよう。

$A:=\{j:s^*\leqq x_j/I_j(M,S)\}$,$B:=\{j:s^*>x_j/I_j(M,S)\}$

すると，各 j $\in B$ は，

②全ての $i\in M$ に関して，$x_j/I_j(M,S)<s^*\leqq y_i/I_i(M,S)$（∴①）及び

③全ての $k \in A$ に関して，$x_j/I_j(M,S) < s^* \leqq x_k/I_k(M,S)$

となっている。この二つの関係から，もしBが非空ならばy'がx'を優越することとなる。これは $x \in \sigma^I(M,S)$に反する。故にBは空であり，このことから$x \in Ss^*$であることがわかる。

(2)(1)を考慮すれば，$\sigma^I(M,S) \supset Ss^* \cap PO(M,S)$を示せば十分である。2人のケースであるから，図解して考えれば容易に証明できる（演習問題)。■

定理2の(1)は，Imai解が，ＫＳ解のsubcorrespondenceであることを意味している。正確には，任意の交渉問題でImai解が指示する選択肢の集合は，ＫＳ解が指示する選択肢の集合とパレート最適な選択肢集合のintersectionの部分集合であることを意味しているのである。交渉問題の選択肢集合が凸である場合にも，Imai解はＫＳ解のこの意味でのrefinementであることは，既にわかっている(Imai (1983))。従って定理2はこの事実が非凸な交渉問題でも成立することを示している，と解釈できよう。

なお，定理2も定理1と同様，任意の定義域に関して成り立つことに留意されたい。定理2は，次の定理3の証明に際し，補題としても利用される。

さて，この論文の最も重要な定理を述べよう。Imai解の公理化を与える定理である。

定理3（Imai解の公理化）

定義域Ξは以下のような条件を満たすとする。$0 \in S \subset R^M_+$が有限個の選択肢から構成され，かつ$S \cap R^M_{++} \neq \phi$，ならば，$(M,S) \in \Xi$としよう。この定義域上で定義される解の中でImai解は不変性，対称性，独立性，最適性，安定性，及び安全性をみたす唯一の解である。

なお，プレイヤーの数が2人以下の場合には，上の公理化での安定性は必要なくなる。

系

定義域Ξは定理3の条件に加えて，各$(M,S) \in \Xi$のMが2人以下のプレイヤーから構成されているとしよう。この定義域上で定義される解の中でImai解は不変性，対称性，独立性，最適性，及び安全性をみたす唯一の解である。

定理3（及び系）の証明は，次節で行うことにする。Imai解は，任意の定義域上で不変性以下六つの公理を満たす解の一つである（定理1）。そして，定理3の定義域上で定義された解の中では，唯一Imai解のみがこの六つの公理を満足する解となる。これが定理3のいわんとするところである。定理3を次のように言いかえることもできる。定理3での定義域を所与としよう。この定義域上での解σがImai解である，つまり$\sigma = \sigma^I$である，ための必要十分条件は，この解が不変性以下の六つの公理を満たすことである，と。このうち必要条件は，既に定理1で解明されていることに注

意されたい。

さて定理 3 の解釈は次節で与えることにする。ここでは，この定理に関しての，三つの簡単な注意事項を述べるとしよう。第 1 に，定理 3 の定義域に属す全ての (M,S) に関して，$0\in S$，S はコンパクト，$S\subset R^M_+$，及び $S\cap R^M_{++}\neq\phi$ でもある。これらは交渉問題 (M, S) の定義から従う。第 2 に，定理 3 の条件を満たす定義域は幾つもある。その中で包含関係に関して，最も小さい定義域 Ξ^S は，交渉問題 (M,S) の S が有限個の選択肢から構成されるもの，そしてそのような交渉問題全てを集めて作った定義域である。逆に最も大きい定義域 Ξ^L は，交渉問題 (M,S) の S がコンパクト集合であるもの，そしてそのような交渉問題全てを集めて作った定義域である。定理 3 の条件を満たす任意の定義域 Ξ は，全て Ξ^S をその部分集合として含み，Ξ^L の部分集合となる。第 3 に，以下の六つの例が示すように，定理 3 の各公理は独立である。つまり，六つの公理のうち一つでも欠ければ，定理 3 は成り立たない。以下，六つの例での定義域はすべて定理 3 の条件を満たすものとしよう。

例 1 （不変性）

$\sigma^1(M,S):=\{x\in S:\neg(\exists\ y\in S, ypx)\}$ *for any* $(M,S)\in\Xi$

つまり辞書式マクシミン解である。この解は不変性を除く全ての公理を満たす。

例 2 （対称性）

交渉問題 (M,S) に関して，S_1 は S 上での選択肢のうち，プレイヤー 1 の効用を最大にしているものを全て集めて作った集合とする。S_{12} は，S_1 上での選択肢のうち，プレイヤー 2 の効用を最大にしているものを全て集めて作った集合とする。S_{123} は，S_{12} 上での選択肢のうち，プレイヤー 3 の効用を最大にしているものを全て集めて作った集合とする。以下，帰納的に $S_{123,...,m}$ までを定義する。このとき，辞書式独裁解を

$\sigma^2(M,S):=S_{123,...,m}$ *for any* $(M,S)\in\Xi$

と定義する。この解は，対称性を除く全ての公理を満足する。

例 3 （独立性）

$\sigma^3(M,S)\ :=Ss^*\cap PO(M,S)$ *if* $s^*I(M,S)\in S$ *and* $m\leq 2$

$:=\sigma^1(M,S)$ *otherwise.*

この解は，独立性を除く全ての公理を満たす。

例 4 （最適性）

$\sigma^4(M,S)\ :=\sigma^1(M,S)\cup\{s^*I(M,S)\}$ *for any* $(M,S)\in\Xi$ *with* $s^*I\ (M,S)\in S$ *and* $I\ (M,\sigma^1(M,S)\cup\{\ 0\ \})<<I(M,S)$ *and* $m\leq 2$.

$:=\sigma^1(M,S)$ *otherwise.*

この解は，最適性を除く全ての公理を満たす。（尚，$(M,\sigma^I(M,S)\cup\{0\})$ が一つの交渉問題であることは簡単に確認できる。）

例5（安全性）

Imai 解と双対的な関係にある解，（交渉達成度に関する）辞書式マクシマックス解，がこの例である。形式的に定義すれば，以下のようになる。

R^M上の推移的な2項関係 q を次のように定義する。

For any $x,y\in R^M, yq\,x \Leftrightarrow \exists\ k\in M$ *s.t.* $C(y)_i=C(x)_i$ *for any* $i\in M$ *with* $i>k$ *and* $C(y)_k>C(x)_k$

$\sigma^5(M,S):=\{x\in S:\neg(\exists\ y\in S\ s.t. y'qx')\}$ *for any* $(M,S)\in\Xi$

この解は，安全性を除く全ての公理を満たす。安定性の成立は定理1と同様にして確認できる。

例6（安定性）

R^M上の推移的な2項関係 r を次のように定義する。

For any $x,y\in R^M, y\ r\ x \Leftrightarrow C(y)_1>C(x)_1$ *or* $[\,C(y)_1=C(x)_1$ *and* $\exists\ k\in M$ *s.t.* $C(y)_i=C(x)_i$ *for any* $i\in M$ *with* $i>k$ *and* $C(y)_k>C(x)_k\,]$.

$\sigma^5(M,S):=\{x\in S:\neg(\exists\ y\in S\ s.t. y'rx')\}$ *for any* $(M,S)\in\Xi$

この解は，Imai 解と辞書式マクシマックス解（例5）の hybrid であるが，安定性を除く全ての公理を満足する。

第4節　定理3の証明

補題1

任意の$(M,S)\in\Xi^S$において，Mが2人のプレイヤーから構成されるとしよう。解 σ が不変性，対称性，独立性，最適性，安全性を満たすならば，$\sigma(M,S)=\sigma^I(M,S)$となる。

証明：一般性を失うことなく，$M=\{1,2\}$としよう。σ を上記の五つの公理を満足する解としよう。証明はSの形状に関して，いくつかのステップに分けて行う。

ステップ1：Sが対称な場合

定理2の(2)を考慮すれば，$\sigma(M,S)=Ss^*\cap PO(M,S)$の成立を示せば十分である。

1）：$\sigma(M,S)\subset Ss^*\cap PO(M,S)$:

最適性により，$\sigma(M,S)\subset PO(M,S)$は明らかである。$\sigma(M,S)\subset Ss^*$を示そう。$S$が対称であり，$\sigma$が対称性を満たすので，$inf\sigma(M,S)$は，原点とイデアルポイントを結ぶ線分上にある。$inf\sigma(M,S)=s^*I(M,S)$であることを示せば，$\sigma(M,S)\subset Ss^*$の成立が言えたことになる。仮にそうでないとする（背理法）。つまり，$inf\sigma(M,S)<<s^*I(M,S)$であったとしよう。この場合，$S$の真部分集合として，選択肢集合 $T:=Ss^*$をとることができる。そして安全性に反する結果が帰結することが容易にわか

る。以上から $inf\sigma(M,S)=s^*I(M,S)$ であることがわかる。

2）$:\sigma(M,S)\supset Ss^*\cap PO(M,S):$

$x\in Ss^*\cap PO(M,S)$ としよう。M が２人のプレイヤーから構成されているので，$Ss^*\cap PO(M,S)=\{x,xo\pi\}$, where π は M 上の置換であり，$\pi(1)=2$ である，他ない。このことと，１）及び $\sigma(M,S)$ の非空性を考慮すれば，$x\in\sigma(M,S)$ かまたは $xo\pi\in\sigma(M,S)$ である。しかし後者の場合，対称性により $x\in\sigma(M,S)$ である。いずれにせよ $x\in Ss^*\cap PO(M,S)$ ならば $x\in\sigma(M,S)$ であることには変りないので，２）の成立が証明できたことになる。

ステップ２：$I_1(M,S)=I_2(M,S)$ の場合

$T:=\{xo\pi:x\in S,\pi\in\Pi(M)\}$ とおく。対称な交渉問題 (M,T) を考える。ステップ１より，

① $\sigma(M,T)=Tt^*\cap PO(M,T)=\sigma^I(M,T)$

である。M が２人からなることと，ステップ２の想定により，以下の事実は，簡単に示せる。

② There is some $x\in Ss^*\cap PO(M,S)$ s.t. $Tt^*\cap PO(M,T)=\{x,xo\pi\}$, where $\pi\in\Pi(M)$ and $\pi(1)=2$.

故に，$Tt^*\cap PO(M,T)\cap S\neq\phi$ であることになる。①と σ 及び σ^I が独立性を満たすことから，$\sigma(M,S)=\sigma^I(M,S)$ となって，所望の結果を得る。

ステップ３：S が一般の場合

$\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)\in R^M_{++}$ を，$\alpha_1I_1(M,S)=\alpha_2I_2(M,S)$ となるようにとり，交渉問題 $(M,\alpha S)\in\Xi^S$ を作る。ステップ２より，$\sigma(M,\alpha S)=\sigma^I(M,\alpha S)$ となる。σ と σ^I が不変性を満たすので，これから所望の結果を得る。■

補題２

任意の $(M,S)\in\Xi^S$ において，解 σ が不変性，対称性，独立性，最適性，安全性，及び安定性を満たすならば，$\sigma(M,S)=\sigma^I(M,S)$ となる。

証明：プレイヤーの数が１人ならば，最適性により明らかである。２人の場合は既に補題１で証明されているので，３人以上の場合を示せば十分である。σ を上記の六つの公理を満足する解としよう。交渉問題 $(M,S)\in\Xi$ を所与とする。簡単にするため $M=\{1,\dots,m\}, m\geqq 3$，とし，$S$ の形状に関して，幾つかのステップに分けて証明していく。

ステップ1：S は対称とするとき，$\sigma(M,S)\subset\sigma^I(M,S)$

交渉問題 (M,S) を正規化して考える。σ と σ^I が共に不変性を満たすから，この正規化された交渉問題に関してステップ１の関係を示せば十分である。一般性を失うことなく (M,S) 自身が正規化されているとしよう。

$x\in\sigma(M,S)$ を任意にとる。一般性を失うことなく，$x_1\leqq x_2\leqq\cdots\leqq x_m$ としよう。ある $y\in S$ で，$y_1>x_1$ となっているものが存在するとしよう（背理法）。ここでも一般性を失うことなく，$y_1\leqq y_2\leqq\cdots\leqq y_m$ であるとする。選択肢集合 $T:=\{yo\pi:\pi\in\Pi(M)\}$ を定義する。S が対称より，$T\subset S$ で

あり，$inf\sigma(M,S) << infT$ となって，安全性に矛盾する。以上から① $x_1 \geqq y_1$ *for any* $y \in S$ が証明できた。

さて選択肢として，その成分の一つが1，更にもう一つが x_1，残りは0であるようなものを考えよう。かような選択肢全ての集合を考え，それと S との和からなる選択肢集合 Q をとる。Q は，そのイデアルポイントが S のそれと等しい対称な集合である。交渉問題 (M,Q) を考える。ここで $\sigma(M,Q) \cap S = \phi$ としよう。すると，Q が対称であるから，$inf\sigma(M,Q) = (0,\ldots,0)$ である他ない。しかし，これは安全性に反する結果である。故に $\sigma(M,Q) \cap S \neq \phi$ であり，$x \in \sigma(M,Q)$ に独立性が適用できて，$x \in \sigma(M,S)$ である。さて，この交渉問題からプレイヤー1が利得 x_1 を受け取って，立ち去るとしよう。reduced problem$(M-\{1\},Q^x) \in \Xi$ を考える。安定性により，$x^{M-\{1\}} \in \sigma(M-\{1\},Q^x)$ である。ここで，ある $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ で，$y_2 > x_2$ となるものが存在するとしよう。$y^{-\{1\}}$ を y からその第1成分を除いたベクトルとし，$R: =\{y^{-\{1\}}\ o\pi{:}\pi \in \Pi(M-\{1\})\}$ を定義する。明らかに $R \subset Q^x$ であり，R は対称であるから，$inf\sigma(M-\{1\},Q^x) << infR$ となって，安全性に矛盾する。以上から，② $x_2 \geqq y_2$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ が証明できた。

以下同じ論法を繰り返す。選択肢として，その成分の一つが1，もう一つが x_1，更にもう一つが x_2，残りは0であるようなものをとる。かような選択肢全ての集合と S の和からなる選択肢集合 U をとる。交渉問題 (M,U) を考える。ここで $\sigma(M,U) \cap S = \phi$ としよう。すると，U が対称であるから，$inf\sigma(M,U) = (0,\ldots,0)$ である他ない。しかし，これは安全性に反する結果である。故に $\sigma(M,U) \cap S \neq \phi$ であり，$x \in \sigma(M,S)$ に独立性が適用できて，$x \in \sigma(M,U)$ である。さて，この交渉問題からプレイヤー1と2が利得 x_1 と x_2 を受け取って，立ち去るとしよう。reduced problem$(M-\{1,2\},U^x) \in \Xi$ を考える。安定性により，$x^{M-\{1,2\}} \in \sigma(M-\{1,2\},U^x)$ である。ここで，ある $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ *and* $y_2 = x_2$ で，$y_3 > x_3$ となるものが存在するとしよう。$y^{-\{1,2\}}$ は，y からその第1及び2成分を除いたベクトルとし，$V: =\{y^{-\{1,2\}}\ o\pi{:}\pi \in \Pi(M^{-\{1,2\}})\}$ を定義する。明らかに $V \subset U^x$ であり，V は対称であるから，$inf\sigma(M^{-\{1,2\}},U^x) << infV$ となって，安全性に矛盾する。以上から，③ $x_3 \geqq y_3$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ *and* $y_2 = x_2$ が証明できた。

以下，同様の論法を合計でm－2回繰り返して，①，②，③などと併せて次の結果をえる。

④ $x_1 \geqq y_1$ *for any* $y \in S$;

$x_2 \geqq y_2$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$;

$x_3 \geqq y_3$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$*and* $y_2 = x_{2x}$;

, . . . ,

$x_{m-2} \geqq y_{m-2}$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ *and* $y_2 = x_2,\ldots,y_{m-3} = x_{m-3}$

最後に，選択肢として，その成分の一つが1，もう一つが0，残りは x_1 から x_{m-2} までを一つずつ当てたものを考える。かような選択肢全ての集合と S の和からなる選択肢集合 W をとる。交渉問題 (M,W) を考える。ここで $\sigma(M,W) \cap S = \phi$ としよう。すると，W が対称であるから，$inf\sigma(M,W) = (0,\ldots,0)$ である他ない。しかし，これは安全性に反する結果である。故に $\sigma(M,W) \cap S \neq \phi$ であ

り，$x \in \sigma(M,S)$に独立性が適用できて，$x \in \sigma(M,W)$である。さて，プレイヤー1からm－2までが各々利得x_1からx_{m-2}までを受け取って，この交渉問題から立ち去るとしよう。*reduced problem* $(\{m-1,m\},W^x) \in \Xi$を考えると，安定性により，$(x_{m-1}, x_m) \in \sigma(\{m-1,m\},W^x)$である。補題1により，$(x_{m-1}, x_m) \in \sigma^I(\{m-1,m\},W^x)$であるので，

⑤ $x_{m-1} \geq y_{m-1}$ *for any* $y \in S$ *with* $y_1 = x_1$ *and* $y_2 = x_2,\ldots,y_{m-2} = x_{m-2}$; $x_m \geq y_m$ *for any* $y \in S$ *with* $y_m = x_m$ *and* $y_2 = x_2,\ldots,y_{m-1} = x_{m-1}$

が従う。④と⑤より，$x \in \sigma^I(M,S)$である。

ステップ2：Sは対称とするとき，$\sigma(M,S) \supset \sigma^I(M,S)$

ステップ1により，$\sigma(M,S) \cap \sigma^I(M,S) \neq \phi$である。$x \in \sigma(M,S) \cap \sigma^I(M,S)$を任意に取り出す。$S$が対称であることと，Imai解の定義により，この$x$に関して，$\sigma^I(M,S) = \{x o \pi : \pi \in \Pi(M)\}$である。この事実と，$\sigma$が対称性を満たすことより，ステップ2の成立は明らかである。

ステップ3：$I_1(M,S) =,\ldots,= I_m(M,S)$の場合

$T := \{x o \pi : x \in S, \pi \in \Pi(M)\}$とおく。対称な交渉問題$(M,T)$を考える。ステップ1，2より，

⑥ $\sigma(M,T) = \sigma^I(M,T)$

Imai解の定義により，$\sigma^I(M,T) \cap S \neq \phi$，故にImai解が独立性を満たすから，⑦ $\sigma^I(M,T) \cap S = \sigma^I(M,S)$である。いま，$\sigma(M,T) \cap S = \phi$としよう。$T$の定義により，任意の$y \in \sigma(M,T)$に関して，ある置換$\pi$と$x \in S$が存在して，$x o \pi = y \in \sigma(M,T)$である。$\sigma$が対称性を満たすから，$x \in \sigma(M,T)$となり，矛盾する。故に$\sigma$が独立性を満たすので，$\sigma(M,T) \cap S = \sigma(M,S)$である。⑥，⑦，⑧より，所望の結果，$\sigma(M,S) = \sigma^I(M,S)$を得る。

ステップ4；Sが一般の場合

$\alpha = (\alpha_1,\ldots,\alpha_m) \in R^M_{++}$を，$\alpha_1 I_1(M,S) =,\ldots,= \alpha_m I_m(M,S)$となるようにとり，交渉問題$(M,\alpha S) \in \Xi^S$を作る。ステップ3より，$\sigma(M,\alpha S) = \sigma^I(M,\alpha S)$となる。$\sigma$と$\sigma^I$が不変性を満たすので，これから所望の結果を得る。■

補題2の証明法に関して，一つ留意すべき点がある。ステップ1での証明に使ったアルゴリズムに関してである。このアルゴリズムは，m人のプレイヤーからなるオリジナルな交渉問題からプレイヤーを一人ずつ退去させ，reduced problemを作り，安定性を適用する，といった操作の繰り返しからなる。しかし補題2では，この繰り返しを，reduced problemでプレイヤーの数が2人にまで収縮する時点でストップさせ，2人と1人のケースは別個に証明している。一見したところ，このアルゴリズムを2人の交渉問題にも適用した方が，証明は簡潔になるように見える。しかし，この方法を用いるには，2人交渉問題で解が選ぶ選択肢が，reduced problemに残るプレイヤーに対し彼の（その2人交渉問題での）イデアルポイントと等しい効用を保証していない限り，不可能なのである。これは安定性の適用されるreduced problemでのイデアルポイントが，オリジナルな交渉問題のそれと等しいこと，及び解が最適性を満たすことに起因している。従って操作は面倒にな

っても，アルゴリズムを2人の交渉問題に適用することはできないのである。

定理3の証明：交渉問題$(M,S)\in\Xi$を所与とする。σを六つの公理を満足する解としよう。証明は幾つかのステップに分けて行われる。簡単にするために$M=\{1,\ldots,m\}$とする。

ステップ1：$\sigma(M,S)\subset\sigma^I(M,S)$

$x\in\sigma(M,S)$と$y\in S$を任意にとる。Tを有限個のSの要素からなる選択肢集合であり，$I(M,T)=I(M,S)$かつ$x\in T, y\in T$であるとしよう。かようなTが well defined であることは，$x\in R^M_{++}$（なぜならσは最適性を満足するから）とSのコンパクト性より従う。独立性により，$x\in\sigma(M,T)$である。さてσとσ^IのΞ^S上での制限（restriction）は，共にΞ^Sを定義域とする解の一つであり，六つの公理を満足している。故に補題2により，先に示した$x\in\sigma(M,T)$から$x\in\sigma^I(M,T)$がいえる。つまり，$\neg(y'px')$である。$y\in S$は任意であったから，$x\in\sigma^I(M,S)$であり，$\sigma(M,S)\subset\sigma^I(M,S)$が示し得たことになる。

以下の証明は，補題2のステップ2以降と実質的には同じである。重複を厭わず再述しよう。

ステップ2：Sは対称とするとき，$\sigma(M,S)\supset\sigma^I(M,S)$

ステップ1により，$\sigma(M,S)\cap\sigma^I(M,S)\neq\phi$である。$x\in\sigma(M,S)\cap\sigma^I(M,S)$を任意に取り出す。$S$が対称であり，Imai解の定義により，この$x$に関して，$\sigma^I(M,S)=\{x\circ\pi:\pi\in\Pi(M)\}$である。この事実と，$\sigma$が対称性を満たすことより，ステップ2の成立は明らかである。

ステップ3：$I_1(M,S)=,\ldots,=I_m(M,S)$の場合

$T:=\{x\circ\pi:x\in S,\pi\in\Pi(M)\}$とおく。対称な交渉問題$(M,T)$を考える。ステップ1，2より，

① $\sigma(M,T)=\sigma^I(M,T)$

Imai解の定義により，$\sigma^I(M,T)\cap S\neq\phi$，故にImai解が独立性を満たすから，② $\sigma^I(M,T)\cap S=\sigma^I(M,S)$である。いま，$\sigma(M,T)\cap S=\phi$としよう。$T$の定義により，任意の$y\in\sigma(M,T)$に関して，ある置換$\pi$と$x\in S$が存在して，$x\circ\pi=y\in\sigma(M,T)$である。$\sigma$が対称性を満たすから，$x\in\sigma(M,T)$となり，矛盾する。故に$\sigma$が独立性を満たすので，$\sigma(M,T)\cap S=\sigma(M,S)$である。①，②，③より，所望の結果，$\sigma(M,S)=\sigma^I(M,S)$を得る。

ステップ4；Sが一般の場合

$\alpha=(\alpha_1,\ldots,\alpha_m)\in R^M_{++}$を，$\alpha_1I_1(M,S)=,\ldots,=\alpha_mI_m(M,S)$となるようにとり，交渉問題$(M,\alpha S)\in\Xi$を作る。ステップ3より，$\sigma(M,\alpha S)=\sigma^I(M,\alpha S)$となる。$\sigma$と$\sigma^I$が不変性を満たすので，これから所望の結果を得る。■

系の証明：定理3の証明と同様な論法で，補題1より導かれる（演習問題）。■

Imai解は，個人間厚生比較に関与する解である。実際，この解では，選択肢xを交渉の帰結として選ぶか否かを決定する際，xの下でプレイヤーiが享受する効用を他のプレイヤーjがxまたは

その他の選択肢の下で享受する効用と比較しなければならない。特に，Imai 解は，自分よりも交渉力などで劣位にあるプレイヤーの厚生に配慮する。この意味で，Imai 解は我々の正義観念に強く訴えるものを持つ。しかしながら，正義や公正に配慮せざるを得ない社会的選択においてならば，このような個人間厚生比較は必要とされるであろうが，交渉問題においては，必ずしもそうである必要はない。交渉に臨むプレイヤー達は，必ずしも他者の厚生の改善に関心を抱く必要はないのである。実際のところ，Imai 解の公理化に寄与する公理はいずれも，交渉におけるプレイヤーの合理的選択を記述しているのみである。そこには，個人間厚生比較に関する，いかなる正義観念も含まれていない。にもかかわらず，これらの公理だけから，個人間厚生比較を可能にする交渉解が正当化されるということ（定理３）は，極めて興味深い事実である。

繰り返しになるが，定理３に登場する公理はいずれも，個人間厚生比較に関する，いかなる主張も持っていない。これは我々が強調したい点である。この点で説明を要するのは，安全性と対称性であろう。一見したところ，安全性は個人間厚生比較に関与した公理であるように思える。しかし，ここでプレイヤー達が比較しているのは，自分が受け取る可能性のある効用の最低保証レベルだけである。彼らは自分の効用と他者の効用との比較を行っているわけではない。対称性も，既に説明したように，交渉力において差のないプレイヤーは同一の効用を交渉においてうる筈だ，という言明を意味しているだけである。それは，同一の効用を交渉においてうる「べき」である，といった規範的なニュアンスを含んではいない。

それでは何故，個々の公理は個人間厚生比較に関する，いかなる主張も持っていないにも関わらず，これらが連動すれば，Imai 解の指示する個人間厚生比較を導くのであろうか。これに関しては，二つの論点がある。

第一の論点は一般的なものである。これは，個人間厚生比較を，解が異なるプレイヤーの効用の比較を行う，という一般的な意味に解釈した場合での議論である。この解釈の下では，本稿での新しい公理，安全性と安定性，に訴えなくとも，残る四つの公理，対称性，独立性，不変性，最適性の協同的な働きによって個人間厚生比較は可能になる。実際，例えば Nash 解で，プレイヤー達の効用のウエイトを等しくする働きは対称性が担っていることなどはよく知られている。従って第一の論点に関しては，特にこれ以上触れるべきことはない。

これに対して，第二の論点は重要である。それは，個人間厚生比較を，先の論点よりも限定した意味に解釈したときでの議論に関わる。つまり，個人間厚生比較を Imai 解が指示するようなそれ，つまり交渉達成度の低いプレイヤーの順から改善を図るというような方式，であると解釈した場合である。明らかに安全性は（他の公理との連動の結果），このような厚生比較を可能にする論理構造において，一つの役割を担っている。しかし安全性は，最も低い効用を得るプレイヤーの立場をできる限り改善することを可能にするのみである。それは２番目，３番目，...に効用が低いプレイヤーの立場を改善することは要求してはいない。つまり安全性だけが，Imai 解の持つ交渉達成度の辞書式な改善の全てをサポートしているわけではないのである。さらに安全性は効用水準での改善を

要求するのみであり，交渉達成度の改善とは直接には関与していない点も留意すべきであろう。

この点で，注目すべきは安定性の役割であろう。プレイヤーの数が2人のケースに限れば，事実上，安全性は，他の公理との連動の結果，交渉達成度の低い順にプレイヤーの立場を辞書式に改善していることを要求する（補題1）。一方，もう一つの公理，安定性は，プレイヤーの数が一般の場合での交渉問題も2人プレイヤーのケースと整合する形で解決することを要求している。以上の二つの事実は，結局，2人プレイヤーでのImai解の考えに基づく解決法を一般のケースでの規範とするように要求するのである。これが，なぜ定理3の公理系がImai解における個人間厚生比較を可能しているかに関する我々の推測である。安全性が，実はプレイヤー間の厚生を辞書式に改善する働きを持つ，ということは，十分指摘に値する論点である。

尤も，安全性と安定性以外にも，Imai解が指示する交渉達成度の低い順からの辞書式改善を可能にする他の公理系は，考えられるであろう。実際，Imai（1983）は，標準的なナッシュ交渉問題の設定で，不変性，対称性，独立性，最適性，及びある特殊な単調性（Individual Monotonicity）を使って，Imai解を公理化している。言うまでもなく，標準的な設定とは，選択肢集合が凸コンパクトかつcomprehensive，及びプレイヤーの人数は一定ということである。単調性以外は本稿での公理と同じ意味を持っている。従って，我々の設定でもプレイヤーの数を一定にし，単調性を改訂することによってImai解を公理化することは可能であると推測できる。またこれとは逆に，Imai（1983）の設定でプレイヤーの数を可変にすることも考えられる。この設定で，単調性の代わりに本稿での安定性に類似した公理を利用して，Imai解のalternativeな公理化が可能かもしれない。これらは残された主題である。

第5節　結論

ナッシュ交渉問題での解の公理はいずれも，交渉に臨むプレイヤー達が，公理の前提に記述されている状況に置かれている場合に，彼らがとるであろう合理的選択に関する言明である。そして交渉ゲームでの公理分析で問われているのは，プレイヤーの合理的選択を予測する一組の公理が与えられたとき，いかなる交渉結果が帰結するか，ということに他ならない。公理は，そこで描写している状況においてプレイヤーがいかに行動するか，という行動規範的（prescriptive）な視点から立てられている。プレイヤーが（社会的ないし公共的な見地から）いかに行動すべきか，という社会的選択理論でよくあるような，価値規範的（normative）な視点から立てられているわけではない。同じ公理分析といっても，交渉問題で問われる問題は社会的選択でのそれとは別個のものである。この違いは明確に認識すべきである。本稿で利用した公理は，全てナッシュ交渉問題のこの問題設定に従って，行動規範的な視点から定義し，解釈を与えたつもりである。この点，読者諸氏には誤読なきよう願う次第である。

さて，公理が交渉に際してのプレイヤーのとる行動を表すとすれば，六つの公理の中で，最も説明を要するのは，やはり安全性であろう。このことは，しかし，安全性がこれらの公理の中で最も

problematicである，という理由からではない。残りの公理は既に多くの文献で扱われ，解釈が与えられてきたのに比べ，安全性は本稿でのオリジナルな公理であり，この公理の意味に関し十分に説明する責任が本稿にあるという，理由からである。これに関しては，三つの論点があると思う。

(1)第2節の終わり近くで述べたように，安全性が前提とする状況は，プレイヤー達がv.N.M.期待効用関数を持たないか，持っていても十分信用できるrandomization deviceが全く存在しない，そういう不確実性が支配する状況である。そして，このような状況でのプレイヤーの選択行動は，安全性公理が意味するマクシミン的な危険回避仮説以外にも，様々なタイプが考えられる，と説明した。例えば，マクシミンとは逆に，プレイヤーは自分の得る可能性のある最大効用を重視し，これに従って行動するマクシマックスタイプであるとか，自分の得る平均効用を重視し，これに従って行動する平均効用仮説などが，すぐに思い浮かぶ。これらのうち，どれを妥当と見なすかは，実際意見の分かれるところである。この点に関し，我々は，次の点を指摘するだけにとどめたい。これらの問題は，不確実性の下での合理的選択に関するより一般的かつ根本的な問題の中に包括される，と。すなわち，生起するイベントに対して先験的な確率分布をプレイヤー達が形成することができない状況での合理的意思決定問題の中にである。我々としては，この問題の考察は，その方面の専門家に委ねたいと思う[8)]。

公理分析での立場からなら，マクシミンは勿論，マクシマックス等，他の基準もを含めた，様々な不確実性下での行動仮説を包摂しうる形で，安全性公理を定式化することはできる。例えば，Zを与えられた交渉問題での選択肢集合ないし，解が選ぶ選択肢の集合とする。各プレイヤーはその中の各選択肢が実際に交渉結果として帰結する主観的確率を持っていると仮定する。プレイヤーは，Zの各選択肢で享受する効用を主観確率でウエイト付けし，その算術和を彼が持つZに対する評価とするのである[9)]。そして$infZ$をこの評価値に置き換えて，安全性を定義し直すことができる。すると，本稿での安全性は，このより一般化された定義では，Zの評価値において全てのプレイヤーがZの中で彼にとって最悪の選択肢の生起確率が1であるとした場合にあたることが容易にわかる。この一般化された安全性が他の公理と相俟って，いかなる解を正当化し得るかは，本稿の一つ

8）ただ一つだけ，マクシミン行動仮説を擁護するとすれば，何が起こるか確率的にも予測できない，そういう状況の下ならば，マクシミン行動をプレイヤーがとるということは一定の説得力があるように見える，ということであろう。元々ノイマン・モルゲンシュテルンの混合戦略によるミニマックス均衡は，そのような状況で成立する可能性の高い均衡として解釈されてきたからである。この点に関連して言えば，Harsanyi (1975) によるRawls (1971) 批判も参考になるだろう。HarsanyiはRawlsの格差原理を合理的なプレイヤー達が選択する筈がないと批判した。しかし，格差原理が正当化される，無知のベール (veil of ignorance) という状況は，まさに先ほど述べた何が起こるか確率的にも予測できない状況である。この状況でRawlsの格差原理が果たしてHarsanyiの言うように，選択されないかは，即断できないであろう。(ただ，この論争は不確実性下でのプレイヤーの行動に直接関わるものではなく，社会契約論的な文脈で，いかなる正義原理をプレイヤー達が選択するか，という問題として論じられた，という点は注意すべきである。)

9）Zは有限集合と見なして，読んでいただきたい。Zが無限個の元からなる場合は，この操作は測度論的立場から，もう少しまじめに議論しなければならない。

の拡張であり，興味ある主題である。

(2)選択肢集合が非凸である想定は，プレイヤーがv.N.M.期待効用関数に従って行動しているわけではない，ことを意味する。（これ以外に，v.N.M.期待効用関数を持っているのだが，信頼すべきrandomization deviceが存在しないために，これを利用できない場合もあるが，ここでは，このケースは無視することにする。）しかし，プレイヤーがv.N.M.期待効用関数に従って行動しないという仮説が，選択肢集合の非凸性を帰結しえるとはしても，それが定理3の定義域に属する選択肢集合になるとまでは，言えるわけではない。この点は，十分に自覚すべきであろう。定理3で許容され得る選択肢集合が，プレイヤーのいかなる非v.N.M.タイプの不確実性下での選好関係から導かれるかは，実は明らかではないのである。この点を明らかにしない限りは，定理3の価値を見定めることはできない。この批判は，(1)と違い，本稿固有の問題ではなく，非凸な交渉問題に関する，これまでの研究全て（Mariatti（1998），Nagahisa and Tanaka（1999）など）に該当することでもある。

(3)辞書式順序が，連続ではないことはよく知られている（Debrue（1959））。Imai解も例外ではなく，選択肢集合がHausdorff距離に関して連続的に変化しても，解が選ぶ選択肢の集合が同じ距離に関して連続的に変化する保証はない。この点はNagahisa and Tanaka（1999）で，非凸な選択肢集合を認める場合でのＫＳ解の公理化で，この意味での連続性の公理が利用されたことと対照をなしている。Imai解はパレート最適性を確保するために連続性を犠牲にしているのである（反対にＫＳ解は，連続性を確保するために，パレート最適性を犠牲にしているといえる。）。Nagahisa and Tanakaでも本稿の公理のうち，不変性，対称性，独立性の三つは公理として利用されていることを考えれば，（安定性の働きに関しては，ひとまず措くことにして）安全性がこのような非連続的な交渉結果を帰結する直接の原因とみなしていいだろう。解が連続性を持たないということは，プレイヤー達が交渉の場で誤り（特に交渉妥結可能な選択肢が何かに関する認識上の誤り）をごくわずかでも犯せば，それが交渉結果に大きく響くことを意味する。安全性が背後に想定する，自分の立場が最悪になることを極度に恐れるという意味で，極めて慎重なプレイヤー達が，果たして，かようなdisturbanceに関して極めて脆弱なリスクの高い交渉を行うか，は疑問の余地があろう。この点も，残された主題の一つである。

以上のように，安全性が想定する，プレイヤーの交渉における危険回避行動仮説には，更に検討すべき幾つかの課題がある。しかし，この点に関して，ささやかながら本稿で明らかになったことがあるとすれば，それは以下のとおりであろう。こと交渉問題に関する限り，プレイヤーがマクシミン原理の指示するような危険回避的行動をとるかどうかは，（他の五つの公理で指示される交渉を彼らが行うという前提の下での話であるが），Imai解が指示する交渉結果を受入れるかどうかにかかっている，と。そして，これこそが，本稿での主定理（定理3）の放つメッセージの一つに他ならないのである。

主定理の持つもう一つのメッセージも忘れてはならない。それは，Imai解が個人間厚生比較を行う解である，ということである。これについては，前節で十分な説明を行った。我々の公理系は一

見したところ，個人間厚生比較には直接には関与しない。にもかかわらず，これらが何故 Imai 解の指示する厚生の個人間比較を可能にするのか，そこで十分に説明したつもりである。

我々は Imai 解の公理化のために，Imai (1983) とは異なる二つの設定を課した。選択肢集合が必ずしも凸ではない，という設定と，交渉に参加するプレイヤーの数を可変とする設定である。当然，このうちの一方の設定のみを採用した場合での Imai 解の公理化は，次に出てくる疑問である。実際これらが明らかになれば，本稿での考察，特に個人間厚生比較に関する安全性と安定性の働きに関する我々の考察，はより明晰なものとなるであろう。

参考文献

Anant, T. C. A., B. Mukherji., and K. Basu (1990): "Bargaining without convexity: Generalizing the Kalai-Smorodinsky solution", *Economics Letters*, 33, 115-119

Camerer, C. (1995): "Individual Decision Making", in John H. Kagel and Albin E. Roth (eds.), *The Handbook of Experimental Economics*, chap. 8, Princeton University Press

Conley, J. P. and S. Wilkie (1991): "The bargaining problem without convexity: Extending the egalitarian and the Kalai-Smorodinsky solutions", *Economics Letters*, 36, 365-69

Debreu, G (1959): *Theory of Value*, Wiley, New York

Gilboa, I. (1988): "A Combination of Expected Utility and Maxmin Decision Criteria", *Journal of Mathematical Psychology*, 32, 405-420

Gilboa, I and D. Schmeidler (1989): "Maxmin expected utility with non-unique prior", *Journal of Mathematical Economics*, 18, 141-153

Harsanyi, J. C. (1975): "Can the Maximin Principle Serve as a Basis for Morality? A Critique of John Rawls's Theory", *American Political Science Review*, 69, 594-606

Imai, H. (1983): "Individual monotonicity and lexicographic maxmin solution", *Econometrica*, Vol.51, 389-401, 1603

Kalai, E. and M. Smorodinsky (1975): "Other solutions to Nash's bargaining problem", *Econometrica*, Vol.43, 513-518.

Lensberg, T (1987): "Stability and collective rationality", *Econometrica*, 55, 935-961

Lensberg, T. (1988): "Stability and the Nash Solution", *Journal of Economic Theory*, 45, 330-341

Mariotti, M. (1998): "Nash bargaining theory when the number of alternatives can be finite", *Social Choice and Welfare*, Vol.15, 413-421

Nagahisa, R. and M. Tanaka (1999): "An axiomatization of the Kalai-Smorodinsky solution when the number of possible agreements can be finite", Mimeo.

Nash, J. F. (1950): "The bargaining problem", *Econometrica*, Vol.18, 155-162

Peters, H. J, M. (1992): *Axiomatic Bargaining Game Theory*, Kluwer Academic Press, The Netherlands

Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*. Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Roth, A. E. (1977): "Independence of irrelevant alternatives, and solutions to Nash's bargaining problem", *Journal of Economic theory*, Vol.16, 247-251

(1979): "An Impossibility Result Concerning n-Person Bargaining Games", *International Journal of Game Theory*, Vol.8, 129-132

Schoemaker, P. J. (1982): "The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations", *Journal of Economic Literature*, Vol.XX, June, 529-563

Thomson, W (1981): "A Class of Solutions to Bargaining Problems", *Journal of Economic Theory*, 25, 431-441

Thomson, W (1994): "Cooperative Models of Bargaining", in Robert J. Aumann and Sergiu Hart (eds.), *Handbook of game theory with economic application*, vol.2, chap. 35, Elsevier

Thomson, W. and T. Lensberg (1989): *Axiomatic theory of bargaining with a variable number of agents*, Cambridge University Press