書　評

J. カーク／R. サポスニック著
田村　泰夫／櫟本　功訳

『一般均衡理論と厚生経済学』

神　保　一　郎

これは私にとって，なつかしい書物である。始めてこの書物の原著が私のもとに届いた時，まさに大学紛争たけなわであつてキャンパスの殆んどは占拠され赤旗がどの学舎にもなびいていた。われわれは不幸にも学問以外の事に殆んどの時間を費さねばならなかった。始めてこの書物を手にした時，私は余り期待していなかった。それは著者の知名度のせいか，題名のせいか私には分らない。免に角，学校から帰りの電車の中で読み始めて私は全くひきつけられてしまったのである。それがここ1年ばかり私が離れていた世界へ突然引きもどしたのである。数年振りに全く思いもかけず親友の1人にめぐり会ったようなものであった。駅から我が家への僅かた時間も，殆んど眼を活字から離す事は出来なかった。こんど日本語版が出たのを機会に書評を書いて当時果せなかった私のこの書物に対する大きな負債の1部を何とか返えしておきたいと思う。

I

この書物はその分析方法から言って大きく3つの部分にわかれている。第1は均衡解の存在と一意性に関するものであって，その為に第1章から第3章をあてている。第2は厚生経済学に関するものであって，第4章がこれに当る。最後は競争均衡に関するものであって第5章と第6章に分けて論じられている。分析の Tool としてはトポロジー的方法が主として用いられ，微積分や微分方程式のような力学を中心として発達した数学にたよる古い経済学の方法を出来るだけ排除しようと努めている。この点に関しては第5章以後では目的を十分に達しておらず，従って結果も多くの仮定の上に限られた結論しか導かれない経済学の現状に目をそそいでいる。

以上の他にこの書物ではもう1つ叙述の方法に大きな特色を示している。それは，どの章も大体2個程度の変数からなる導入的部分で始まり，その章での問題点が簡単な数式や

グラフを使って説明され，後半に至って忽ち参考文献が紹介されて，議論の核心がどのように展開されたかが殆んど生に近いかたちで示される。読者が入門的知識しか持たないならば，前半の議論に安心して follow して行くと，忽ち道は急勾配となり，あえぎあえぎページを追って行く事になる。読者が可成り専門的知識を持っているならば，前半の余りにも単純な議論の結果に大いに不満と不安を感じるであろうが，後半に至ってやっと数年前学界をわかしたあの論争を思い浮べ，限りない満足と当時のなつかしい思い出に浸ることが出来るであろう。

II

第1章は先づミクロ経済の主体である消費者，生産者はそれぞれ行動の目標として効用最大化と利潤最大化におき，これら経済主体が働きかける客体である経済状態はマトリックス $Z=[X;\ Y]$ で示される事から議論を始めている。即ち経済に n 種類の財貨・サービス，m 人の消費者，l 人の生産者が存在するものとする。x_{ij} は第 j 消費者の消費する第 i 財の量であり，各消費者の各財貨に対する消費量に関して1つの列ベクトル x^j $(x_{1j},\ x_{2j},\cdots\cdots,\ x_{nj})$ を作れば m 人の消費者全体では

$$X=\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12}\cdots x_{1m} \\ x_{21} & x_{22}\cdots x_{2m} \\ \vdots & \vdots \quad\ \vdots \\ x_{n1} & x_{n2}\cdots x_{nm} \end{pmatrix}$$

となる。ただしその成分のプラスの場合は消費量を，マイナスの場合は生産主体への生産要素の売却を示している。同様に y_{ik} は第 k 生産者が生産する第 i 財の投入・産出量である。即ちマイナスの値では投入量を，プラスの値では産出量を示しており，第 k 生産者の生産ベクトルは n 次元の列ベクトル $y^k=(y_{1k},\ y_{2k},\cdots\cdots y_{nk})$ で示される。l 人の生産者では $n\times l$ マトリックスであって

$$Y=\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12}\cdots y_{1l} \\ y_{21} & y_{22}\cdots y_{2l} \\ \vdots & \vdots \quad\ \vdots \\ y_{n1} & y_{n2}\cdots y_{nl} \end{pmatrix}$$

となる。従って経済状態 Z は n 行 $m+l$ 列のマトリックスとなっており，需要は供給を超過し得ないから $\sum_{m=1}^{m} x_{ij} \leq \sum_{k=1}^{l} y_{ik}$ が各行について成立している。では何故消費者，生産者は数多くの選択可能なベクトルの集合の中からこのようなものを選んだのであろうか。この事を論じる為に著者は財空間に順序の概念を導入している。第 j 消費者の場合，弱い順序づけを R_j，厳密な意味で選好するのを P_j，無差別な場合を I_j で示せば

$Z'R_jZ''$ のとき，　$U^j(Z') \geq U^j(Z'')$

$Z'I_jZ''$ のとき，　$U^j(Z') = U^j(Z'')$

$Z'P_jZ''$ のとき，　$U^j(Z') > U^j(Z'')$

となるような関数 U^j を第 j 消費者の効用指標関数としている。次に序数的効用と基数的効用にふれ，厚生経済学の理論では，基数的効用と序数的効用との仮説とでは，全く異る結果をもたらす場合があるのを指摘しておくのも忘れていない。これから直ちに無差別曲線が導かれるが，これについて5つの可能なパターンについて検討している。第1は原点に対して凸の無差別曲線であり，予算直線との接点では次の条件が満足されているとしている。

1. 消費者は，彼の予算の範囲で，もっとも選好する商品の組合せを消費する。

1′. このような商品組合せは，ただ1つ存在する。

2. 消費者の所得が減少すれば，彼は，より低く選好する商品組合せに落ち着かざるをえない。

3. 商品間の価格比が変れば，もっとも選好する商品合せに含まれる各量は，価格比とともに「スムーズ」にあるいは連続的に変化する。

第2にあげている無差別曲線のパターンは達成可能集合の中に消費者の完全飽和点（至福点）がある場合であって，上の第2の条件は満足されない。第3のケースは無差別曲線が原点に対して凹となる場合であって，コーナー解を生じる。また，価格がほとんのわずか変っても1つのコーナー解から別のコーナー解へと移るから条件3は満足されない。第4は無差別集合に直線の部分のある場合であって，多数の最適点が存在する事になり，条件1′が破れる。最後は無差別集合に幅がある場合であって，需要関数は集合値関数となる。

生産に関しては投入・産出ベクトルをその社会の技術状態によって実現可能なものと，実現不可能なものと分ける事から議論を始めている。第 k 企業にとって実現可能な投入・産出ベクトル y^k の集合を生産集合 $\overline{Y}_k$ と言いこれは当然次の条件を満足しなければならない。

1. 原点は $\overline{Y}_k$ の要素である。

2. 原点を除けば，正象限のどの点も $\overline{Y}_k$ に属さない。

3. 負象限は $\overline{Y}_k$ に含まれる。

4. 集合 $\overline{Y}_k$ は凸である。

そして利潤を最大にする為，生産者は $y^k \in \overline{Y}_k$ なる全ての y^k に対して

$$(py_k{}^*) \geq (py)$$

となるような投入・産出ベクトル y^{k*} を選んで生産を行う。そして規模に関して報酬非逓減，非逓増，一定の3つの場合について考察し，結局は利潤最大化をめざす企業は，どの場合でも生産集合の境界にない点で操業することは決してあり得ないとの結論に到達する。そして最後に消費者と生産者とが同一の人間によってかねられている場合，選好順位の最高のものを獲得しようとする行動様式と利潤を最大にしようとする行動様式とが矛盾しないであろうかと言う疑問に対して，企業のうる利潤が生産者に支払われると想定すれば，一般に両立しないとのシトフスキーの主張を展開している。即ち利潤の最大化は効用の最大化とは矛盾するのである。

次の問題はこれらの生産集合から供給関数を，無差別集合から需要関数を如何にして導くかであり，これは第2章で述べられている。第2章では可成りの数学的補強が試みられている。第1は集合の演算であって，個々の経済主体に対して行われた議論が市場全体にわたって拡張され総需要関数，総供給関関数が提出される。最大値の定理，距離空間，写像と対応，凸関数と準凹関数の議論が簡単に行われ，もし読者がトポロジー的な思索に慣れていない場合には，可成りの努力を要求されるであろう。そして予算制約式の下での効用の極大を，陰関数の定理を使ってその分析の限界を暗示しつつスルッキー方程式を導いている。勿論顕示選好の理論が，アクティビティ・アナリシスなどの生産の理論と比べてやや見劣りのする需要の理論を強化しているのは言うまでも無い。

この書物の一番中心に位置するのは第3章の「競争均衡：存在と一意性」であって，全ての議論はここに集中し，またはここを出発点としている。フォン・ノイマン革命の1つの輝かしい帰結が一般均衡における解存在の証明であるとすれば，ここではこの困難な問題に対して先人達がアタックした種々のルートの鳥かん図を与えてくれる。先づ「均衡価格を市場の需給を一致させる正の価格と定義するかわりに，均衡価格はその価格で需要される量が供給される量より大でない非負の価格である」(p. 76) と定義し，新古典派的均衡の概念を軽く一蹴する事から議論を始めている。超過需要は各財貨について n 個の連立方程式 $E_i(p_1, p_2, \cdots\cdots, p_n)=0$ $(i=1, 2, \cdots\cdots, n)$ で示されるが，単に方程式の数と同じ未知数があるということだけではあまり安心出来ないとして，その1例として連立方程式 $x_1+x_2=0$, $x_1+x_2=1$ を提出して，簡単に新古典派的方法をノック・ダウンさせた後，何故解存在の問題が重要であるかを論じて，モデル内の論理的斉合性をチェック出来る点を指摘している。このような議論の introductron としてエッヂワースのボックス・ダイアグラムを示し同時にアロウの有名ないわゆる例外的ケースを紹介している。次に直ちに多数財，多数生産者，消費者の場合にモデルは一般化されるが同時に競争均衡の存在

は，深い意味をもつ難かしい問題であるからとしてブラウアーの不動点定理と角谷の不動点定理が導入され，数学的な Tool は非常な急角度で難かしさを加えて行く。需要関数を $p=g(x)$，供給関数を $x=f(p)$ （ただし p：価格，x：需給量）とすれば，$g(x)$ の値域は $f(p)$ の定義域であり，$f(p)$ の値域は $g(x)$ の定義域となる。写像 $\phi(x, p)=(f(p), g(x))$ を考えれば，x, p の不動点を保証する値 $\hat{x}, \hat{p}$ は均衡値となる。角谷の不動点定理では需要・供給関係は one-to-set 写像となるから，ϕ は関数ではなくて，むしろ対応によって示されるであろう。この関係は図によって示されているが，この点に関しては著者は余り成功しているとは言い難い。それは図示するには余りにも複雑な議論であると考えられる。次に生産及び消費の理論を数学的に一般化して展開した後，$E(P)$ が超過需要関数であるとすれば，この章の，そしてこの書物の main theorem とも言うべき次の定理に全ての議論が集約されている。即ち「$\hat{Z}$ をユークリッド n 次元空間における閉じた有界な集合とする。もし $\tilde{E}(p)$ が，すべての $p\in P$ を $p\cdot\tilde{E}(p)\geq 0$ なる空でない凸集合に写像する上半連続対応 $\tilde{E}: p\rightarrow z$ であれば，$\tilde{E}(\hat{p})$ とユークリッド n 次元空間の負象限との共通集合が空集合でないという条件を満たす $\hat{p}\in P$ が存在する。」(p. 101) そして何よりも研究者に深い興味を感じさせるのはワルト，フォン・ノイマン，アロウ＝デブルー，デブルー，ゲール，マッキンジー等のこの方面のモデルの比較である。著者はここまで主としてデブルーの『価値の理論』を中心として議論を展開しているけれども，ここで今迄述べて来た議論の位置づけが明確にされている。そしてこの事は「均衡の存在のための公理系の比較」を示した表で最後に簡潔にまとめられ，抽象的に展開されて来た公理系の差が完全に視覚化され，一層その違いが先鋭化されている。

このようにして成立した一般均衡の経済的意義づけが次の厚生経済学に関する章で行われる。ここでは先づ無制約３重条件，感応性の条件，無関係な選択対象からの独立性の条件，強要排除の条件，独裁排除の条件の５条件について述べた後，これらの条件の下では社会的順位づけ R は存在しないとの有名なアロウの可能性定理が導かれる。この定理をふまえて，社会的なパレート順位が全員一致のルールによって提出された後，XPX^* なる状態 $X\in S$ が存在しないとすれば，状態 $X^*\in S$は S におけるパレート最適であると定義している。またこのパレート順位が半順位である点が指摘され，サムエルソンの顕示選好を使用すれば，パレート順位に対して，ある種の比較が可能となるのを証明ている。次に経済厚生測定の近代的な方法としてカルドア・ヒックスの補償原理が紹介されるが，X' が X'' より社会的に選好されるとみなされると同時に X'' が X' より社会的に選好される事が十分にありうるとするシトフスキーの批判がこれに続いている。産出ベクトルの

大小の比較から経済厚生を決めようとするクープマンの効率順位を提出するが，これも半順位に過ぎず，比較不能な産出ベクトルが，諸状態のほとんどの集合の中に存在するのを指摘している。

次に競争均衡とパレート最適との関係が論じられている。ここでは競争均衡が結局はパレート最適を満足しているのが分離定理を使って証明される。しかし，非飽和の仮定と無差別曲線の強凸性の仮定をゆるめと両者は一致しない。またアロウのいわゆる「例外的」ケース，及び商品が分割不能な場合にも競争的均衡はパレート最適とは一致しないのが示されている。

競争均衡がパレート最適を満足する条件が求められた次に，その安定性が検討されている。先づマーシャルとワルラスの静学的安定条件について述べた後，これらの条件が価格と数量がその均衡水準にないとき，市場がいかに反応するかについて，なにごとも語ってくれないと明言しているのは注目に値する。これを１財貨だけではなしに一般均衡状態に一般化されたヒックスの安定条件に導くと共に，動学的安定性への問題へと導がれて行く。ヒックスの安定条件はリャプノフの定理やアロウ＝マクナスのD安定性のための十分条件，ルース＝フルビッツの定理によって基礎固めが行われた後，局所的な動学的安定条件の議論へと導かれている。この結果は「定理１：純粋交換の世界で，均衡で取引がないならば，諸価格のどのような調整速度に対しても，均衡は局所的に安定である。」「定理２：すべての商品が粗代替財ならば，諸価格のどのよう調整速度に対しても，均衡は局所的に安定である。」(p. 208) と言う２つのエレガントな定理にまとめられている。

局所的安定条件は十分に小さい撹乱が生じた時，均衡への回復が生ずる条件を示したに過ぎない。大きな撹乱が生じた場合に関する問題は大域的動学安定条件によって考察しなければならない。ここではリャプノフの大域的安定性定理を出発点として，すべての商品が粗代替財ならば，均衡は一意であり，かつ大域的に安定である，とのアロウ＝ブロック＝ハービッチの定理を導いている。

第６章は比較静学を論じている。経済変数n個をベクトルxで，またシフト・パラメーターm個をベクトルaで示せば

$$f_i(\bar{x},\ a_0)=0\ \ (i=1,\ 2, \cdots\cdots,\ n)$$

を満たす所与の環境a^0に対する均衡点xが存在するとする。aがa^0からa^1に変化した時にxに生ずる変化を決定するのが比較静学の問題である。ここでf_iの変化は$df_i=\sum_{r=1}^{n} f_{ir}dx_r+\sum_{s=1}^{m} f_{ia_s}da_s=0$で示される。ただし$f_{ir}=\partial f_i/\partial x_r$，$f_{ia_s}=\partial f_i/\partial a_s$である。行列表示で

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12}\cdots\cdots f_{1n} \\ f_{21} & f_{22}\cdots\cdots f_{2n} \\ \cdots & \cdots\cdots\cdots \\ f_{n1} & f_{n2}\cdots\cdots f_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\bar{x}_1 \\ d\bar{x}_2 \\ \vdots \\ d\bar{x}_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{s=1}^{m} f_{1a_s} da_s \\ \sum_{s=1}^{m} f_{2a_s} da_s \\ \vdots \\ \sum_{s=1}^{m} f_{na_s} da_s \end{pmatrix}$$

となる。$A=[f_{ir}]$, $d\bar{x}=[dx_r]$, $b=[\sum_{s=1}^{m} f_{ia_s} da_s]$ とすれば

$$Ad\bar{x}=-b$$

で示される。$d\bar{x}$ を決定するには A についての定性を詳く知らねばならない。この事がゴーマン＝ランカスターの比較静学の定理及びバセット＝メイビー＝カークの比較静学の定理によって追求されている。

Ⅲ

最近における経済学の発達は可成り高度の数学化を伴っており，多くの文学的経済学者をメドゥサの顔のようにおびやかし，また初心者が門をたたくのを固く拒んでいる。このような分野に入門書を書くのは可成りの勇気と努力を必要とする事である。また方法としては徹底的に変数を減らし，グラフで述べるか，また結果として出て来たものを証明に殆んど立ち入らずに並べるしか無いように思える。ここで著者は，ただ単にグラフによる説明にとどまらず，可能な限り数学的，論理的証明を与えようとしている。この点に関しては，この書物の前半では可成りの成功をおさめているとは言うものの，第6章では定理の証明が殆んど与えられておらず必ずしも成功しているとは言い難い。従ってこの書物のある部分はすでに学んだ知識を整理するのに役立つが，予らかじめ分っていないものには理解し得ない点が残る。また訳書で59ページの $y_1=(-2, 1.5)$ は $y^1=(-2, 1.5)$ であり，148ページの17行目の X は X' のミスプリントである。29ページの下から5行目の「図1—8d」とあるのは「図1—8e」の間違いであるが原文もそうなっているから，必ずしも訳者だけの責任ではない。訳文は一般にこなれて読み易いが，element の訳語が成分としたり要素としたりしているが，これは要素とすべきである。両者は違ったものを意味しているから，これでは文章の内容が変って来るであろう。

(東洋経済，1971年11月刊，A５版 pp. 273＋v, 1,800円)