ヒックスの物価指數理論

――消費者余剰と物価指数――

高木秀玄

（一）

物価指数の経済理論には次の二つの方向がある。すなわち、無差別曲線または曲面の概念を根底において需要の法則と聯関財の理論を確立するスルーツキイ、ジョンソン、ヒツクス、アレン、シユルツ、ホテリング、サミユエルソンの方向とラスパイレス式とパーシエ式とをもつて真の物価指数の上限と下限であることを論証する、いわゆる函数論的指数論の方向、すなわち、アレン、シユテレー、フリツシユ、ワルト、コニユースの方向とである。この二つの方向はともに消費者行動の分析と指数理論とを結合する点で共通性を有するものである。

われわれは、本稿で消費者行動の分析の重要な手がかりとしての消費者余剰と物価指数との関係、あるいは消費者余剰と物価指数との関係を通じての需要法則の研究についてのヒツクスの所論を展開したいとおもう。そうすることによつて、一部分の厚生の分析より総体の経済厚生の分析についての理論を明らかにしたいのである。

（二）

われわれは消費者余剰の最初の理論家であるデュプイの研究にまでさかのぼらない。(1) また本稿の理論の進め方に

とつてはそれは、不必要である。マーシアルによれば、消費者余剰とは「消費者がその物なしに済ますよりも、むしろ支払うことを辞せぬ価格が彼の実際に支払う価格を超えるその超過分」である。[2] サミユエルソンによつて、その回復をはかつた者として指摘された[3]ヒックスによれば「価格の下落の結果、消費者に帰する利得を貨幣所得の称呼で表現する一手段と看做すことである。あるいは、もつと適切には、それは所得の補整的変化であつて、所得のそれだけの喪失がちょうど価格の下落を相殺し、消費者の経済状態をこれまでより良化させないままでおくがごときものである。[4]」これによつてわかる通り、ヒックスによればマーシアルの定義をとりつつも価格の変化は一財のみに限定されないし、又、マーシアル流の貨幣の限界効用が不変であるという限定にこだわることはない。それはそれとして、消費者余剰とは文字通り一種の余剰、あるいは超過分であり、サミユエルソンによつて次のような数式で表現されたものである。

$$\varphi(X^b)-\varphi(X^a)=\int_{p_i^a}^{p_i^b}\left(\frac{d\varphi}{dp_i}\right)dp_i=\int_{p_i^a}^{p_i^b}\sum_1^n\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right)dp_i$$

$$=\int_{p_i^a}^{p_i^b}m_\varphi\sum_1^n\left(p_j\frac{\partial x_j}{\partial p_i}\right)dp_i=-\int_{p_i^a}^{p_i^b}m_\varphi x_i dp_i, \qquad (1)$$

サミユエルソンのこの式は二次元の場合であり、[5] 最初の価格と所得の状態は $(p_1^a \cdots p_n^a, I^a)$ であり、これに対態する財の購入量は $(x_1^a, \cdots, x_n^a)$ であり $\varphi(X^a)$ は φ なる選ばれた効用指標にとつての効用量である。いま、p_i なる価格のみが変動し、所得不変とすると購入量は $(x_1^b, \cdots, x_n^b)$ となり、$\varphi(X^b)$ が成立する。これだけの条件よりみちびいたものである。

ヒックスの消費者余剰の定義に出てきた補整的変化、さらにこれと密接な関係にある等価的変化について明らかにしておかねばならない。彼によれば補整的変化とは、価格の与えられた変化を相殺するような所得の変化を測るものであり、等価的変化とは、価格の変化によって誘致されるのと同じ効用の変化を誘致するような、当初の価格状態で生ずる所得の変化である。なお、価格の与えられた変化に基づく効用の変化と、価格の逆変化に基づく効用の変化とは、符号は反対であるが等しいから、価格体系Aから価格体系Bへの変化の場合の等価的変化は、価格体系Bから価格体系Aへの変化の場合の補整的変化と同一である。(6) もし、ある一財の価格が下落するときは、所得(M)の補整的変化は、下落前の購入数量を旧価格で購入する費用と新価格で購入する費用との差よりも大である。すなわち p より $p+dp$ へと下落すると補整的変化は $-xdp$ よりも大であり、財のアグレゲーションの場合は $-\sum xdp$ よりも大となるべきであり、いま価格群に関して M を偏微分すると——ヒックスによれば、価格の特定の変化を相殺して効用水準をもとのままに残しておくような M の補整的変化を求めると次式を得る。

$$dM=\sum_r \frac{\partial M}{\partial p_r}dp_r+\frac{1}{2}\sum_r\sum_s \frac{\partial^2 M}{\partial p_r \partial p_s}dp_r dp_s \qquad (2)$$

この第2式はヒックスの均衡方程式より

$$dM=\sum_r x_r dp_r+\frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}dp_r dp_s \qquad (3)$$

なお、等価的変化は

$$-d'M=\sum_r (x_r+dx_r)(-dp_r)+\frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}(-dp_r)(-dp_s)$$

$$= -\sum_r (x_r+dx_r)dp_r + \frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}dp_r dp_s$$

$$= -\sum_r x_r dp_r - \sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}dp_r dp_s + \frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}dp_r dp_s$$

$$= -\sum_r x_r dp_r + \sum x_s dp_s \sum \frac{\partial x_r}{\partial M}dp_r - \frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}dp_r dp_s \qquad (4)$$

これより

$$d'M = \sum_r x_r dp_r - \sum x_s dp_s \sum \frac{\partial x_r}{\partial M}dp_r - \frac{1}{2}\sum_r\sum_s x_{rs}dp_r dp_s \qquad (5)$$

この二つの変化とラスパイレス変化、パーシエ変化との関係は第一図のようになる。この図はヒックスの "Consumers' Surplus and Index Numbers" (Review of Economic Studies, 1942, Vol. IX, No. 2, p. 129) より借りたものである。なお、ここでラスパイレス変化とは二時点間に価格は変化したが比較時点に於て基準時点と等価満足を得るための所得の変化を測定するものであり。パーシエ変化とは基準時点に於て比較時点と等価満足を得るための所得の変化を測定するものである。すなわち、ヒックスによれば次式で示されるものである。

$$L_{as} = \frac{\sum(p_r+dp_r)(x_r+dx_r)}{\sum p_r(x_r+dx_r)}, \qquad (6)$$

$$P_{aa} = \frac{\sum(p_r+dp_r)x_r}{\sum p_r x_r}, \qquad (7)$$

第一図に於てAA_2はラスパイレス変化であり、AA_1は等価的変化、BB_1は補整的変化、BB_2はパーシエ変化である。こ

れを効用の喪失という見地よりみると、BB_2 はラスパイレス変化、BB_1 は等価的変化、AA_1 は補整的変化、AA_2 はパーシエ変化である。この四者は効用の喪失を示すものである故に、それぞれマイナスの符号が附けられねばならない。いま、価格状態 A より価格状態　B へとうつる。他方では消費者の所得 M がラスパイレス変化の大きさだけ減少せしめられる故に、この消費者は変化前より暮しが悪化するのである。これより

補整的変化≧ラスパイレス変化

同じことが B より A へと価格が変化するときにもいいうるのである。すなわち

−(等価的変化)≧−(パーシェ変化)

＝等価的変化≦パーシェ変化

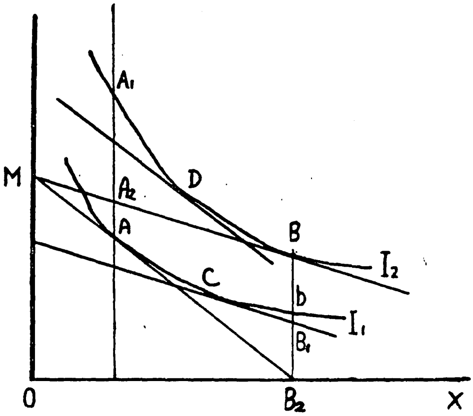

Fig. 1

（三）

前節で述べた等価的変化と補整的変化とがいかなる条件のもとで、ある評価可能な範囲まで食い違いを生ずるか、この問に答えるのがヒックスの第一に掲げられる問題であつた。[7]

既に約束したように $x_1,\cdots,x_n$ は購入数量であり、$p_1,\cdots,p_n$ は価格であるとせよ。しかるとき

$$u=u(x_1,\cdots,x_n), \tag{8}$$

所得方程式は

$$M=\sum_1^n p_r x_r, \qquad (9)$$

均衡状態では

$$u_r=\mu p_r, \quad (r=1,2,\cdots,n) \qquad (10)$$

もし、$x_1,\cdots,x_n$ および μ がこれらの n+2 個の方程式より省かれるときは、u は $p_1,p_2,\cdots,p_n$ および M の函数となる。かりにMが確定不変であるのに価格 p_r が $p_r+\Delta p_r$ へと変化したとする。しかるとき、効用の変化 $\Delta_1 u$ が規定される。既述の定義より明らかであるが、等価的変化を規定するためには、効用の等価的変化へとみちびく所得Mの変化を規定しなければならない。この場合に価格は確定不変である。すなわち、価格は確定不変という条件のもとでのMより $M+\Delta_e M$ への所得の変化を想定しなければならないのである。これは効用の変化である$\Delta_2 u$を規定する。これだけのことより等価的変化を得るには次式を解かねばならない。

$$\Delta_e M \text{ について } \Delta_1 u=\Delta_2 u \qquad (11)$$

この第11式を二次式まで展開すると

$$\Delta_2 u=\frac{\partial u}{\partial M}\Delta_e M+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial M^2}(\Delta_e M)^2 \qquad (12)$$

第9式をMについての偏微分すると次式をうる。

$$\sum_1^n p_r\frac{\partial x_r}{\partial M}=1 \qquad (13)$$

故に

$$\frac{\partial u}{\partial M}=\sum_1^n u_r\frac{\partial x_r}{\partial M}=\mu\sum_1^n p_r\frac{\partial x_r}{\partial M}=\mu, \tag{14}$$

この式より

$$\Delta_2 u=\mu\Delta_e M+\frac{1}{2}\frac{\partial\mu}{\partial M}(\Delta_e M)^2, \tag{15}$$

なお、マーシアルの消費者余剰の支柱ともいうべき貨幣の限界効用は確定不変であるという条件、すなわち $\frac{\partial\mu}{\partial M}=0$ より $\Delta_e M=\frac{\Delta_2 u}{\mu}$ となる。これより、上の第15式を解くと次の結果となる。

$$\Delta_2 M=\frac{\Delta_2 u}{\mu}-\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial M}\left(\frac{\Delta_2 u}{\mu}\right)^2 \tag{16}$$

同様に $\Delta_1 u$ を展開すると

$$\Delta_1 u=\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r+\frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial p_s}\Delta p_r+\Delta p_s, \tag{17}$$

もし、第9式を p_r について偏微分すると、$\sum_s p_s\frac{\partial x_r}{\partial p_s}=-x_1$ となる。これより

$$\frac{\partial u}{\partial p_r}=\sum_s u_s\frac{\partial x_s}{\partial p_r}=\mu\sum_s p_s\frac{\partial x_s}{\partial p_r}=-\mu x_r, \tag{18}$$

および

$$\frac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial p_s}=\frac{\partial}{\partial p_s}(-\mu x_r)=-\mu\frac{\partial x_r}{\partial p_s}-x_r\frac{\partial u}{\partial p_s}, \tag{19}$$

$$\therefore\quad \Delta_1 u=-\mu\sum x_r\Delta p_r-\frac{1}{2}\mu\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s-\frac{1}{2}\sum_r x_r\Delta p_r\sum_s\frac{\partial u}{\partial p_s}\Delta p_s,$$

$\Delta_1 u=\Delta_2 u$ を解くだけで等価的変化を求めることが可能であり、二次項以上の項を無視して、第19式を第16式へ代入すると

$$\Delta_e M=-\sum_r x_r\Delta p_r-\frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s-\frac{1}{2}\sum_r x_r\Delta p_r\sum_s\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial p_s}\Delta p_s$$

$$=-\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial M}\left(\sum \Delta x_r\Delta p_r\right)^2, \tag{20}$$

u が $\dfrac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial M}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial M\partial p_r}$ なるような函数であるから

$$\frac{\partial}{\partial p_r}(\mu)=\frac{\partial}{\partial M}(-\mu x_r)$$

および

$$\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial \mu}{\partial p_r}+x_r\frac{\partial \mu}{\partial M}\right)=-\frac{\partial x_r}{\partial M}$$

$$\therefore\quad \Delta_e M=-\sum_r x_r\Delta p_r-\frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s+\frac{1}{2}\sum_r x_r\Delta p_r\sum_r\frac{\partial x_1}{\partial M}\Delta p_r, \tag{21}$$

これが等価的変半の一般式である。(8)

補整的変化は、p_r が $p_r+\Delta p_r$ $(r=1,2,\cdots,n)$ に、又同時に M が $M-\Delta_c M$ へと変化すると想定されるときに求められるのである。すなわち、$\Delta_c M$ について次式が成立する。

$$u=(p_r+\Delta p_r,\ M-\Delta_c M)=u(p_r,\ M),\qquad (r=1,2,\cdots,n) \tag{22}$$

二次の項まで上式を展開すると次式をうる。

$$\sum\frac{\partial u}{\partial p_r}\Delta p_r-\frac{\partial u}{\partial M}\Delta_c M+\frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s-\sum\frac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial M}\Delta p_r\Delta_c M$$
$$+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 n}{\partial M^2}(\Delta_c M)^2=0, \tag{23}$$

この第23式の第一、第三の項は既述の $\Delta_1 u$ に等しい。なお、$\dfrac{\partial^2 u}{\partial p_r\partial M}=\dfrac{\partial M}{\partial p_r}$ である故に、次式が得られる。

$$\Delta_1 u-\Delta_c M\left(\mu+\sum_r\frac{\partial \mu}{\partial p_r}\Delta p_r\right)+\frac{1}{2}\frac{\partial \mu}{\partial M}(\Delta_c M)^2=0, \tag{24}$$

これより

$$\frac{\partial\mu}{\partial M}\Delta_c M-\mu-\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r=-\left\{\left(\mu+\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r^2\right)-2\frac{\partial\mu}{\partial M}\Delta_2 u\right\}^{\frac{1}{2}}, \tag{25}$$

$\Delta_c M$ について解いて二次の項まで展開すると

$$\Delta_c M=\frac{\Delta_1 u}{\mu+\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r}+\frac{\frac{1}{2}\frac{\partial\mu}{\partial M}(\Delta_1 u)^2}{\left(\mu+\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r\right)^3}$$
$$=-\frac{\Delta_1 u}{\mu}\left(1+\frac{1}{\mu}\sum_r\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r\right)^{-1}+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial M}\left(\frac{\Delta_1 u}{\mu}\right)^2$$
$$=\frac{\Delta_1 u}{\mu}-\frac{\Delta_1 u}{\mu}\sum\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial p_r}\Delta p_r+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{\partial\mu}{\partial M}\left(\frac{\Delta_1 u}{\mu}\right)^2 \tag{26}$$

故に $\Delta_c M = \left(-\sum x_r \Delta p_r - \frac{1}{2}\sum\sum \frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r \Delta p_s - \frac{1}{2}\sum_r x_r \Delta p_r \sum_r \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial p_r}\Delta p_r\right) + \sum_r x_r \Delta p_r \cdot$

$$\sum_r \frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial p_r}\Delta p_r + \frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{\partial \mu}{\partial M}\left(\sum x_r \Delta p_r\right)^2$$

$$= -\sum_r x_r \Delta p_r - \frac{1}{2}\sum_r x_r \Delta p_r - \frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r \Delta p_s - \frac{1}{2}\sum_r x_r \Delta p_r \sum \frac{\partial x_r}{\partial M}\Delta p_r, \qquad (27)$$

この第27式は補整的変化の一般式ある。[9]

ここで、本稿の出発点としてとつたマーシアルの消費者余剰の概念の再検討へと進む。結果的にはヒックスの上述の操作はマーシアルのそれと完全に一致する。すなわち、もし、唯一個だけの価格が変化するならば、等価的変化は次式で示される。

$$\Delta_e M = -x\Delta p - \frac{1}{2}\frac{\partial x}{\partial p}(\Delta p)^2 + \frac{1}{2}x\frac{\partial x}{\partial M}(\Delta p)^2, \qquad (28)$$

さらに、補整的変化は次式で示される。

$$\Delta_c M = -x\Delta p - \frac{1}{2}\frac{\partial x}{\partial p}(\Delta p)^2 - \frac{1}{2}x\frac{\partial x}{\partial M}(\Delta p)^2, \qquad (29)$$

なお、マーシアルの前提である貨幣の限界効用が確定不変であるとき、すなわち、$\frac{\partial x}{\partial M}=0$ であるときは、第28、29式はともに次の第30式となることは明らかである。

$$\Delta_e M = \Delta_c M = -x\Delta p - \frac{1}{2}\frac{\partial x}{\partial p}(\Delta p)^2. \qquad (30)$$

これは、第2図によるマーシアルの図表の dpk の増分である。かくして、ヒツクスによれば「たとい、貨幣の限界効用が常数でなくてもマーシアルの尺度は常に二変化の間に位する」のである。[10] これによつて、ヒツクスはマーシアルの単純化の仮定よりまぬがれたのである。[11]

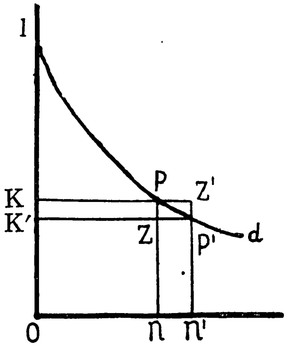

Fig. 2

（四）

此処では、前節で述べた等価的変化と補整的変化との—その一般的な形態での—関係、さらに、その限界であるラスパイレス変化とパーシエ変式との間にみられる関係の分析についてのヒツクスの所論の説明へと進むであろう。

いま、価格が p_r より $p_r+\Delta p_r$ $(r=1,2,\cdots,n)$ へと変化するとせよ。しかるときラスパイレス変化は $-\sum_r x_r\Delta p_r$ であり、パーシエ変化は $\sum_r (x_r+\Delta x_r)\Delta p_r$ である。[12] この場合にも二次項以上を無視すると、次式が得られる。

$$-\sum_r x_r\Delta p_r=\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s. \tag{31}$$

次に補整的変化とラスパイレス変化との差を求める。

$$\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}\sum_{rs}\frac{\partial x_r}{\partial p_s}\Delta p_r\Delta p_s-\frac{1}{2}\sum_r x_r\Delta p_r\cdot\sum_r\frac{\partial x_r}{\partial M}\Delta p_r\\
&=-\frac{1}{2}\sum_{rs}\left(\frac{\partial x_r}{\partial p_s}+x_s\frac{\partial x_r}{\partial M}\right)\Delta p_r\Delta p_s\\
&=-\frac{1}{2}\sum_{rs}x_{rs}\Delta p_r\Delta p_s.^{(14)}
\end{aligned} \tag{32}$$

$\sum_{rs} Z_r Z_s x_{rs}$ は、Z'_s の値のいかんにかかわらず負である。これより「**補整的変化は常にラスパイレス変化よりも大である。**[15]」

パーシエ変化と等価的変化との間の差も同じように $-\frac{1}{2}\sum_{rs} x_{rs}\Delta p_r \Delta p_s$ となる。元来、この式は実質所得の変化とは別に、価格の下落した商品をもつて他の諸商品に代替させる、いうところの代替効果のみに依るものであつて、所得効果が入つてこない。しかもこの式は、価格の変動より生ずる総代替効果の半分とみられるものである。これに対しては等価的変化と補整的変化との間の差は所得効果、すなわち、「ある財の価格の下落は所得の増加と同様に作用するから、下級品は別として、消費されるあらゆる財への需要を増加させる傾き[16]」にのみ依存する。次式によつてとらえられる。

$$\frac{\text{等価的変化}-\text{補整的変化}}{\text{ラスパイレス変化}} = -\sum_r \frac{\partial x_r}{\partial M}\Delta p_r \qquad (33)$$

もし、ある特定の一財の価格のみが下落する場合—マーシアルの場合—には、劣等財の場合を除いて、この第33式は正の値をとる。すなわち、等価的変化は補整的変化よりも大である。しかも、ヒックスによれば「マーシアルの三角形の増分は、等価的変化を過少評価し、補整的変化を過大評価することになる。」のである。[17] これより、四変化の大小順はラスパイレス変化、補整的変化、等価的変化、パーシエ変化と連る。勿論、これらは劣等財の場合以外の順序でなければならない。要するにラスパイレス変化とパーシエ変化とは上限と下限とをなすものである。なお価格群を構成する総ての価格が変動し、そのことが当該の消費者にとつて有利であるならば、等価的変化は補整的変化よりも大となるであろう。なお、ラスパイレス変化は所得が増加するにつれて大となるのである。

以上を要約すれば、価格体系Aより価格体系Bへの全体的な変動は、所得効果Iと代替効果Sとに区分される。

この場合に於てSは常に正であり、Iは前述したように劣等財以外は常に正である。これより次のようなそれぞれの変化間の関係を規定しうる。

$$\text{補整的変化} = \text{ラスパイレス変化} + \frac{1}{2}S$$

$$\text{等価的変化} = \text{ラスパイレス変化} + \frac{1}{2}S + I$$

$$\text{パーシエ変化} = \text{ラスパイレス変化} + S + I$$

これだけの条件によると価格の変動のみに依存するマーシアル流の消費者余剰の尺度は次の第34式で示されることになる。

$$\text{ラスパイレス変化} + \frac{1}{2}S + \frac{1}{2}I \qquad (34)$$

(五)

われわれは、この節で既述の理論を指数理論との結合について述べよう。

消費者の所得はMであり、価格が変動したことの結果として彼はその購入をAよりBへとうつすとする。指数は価格の変動の前後に於て等価的満足を得るに必要な所得比をあらわすものである。これが普通とられる函数論的指数理論の基本的要請である。ヒックス的論理で進めば、このような指数は補整的変化に依らせしめられるものであつて、その一般式は次の第35式によつて示される。

$$C = \frac{M - \varDelta_c M}{M}, \qquad (35)$$

他方、原初価格で変動によつてひき起されただけ当該の消費者によつて、より良化した消費生活又は悪化した消費生活をさせるのに必要であつた所得の比例的変化を表示する指数の存在が指摘されねばならない。ヒックスによれば、「この指数は勿論、他のものが下降するときは、上向的に変動し、[19] 逆の場合には逆の変動を示す」ものである。補整的指数と比較されるのは、この指数の逆数である。これより

$$E=\frac{M}{M+\Delta_e M}, \tag{36}$$

その性格上、補整的指数はAを基準とする無差別にとられた生計費指数であるのに対して、等価的指数はBを基準とする無差別にとられた生計指数に他ならないのである。さらにラスパイレス指数は $L=\frac{M-\Delta_c M}{M}$ であり、パーシエ指数は $P=\frac{M}{M+\Delta_p M}$ であり、この二式中の $\Delta_c M$ と $\Delta_p M$ とはそれぞれ補整的変化である。問題はこれらの各指数がどのような順序をとるかということである。まず第一に次式が成立する故に、効用の取得を考えようとも、あるいは、その喪失を考えようとも、補整的変化は常にラスパイレス指数よりは小でなければならない。

$$C=L-\frac{\frac{1}{2}S}{M}, \tag{37}$$

他の指数を評価するために、この場合でも二次項まで展開する。なお、SとIとは二次の項であり、$\Delta_i M$ は一次の項であることを指摘される。すなわち

$$E=\left(\frac{1+\Delta_e M}{M}\right)^{-1}=1-\frac{\Delta_e M}{M}+\left(\frac{\Delta_e M}{M}\right)^2=1-\frac{\Delta_c M}{M}-\frac{(\frac{1}{2}S+I)}{M}+\left(\frac{\Delta_c M}{M}\right)^2 \tag{38}$$

および

$$P=\left(1+\frac{\Delta_p M}{M}\right)^{-1}=1-\frac{\Delta_p M}{M}+\left(\frac{\Delta_p M}{M}\right)^2=1-\frac{\Delta_c M}{M}-\frac{(S+I)}{M}+\left(\frac{\Delta^c M}{M}\right)^2 \tag{39}$$

第38、39式より次式がみちびかれる。

$$E=P+\frac{\frac{1}{2}S}{M}, \tag{40}$$

これより、等価的指数は常にパーシエ指数よりも大であると決定し得るのである。しかし、この場合は補整的指数と等価的指数との間の関係よりも複雑であり、もし$\frac{1}{M}>\left(\frac{\Delta_c M}{M}\right)^2$であるときは、$C>E$であり、次式より

$$I=\sum_r x_r \Delta p_r \cdot \sum \frac{\partial x_r}{\partial M}\Delta p_r, \tag{41}$$

上の条件を次のように述べることが出来る。

$$\frac{\sum_r M\frac{\partial x_r}{\partial M}\Delta p_r}{\sum_r x_r \Delta p_r}>1 \text{ 又は } \frac{\sum_r \frac{Ex_r}{EM}x_r \Delta p_r}{\sum_r x_r \Delta p_r}>1 \tag{42}$$

$\frac{Ex_r}{EM}\cdot S$はx_rの所得についての需要の弾力性であり、もしその価格が、最も強く影響される財貨であり、一より大である所得―弾力性を有するものであるならば、すなわち、所得が増大するとき、その上に所得のより大なる部分が投下される財貨であるならば、CはEより大である。反対の場合には、その価格が最も強く影響をうけるということ、これが相対的必然性をもち、CはEよりも小となるのである。

上述の四種の指数が降べきの順にその大きさを占めるのは、C が E よりも大なる場合だけであつて、それ以外にあり得ない。なお、$C<E$ なるときは、L は P よりも大であることは考えられ得ないであろう。代替効果との関係ではどうであるか。これが次の問題である。ヒツクスによれば、「代替効果は、C を L より小なるようにしているけれども、E は P よりも大であり、もし、それが P より L を小ならしめるときは、C をして E より小ならしめる所得効果は非常に強くなる」のである。このことが成立するのは、基準状態と比較状態に於ける当該の消費者の貨幣所得 M が等しいとの想定のもとに於てであるが、これは必ずしも理論を樹てるにあたつての必要条件ではない。かりに消費者の有する貨幣所得が A の価格状態と B の価格状態の間で変化するならば、これは恰もあらゆる価格が対応的な比例で変化したと同一の効果を及ぼすのである。この比例で調節された B での価格については依然として上述の理論は妥当するのである。かかる価格の調節の効果は、あらゆる指数に同じ乗数を掛けるようになるのであつて、このようなオペレーションは上述の各指数の順序を変えるものではない。

いま、われわれの理論を―単一の消費者の消費行動の分析に限られた―多数の消費者の消費者行動の分析へ発展せしめる。そこには何等の本質的変化はないのである。すなわち、補整的変化は、それぞれの消費者をして彼が A の価格状態で経験したと同様の生活を B の価格状態で経験するような所得変動の総和となり、補整的指数と等価的指数は、この原則に従つて再規定しなければならない。他方、ラスパイレス指数と補整的指数との間の差、等価的指数とパーシエ指数との間の差の両者はともに全体的に代替効果に依存する故に、それぞれのもつ特性は上述の理論的拡張によつて何等の影響をうけないのである。唯、補整的指数と等価的指価との間の差であらわれてくる所得効果については、このように簡単に片附けることは許されないのである。その理由。われわれは A の価格状態と

Bの価格状態の間での所得の全体の変動とともに、その分布の変動を考慮に入れなければならないのである。理論的には総所得の変動は特定の方向にそつて生じ、実質所得の増大は等しく分布し、財貨の相対的必要についての需要の所得弾力性――総実質所得の変動へ対する需要の弾力性――を上昇せしめ、相対的奢侈については、それを低下せしめる効果を及ぼすのである。これだけのことをとり入れることによつて問題を解きうるであろう。

既述のように数個の価格が変化するときは、補整的変化はラスパイレス指数とは代替項だけ異るのである。これより、補整的変化を規定する次のような進み方を明らかにし得るのである。

p_1 と p_2 との変化によるラスパイレス変化は、p_1 と p_2 との変化についての別々のラスパイレス変化の総和である。これより、それぞれ独立的に変化する価格についての補整的変化の総和は、これに対応する代替効果の間の差にひとしい。すなわち

$$-\frac{1}{2}(x_{11}\Delta p_1^2+2x_{12}\Delta p_1\Delta p_2+x_{22}\Delta p_2^2)-\left(-\frac{1}{2}x_{11}\Delta p_1^2\right)-\left(-\frac{1}{2}x_{22}\Delta p_2^2\right)=-x_{12}\Delta p\Delta p_2, \tag{43}$$

上の43式の符号は二財が代替的であるならば正であり、補完的であるならば負である。なお、二財が代替的であつて、それぞれの価格が下落するときは、補整的変化でとらえられる消費者へ対する利得は、この消費者がそれぞれの財貨の価格の下落よりみちびき出される利得の総和よりも小であり。もし、二財が補完的であるときは、価格の二重の下落は、それぞれの減少による利得の総和よりも、大なる利得をうみ出すのである。(21) このような結論は所得効果と既述のマーシアル流の貨幣の限界効用の確定不変性の仮定を必要としないという点に、そのすぐれた意味を有すると考えられる。

再びマーシアルの三角形 *dpk* へと戻る。すなわち、需要曲線 *dd* の下の三角形の面積はマーシアル自身、および、その後継者達によるならば補整的変化の尺度であつた。しかるに、ヒックスによれば、かかるマーシアルの三角形に対応する補整的変化は「ある一定の価格で財貨を購入する機会の喪失を相殺する所得の獲得か、又はこの機会の獲得を相殺したであろう所得の喪失を意味する」ものである。(22) われわれが、それで以つて消費者が事実上、購入の機会を享受している状態で、なお、所得の取得がその機会の喪失を補填することを要求するならば、劣等財の場合はしびらく措いてマーシアルの三角形は、必要所得の取得を過小に評価するものとなるのである。

同じように、もし消費者が上述の財貨を求めることが不可能であり、さらに彼が得た所得の取得分でもつて、この財貨を入手すると同じ利益を求める状態にあるときは、マーシアルの三角形は過小評価である。いわば、われわれが此処で問題とする消費者余剰なる概念は財貨のタームで構成された概念ではないのである。所得のいかなる取得分が、ある一定の価格で当該の財貨の獲得よりみちびき出す利益を相殺するかを訊ねるものであつて、この場合にはマーシアルの三角形は過大評価をなすものともし、二財が代替的な関係にあるならば、そのおのおの喪失を補償するに必要であつた所得の利得の総和は、両方の喪失を補償するに必要であつた所得の利得よりも小である。このことが可能である理由。けだし、二財貨のうちの一財の除去は必然的に消費者として残りの他財へと依らせしめるからである。いうまでもなく、二財ともに同時に除去されるときは、必然的に消費行動は終らざるを得ない。一歩前進する。もし、この二財が補完的であるならば、それぞれの喪失を補償するに必要な所得の利得の総和は、両方の喪失を補償するのに必要とされる所得の利得よりも大である。これは聯関財のもつ基本的性格上、明らかである。

次に二財のうちの一財を喪失せしめる場合、他の比較的に重要ならざるものを放棄するのであるが、その際に、われわれは二つのそれぞれ別々の喪失を合計するに当つて二重計算を行うのである。代替財の場合に個々のマーシアルの三角形を総計することにより、各財の喪失を補完するに必要な所得の利得を計算するならば甚しい過少評価におちいるのである。

（六）

以上、われわれはヒックスの所説をたどりつつ物価指数の理論と需要分析の理論との結合について述べて来た。これへ対する批判は次の二方向よりなされるべきであろう。すなわち、消費者余剰なる概念をめぐる理論的検討——たとえば、コヅリクの研究——よりする批判の道であり、他の批判の道——というよりも、残された研究——はラスパイレス指数とパーシェ指数との間に位置する従来の指数理論の中心問題であつた「真の指数」と補整的指数、等価的指数との間にいかなる関係があるかということのより進んだ理論的分析である。

註

（1） Dupuit, Annales des Ponts et Chaussés, 1894.

（2） A. Manshall, Principles of Political Economy, 8th Ed., London, 1922, p. 124
大塚金之助訳、第一巻、昭和三年、三三五頁

（3） P. Samuelson, Foundations of Economic Analysis, Cambridge, Harvard Univ. Press, 1948, p. 195

（4） J. R. Hicks, Value and Capital, Oxford, 1939, p. 40—p. 41
安井、熊谷訳書、上巻、一九五一年、五七頁

（5） P. Samuelson, ibid. a. a. o. p. 199

（6） 安井、熊谷訳書、下巻、一九五一年、数学註、三頁—九頁

(7) R. J. Hicks, 'Consumers' Surplus and Index Numbers, Review of Economic Studies, Vol., No. 2, p. 129

(8) R. J. Hicks, 上掲論文、一三一頁
安井、熊谷訳書、下巻、数学註、四〇頁

(9) R. J. Hicks, 上掲論文、一三二頁

(10) R. J. Hicks, 上掲論文、一三二頁

(11) Adolf Kozlik. A Note on the Consumers' Surplus, Journal of Political Economy, Vol. XLIX, Oct. 1941, No. 5 p. 754

(12) ヒックスによるとラスパイレス指数は $\frac{\Sigma(p_r+dp_r)x_r}{\Sigma p_x x_r}$ であり、パーシエ指数は $\frac{\Sigma(p_r+dp_r)(x_r+dp_r)}{\Sigma p_r(x_r+dx_r)}$ であり、これより本文の両変化をみちびき出すことが出来る。（安井、熊谷訳書、下巻、数学註、三七頁）

(14) この式はヒックスによればスルーツキイによつてみちびかれた「価値理論の基本方程式」である。
J. R. Hicks, Value and Capital, p. 309,
安井、熊谷訳書、下巻、数学註、八頁
Eugen E. Slustky. On the Theory of the Budget of the Consumer, Readings in Price Theory, London, 1951, p. 40.

(15) J. R. Hicks, 上掲論文　一三三頁

(16) 安井、熊谷訳書、上巻、六四頁

(17) J. R. Hicks, 上掲論文、一三三頁

(18) J. R. Hicks, 上掲論文、一三四頁

(19) J. R. Hicks, 上掲論文、一三四頁

(20) J. R. Hicks, 上掲論文、一三五頁

(21) J. R. Hicks, 上掲論文、一三六頁

(22) J. R. Hicks, 上掲論文、一三六頁