銀行貸付市場のスクリーニングモデル

宇　恵　勝　也

概要

宇惠（2007）のモデルでは，企業の投資関数が線形であるという仮定をおいて，逆選択の状況における銀行の最適貸付契約について検討した．これに対して本稿では，投資の限界効率が逓減するという仮定を置くことでより一般的なケースを想定し，逆選択の状況において銀行が設計・提示する最適貸付契約について図を援用しながら考察することによって，銀行貸付市場のスクリーニングモデルを再検討する．本稿のモデルにおいても，宇惠（2007）のモデルと同様，銀行は効率的なタイプの情報レントを節約するために非効率的なタイプに指示する借入額を対称情報のケースに比して相対的に減額するという意味で，一種の信用割当が発生する．

キーワード：銀行貸付，信用割当，最適契約，スクリーニング

1　はじめに

本稿では，銀行が企業と貸付契約を締結する際に，すでに企業が私的情報を保有している状況，すなわち逆選択（adverse selection）の状況における最適契約設計の問題を分析する．この問題に関しては，宇惠（2007）では企業のタイプが2種類のケースを，他方，宇惠（2013）では企業のタイプが連続変数のケースをそれぞれ取り上げ考察した．本稿では，企業のタイプが2種類のケースに戻り，銀行が設計・提示する最適契約の持つ性質について図を用いながら詳細に検討する．

一般に，インセンティブ問題は二つのタイプに分類することができる．一つは「隠された情報」の問題（the *hidden-information* problem）であり，他方は「隠された行動」の問題（the *hidden-action* problem）である．これら二つの問題を銀行と企業の間の資金貸借取引を例に挙げて考えてみよう．第1の問題では，企業は銀行と貸付契約を結ぶ前に自らの投資プロジェクトに関する私的情報（private information）を保有しており，この情報は銀行からは隠されている．第2の問題では，銀行は貸付契約を結んだ後に企業がどのような経営を行うのか分からず，企業の行動は銀行から隠されている．隠された情報の問題はしばしば逆選択と呼ばれ，隠された行動の問題はモラルハザード（moral hazard）と呼ばれる．ただし，こうした分類において重要なのは，情報の特性（品質・能力といった情報または行動）ではなく，情報の非対

称性がいつ発生するかであることに注意しよう[1)].

隠された情報を伴う最適契約を考えるにあたっては，さらに二つのケースを区別する必要がある．一つは，二人の契約当事者のうち契約を設計・提示する者が，私的情報を保有していない情報劣位の当事者（the uninformed party）となっているケースである．この状況は，スクリーニング問題（screening problems）と呼ばれる．情報劣位の当事者は，情報優位の当事者（the informed party）の持つさまざまな情報を選別しようとしなければならないからである．さもなければ銀行は，企業から元本や利息を回収することが困難となったり，潜在的には取引の利益を生み出す融資であっても信用リスクを恐れるあまり貸付を断念したりすることになりかねない．これとは逆に，情報優位の当事者が契約を設計・提示する状況は一般に，シグナリング問題（signaling problems）と呼ばれる．情報優位の当事者は，自分が提示する契約のタイプやその他の（コストを伴う）行動を通じて自分が知っていることを情報劣位の当事者に知らせようとすることがあるからである．情報の非対称性によって取引が円滑に行われないことによる不利益は，情報劣位者のみならず情報優位者もまた被ることになる．本稿で取り上げるのはスクリーニング問題であり，情報劣位にある銀行が私的情報を保有する企業に対して契約を設計・提示する状況を想定し，逆選択が銀行貸付市場においてどのように発生し，またそれに対する対応策としての最適契約がどのように導出されるのかを図を用いながら詳しく検討する[2)].

本稿の構成は以下の通りである．まず第２節では，モデルの基本的設定を説明する．次いで第３節では，前節のモデルを分析するのに先立ち，仮想的な状況として対称情報のケースを考察し，ファーストベストの解を求める．第４節では，非対称情報の状況に戻り，前節で求めたファーストベストの解が提示されるケースについて検討する．第５節では，いずれのタイプの企業も自らのタイプを正直に申告する誘因両立的な解を導出し，その性質を調べる．第６節では，銀行の直面する問題を制約付き最大化問題として定式化して最適解を求め，その含意について検討する．その際，第３節で求めたファーストベストの解をベンチマークとして利用するとともに，第５節で検討した誘因両立的な解との比較も行う．最後に第７節では，それまでの結果に基づきながら最適契約について再検討することで本稿を締めくくる．

---

1) 例えば経験財（experience goods）の場合，買手にとってのその財の価値（つまり情報）は，それを使った後になって初めて明らかとなるため，事前には買手にも売手にも分からない．これに対して，取引対象となっている財が欠陥品であるか否かという意味での品質（つまり情報）であれば，取引に先立って売手と買手の間で情報の非対称性が生じ得る．

2) 銀行貸付市場におけるシグナリング問題については，宇惠（2018，2019，2020）において考察している．

2 モデルの基本的設定

ある地域経済の貸付市場において圧倒的な交渉力を持つ銀行が，企業と貸付契約を結ぶ状況を考えよう．ただし，銀行にとっての負債の市場（預金市場を含む）は完全競争市場であると仮定する．

銀行の貸付額を l という変数で表すことにする．とり得る l の値の集合を $L \subset \mathbb{R}$ とし[3)]，$0 < \tilde{l} < +\infty$ なるある $\tilde{l}$ に対して $L = [0, \tilde{l}]$ と仮定する．また，銀行が 1 単位の金額を貸し付けるために要する営業費用は一定で，これを $C > 0$ で表すことにすると，l だけの金額を貸し付けるために要する営業費用は Cl である．銀行は，負債額 d の一定割合 κ を支払準備として保有し（$0 < \kappa < 1$），残りをすべて貸付 l で運用するものとしよう．そうすると，銀行のバランスシートは，次の制約式で表される．

$$l = (1-\kappa)d \quad \Rightarrow \quad d = \frac{l}{1-\kappa}$$

他方，銀行の利潤は，貸付利子率を i_L，市場利子率を i_M で示せば

$$i_L l - i_M d - Cl$$

となるから，この式に上の制約式を代入して d を消去し整理すれば次式を得る．

$$i_L l - i_M d - Cl = r - c(l)$$

ここで，$r = (1 + i_L)l$ は企業が銀行に対して支払う返済額（元利合計額）であり，他方，

$$c(l) = cl = \left[1 + \left(\frac{i_M}{1-\kappa}\right) + C\right] l$$

である．新たに定義された銀行の費用関数 $c(l) = cl$ は，貸付の元本額，貸付の（支払準備率を考慮した）機会費用，貸付の営業費用から構成される．以上より，銀行の効用はその利潤，すなわち，

$$V(l, r) = r - c(l) = r - cl \tag{1}$$

で与えられるものとする．

次に，企業の保有する私的情報を次のように定式化する．企業は 2 種類のタイプのいずれかである．可能な企業のタイプの集合（タイプ空間）を Θ で表し，$\Theta = \{\theta_0, \theta_1\}$，$0 < \theta_0 < \theta_1$ と仮定する．以下ですぐに明らかとなるように，本稿のモデルではタイプ θ_1 の企業の方が「高収益の」企業である．真のタイプが θ_0 と θ_1 のどちらであるかは企業のみが知っていると仮定

[3)] ここで，$\mathbb{R}$ は実数の集合を表す．

する．一方，銀行は，取引する企業のタイプが θ_0 である確率が $p\,(0 < p < 1)$ であることを知っている．例えば，この地域に十分な数の企業が借手として存在しており，そのうちの p の割合はタイプ θ_0，$1-p$ の割合はタイプ θ_1 であることが知られているという状況である．この確率分布は銀行と企業の共有知識であると仮定する．

タイプが θ_i である企業が，銀行から l だけの資金を借入れて自らの投資プロジェクトへ投入した結果として期末に獲得する投資収益を $b_i(l)$ と書き，$b_i(l) = \theta_i f(l)$ と仮定する（$i = 0, 1$）．ここで，$f(\cdot)$ は 2 階連続微分可能で，$f(0) = 0$，$0 < l < \tilde{l}$ なる任意の l に対して $f'(l) > 0$，$f'(0) = +\infty$，$f'(\tilde{l}\,) = 0$，および任意の $l \geq 0$ に対して $f''(l) < 0$ を仮定する．明らかに，タイプ θ_1 の方がタイプ θ_0 に比して相対的に借入資金の利用効率が高いという意味で効率的な企業である．つまり，企業のタイプが異なると，同じ金額の資金を借入れても投資収益が異なってくるのである．$\theta_i > 0$ であるから，どちらのタイプにとっても借入額が多いほど投資収益は大きくなる．また，任意の $l > 0$ に対して $b_0(l) < b_1(l)$ かつ $b_0'(l) < b_1'(l)$ が成り立つから，タイプ θ_1 の方が相対的に効率的な企業であり，同じ借入額であっても，その投資収益および限界収益はタイプ θ_1 の方がタイプ θ_0 よりも高くなっている．企業は期末に返済額 r を銀行に支払う．そこで，借入額が l，返済額が r のときのタイプ θ_i の企業の効用は，その企業の利益，

$$U_i(l, r) = b_i(l) - r = \theta_i f(l) - r, \quad i = 0, 1 \tag{2}$$

で与えられるとする[4)]．

借入額 l および返済額 r は共に第三者に対して立証可能であると仮定する．すでに述べたように，企業のタイプは企業の私的情報であり，銀行にはわからない[5)]．さらに，次の 3 点に注意しよう．まず，銀行が企業と貸付契約を結ぶに当り，すべての交渉力は銀行側にあると仮定されている．次に，締結された契約は裁判所のような第三者によって強制されると仮定されている．最後に，銀行の提示する契約が企業に受け入れられなかった場合の効用値，すなわち，留保効用（reservation utility）が外生的に与えられると仮定する．この場合には取引が行われないため，$(l, r) = (0, 0)$ に対応する効用値を手に入れると仮定する．すなわち，銀行と企業の効用は各々，$-c(0)$ と $b_i(0)$ であり，仮定によりいずれもゼロとなる．

4) 本稿のモデルにおいても，宇惠（2007）のモデルと同様，銀行の効用関数と企業の効用関数はいずれも準線形関数であると仮定している．したがって，銀行も企業も共にリスク中立的であり，両者の貨幣に対する限界効用は一定でかつ等しいので，総余剰は両者の間で受渡しされる返済額（移転額）には依存しない．

5) このモデルにおいて想定されているメカニズムおよび意思決定のタイミングに関しては，宇惠（2010）第 2 章を参照．

3　ベンチマーク：対称情報のケース

前節のモデルを分析するための準備として，企業のタイプが私的情報ではなく銀行にも知られているような仮想のケースを考察しよう．この対称情報のケースでの結果をベンチマークとして，非対称情報のケースでの結果を後に評価する．

銀行にとって望ましい借入額と返済額が企業のタイプに依存することは明らかであるから，タイプが θ_i の企業に指示する借入額と返済額を (l_i, r_i) で表すこととし，$\{(l_0^{fb}, r_0^{fb}), (l_1^{fb}, r_1^{fb})\}$ を対称情報という仮想のケースでの最適な解とする．この解は，ファーストベスト（first-best）である．返済額は企業から銀行への移転であるから，タイプ θ_i の企業との取引から生み出される総余剰は返済額には依存せず，$b_i(l_i) - c(l_i)$ となることに注意しながら分析を進めよう．

銀行が θ_i を観察できるならば，各 θ_i の値に対して次の問題を解く（$i = 0, 1$）．

$$\max_{l_i,\, r_i} \; r_i - c(l_i)$$
$$\text{subject to}$$
$$U_i(l_i, r_i) = b_i(l_i) - r_i \geq 0$$

この問題の制約式は，各タイプの企業が銀行の提示する契約を受け入れるための条件，すなわち参加制約（participation constraints）である[6)]．契約締結時における交渉力はすべて銀行側にあるため，最適解において参加制約は有効となる（すなわち，等号で成立する）から，

$$r_i = b_i(l_i)$$

となる．この等式を目的関数に代入すると，銀行の問題は，

$$\max_{l_i} \; b_i(l_i) - c(l_i)$$

となるから，ファーストベストの貸付額は総余剰を最大にするように決定される．よって，

$$b_i'(l_i^{fb}) = c'(l_i^{fb}) \quad \Rightarrow \quad \theta_i f'(l_i^{fb}) = c$$

また，ファーストベストの返済額は企業が取引に参加することを保証する水準に決定される．つまり，

$$b_i(l_i^{fb}) - r_i = 0 \quad \Rightarrow \quad r_i^{fb} = \theta_i f(l_i^{fb})$$

ここで，$f(\cdot)$ の厳密な凹性により目的関数 $b_i(l_i) - c(l_i)$ が厳密な凹関数となることと，境界値の仮定（$f'(0) = +\infty$ および $f'(\tilde{l}) = 0$）より，解は一意で L の内点となる．ファーストベストの借入額 l_i^{fb} を投資プロジェクトへ投入した結果として期末に獲得される投資収益に等しい

6) 個人合理性制約（individual rationality constraints）とも呼ばれる．

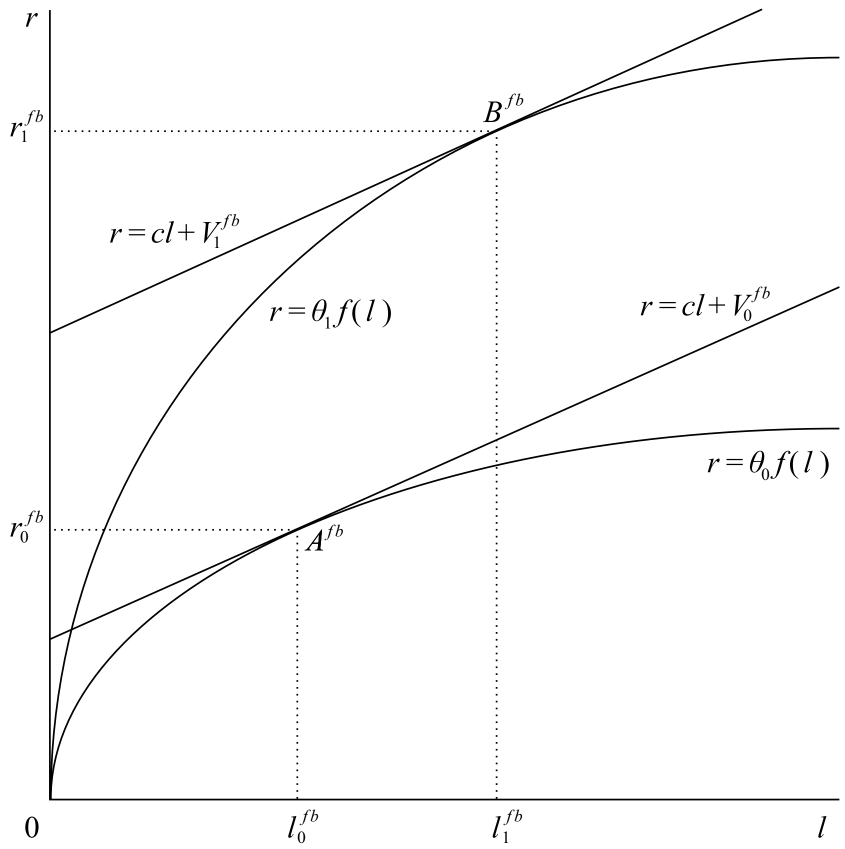

図１　ファーストベストの解 $\{A^{fb}, B^{fb}\}$

水準に返済額を決めてやれば，企業の効用はゼロとなり，取引に参加しない場合の効用と等しくなる．このような場合には，企業は取引に参加すると仮定する．かくして取引の利益はすべて銀行の手に渡ることとなる．

以上の分析の結果，銀行の効用と企業の効用は次のようになる．まず，銀行がタイプ θ_i の企業との取引から得る効用は，

$$V(l_i^{fb}, r_i^{fb}) = r_i^{fb} - cl_i^{fb} = \theta_i f(l_i^{fb}) - cl_i^{fb} \tag{3}$$

となり，他方，タイプ θ_i の企業の効用は，

$$U_i(l_i^{fb}, r_i^{fb}) = \theta_i f(l_i^{fb}) - r_i^{fb} = 0 \tag{4}$$

となる（$i = 0, 1$）．

図１は，ファーストベストの解を示している．横軸に貸付額（借入額）l，縦軸に返済額 r をとった平面上に，銀行と企業の無差別曲線を描いている．タイプ θ_i との取引においてファース

トベストの解を満たす銀行の無差別曲線は $r = cl + V_i^{fb}$ であり，他方，タイプ θ_i の企業の無差別曲線は $r = \theta_i f(l)$ である．ここで，$V_i^{fb} = V(l_i^{fb}, r_i^{fb})$，$U_i^{fb} = U_i(l_i^{fb}, r_i^{fb}) = 0$ に注意しよう（$i = 0, 1$）．明らかに，銀行の無差別曲線は上方に位置するほど，逆に，企業の無差別曲線は下方に位置するほど，各々より高い効用水準に対応する．ファーストベストにおいては，いずれのタイプの企業もその効用が留保効用（仮定によりゼロ）に等しくなるため，どちらの無差別曲線も原点を通る右上がりの曲線となっている．対称情報下で企業のタイプを知悉している銀行は，各タイプの無差別曲線上でそれぞれ自らの効用が最大になるように，すなわち自らの無差別曲線が当該のタイプの無差別曲線と接する点で貸付額と返済額を決定する．ファーストベストの解は図の点 A^{fb} と点 B^{fb} で示されている．

4　非対称情報下におけるファーストベストの解

それでは非対称情報のケースに戻り，この状況のもとで銀行がファーストベストの解を貸付契約として企業に提示するとどうなるかを調べてみよう．この場合に注意しなければならないのは，企業のタイプ θ_i が企業の私的情報となっており，銀行には企業がいずれのタイプであるかがわからないことから，企業には自らのタイプを偽ることで利益が得られるのであれば進んでそうしようとする誘因があるということである．

図 2 は，銀行がファーストベストの解 $\{A^{fb}, B^{fb}\}$ を提示した場合，タイプ θ_0 の企業がどのように反応するかを示している．企業の無差別曲線は，上方に位置するほどより低い効用水準に対応することから，タイプ θ_0 にはタイプ θ_1 のふりをして点 B^{fb} を選ぶ誘因はないことがわかる．すなわち，もしもタイプ θ_0 がタイプ θ_1 のふりをして点 B^{fb} を選ぶならば，タイプ θ_0 の効用は正直に点 A^{fb} を選んだときに得られる留保効用（仮定によりゼロ）を下回ることから，タイプ θ_0 にはタイプ θ_1 のふりをして点 B^{fb} を選ぶ誘因はない．

他方，図 3 は，銀行がファーストベストの解 $\{A^{fb}, B^{fb}\}$ を提示した場合，タイプ θ_1 の企業がどのように反応するかを示している．企業の無差別曲線は，下方に位置するほどより高い効用水準に対応することから，タイプ θ_1 にはタイプ θ_0 のふりをして点 A^{fb} を選ぶ誘因があることがわかる．すなわち，タイプ θ_1 がタイプ θ_0 のふりをして点 A^{fb} を選ぶならば，タイプ θ_1 の効用は正直に点 B^{fb} をを選んだときに得られる留保効用（仮定によりゼロ）を上回ることから，タイプ θ_1 にはタイプ θ_0 のふりをして点 A^{fb} を選ぶ誘因がある．かくして，非対称情報下においてはもはやファーストベストの解は最適解ではあり得ず，タイプ θ_1 は自らのタイプを偽ることで利益を得ようとすることから銀行の期待利益は損なわれ，逆選択が発生することとなる．

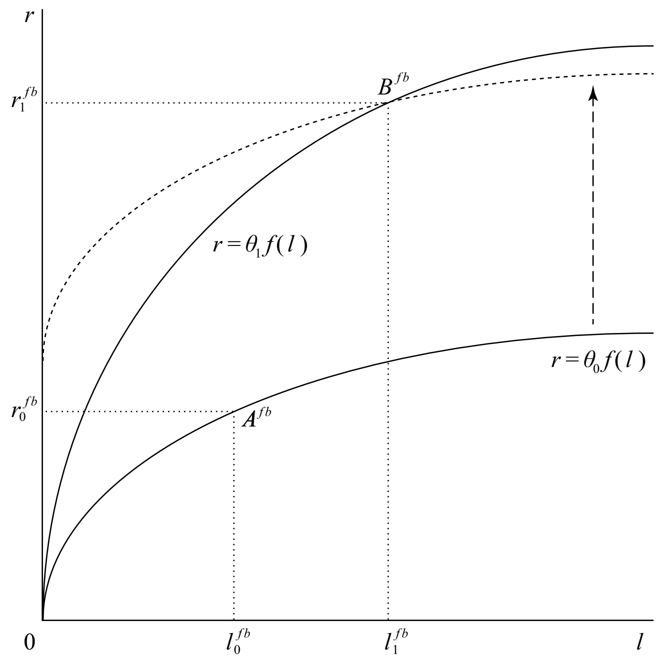

図２ ファーストベストの解に対するタイプ θ_0 の反応

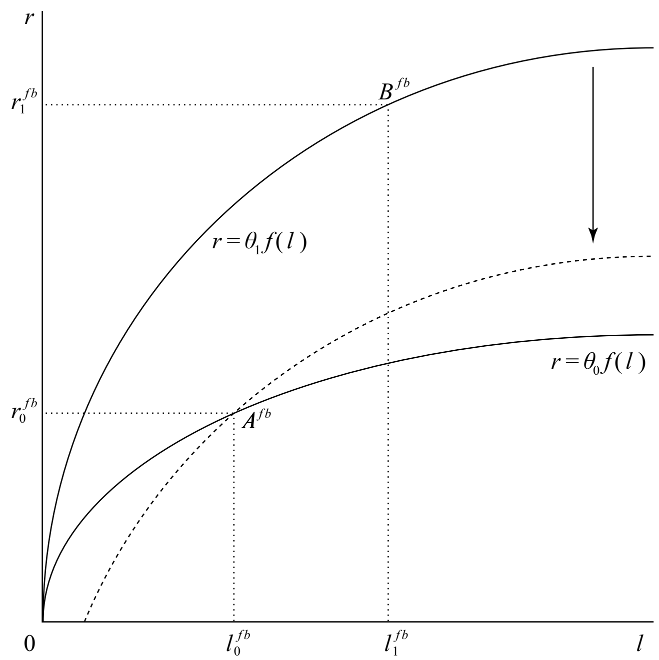

図３ ファーストベストの解に対するタイプ θ_1 の反応

5　誘因両立的な解

前節の分析より，銀行によってファーストベストの解が契約として提示されると，非効率的なタイプ θ_0 は自らのタイプを偽る誘因を持たないのに対し，効率的なタイプ θ_1 は自らのタイプを偽りタイプ θ_0 のふりをする誘因を持つことが分かる．そこで，非効率的なタイプ向けの契約は，ファーストベストの場合と同様，点 A^{fb} のままとし，効率的なタイプ θ_1 に対してはファーストベストの貸付額を維持しながら，自らのタイプを正直に申告することがタイプ θ_1 の最適戦略となるように返済額を定めるならば，この場合の解はどのようなものになるのであろうか．この解を $\{(l_0^{ic}, r_0^{ic}), (l_1^{ic}, r_1^{ic})\}$ で表し，図を用いて考察してみよう．なお，問題の設定の仕方により，$(l_0^{ic}, r_0^{ic}) = (l_0^{fb}, r_0^{fb})$，$l_1^{ic} = l_1^{fb}$ である．

いずれのタイプも自らのタイプを偽る誘因を持たない解は誘因両立的（incentive compatible）であり，図 4 は解 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$ の決定を示している．そこでまず，この解が誘因両立的であることを明らかにしよう．点 A^{fb} を通るタイプ θ_1 の無差別曲線に注目し，この無差別曲線上においてファーストベストの貸付額 l_1^{ic} に対応する返済額を r_1^{ic} で表すとともに，座標 (l_1^{ic}, r_1^{ic}) で示される点を点 B^{ic} で示すことにする．そうすると，点 B^{ic} の選び方により，タイプ θ_1 にとって点 A^{fb} と点 B^{ic} は無差別であることから，タイプ θ_1 にはもはや自らのタイプを偽って点 A^{fb} を選ぶ誘因は存在しない．他方，タイプ θ_0 はタイプ θ_1 のふりをして点 B^{ic} を選ぶと効用水準が低下してしまうため，正直に点 A^{fb} を選ぶ．よって，解 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$ は誘因両立的である．

かくして銀行は，誘因両立的な解 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$ を提示することで逆選択の状況を幾分改善することに成功した．しかしながら，その代償として銀行は自らの期待利益を損なう結果となっている．そこで次に，この点を明らかにしよう．

上で述べたように，求める解が誘因両立的となるためには，点 A^{fb} を通るタイプ θ_1 の無差別曲線上にタイプ θ_1 向けの契約がなければならず，それを示すのが点 B^{ic} である．したがって，この点 B^{ic} における返済額 r_1^{ic} は，次式を満たさなければならない．

$$\theta_1 f(l_1^{fb}) - r_1^{ic} = \theta_1 f(l_0^{fb}) - r_0^{fb}$$

この式の左辺はタイプ θ_1 が点 B^{ic} を選ぶときの効用であり，右辺は点 A^{fb} を選ぶときの効用である．この式は両者の効用が一致することを示しているから，返済額 r_1^{ic} がこの式を満たしている限り，タイプ θ_1 にとって点 B^{ic} と点 A^{fb} は無差別となる．この式を r_1^{ic} について整理し，$r_0^{fb} = \theta_0 f(l_0^{fb})$，$r_1^{fb} = \theta_1 f(l_1^{fb})$ を考慮すれば次式を得る．

$$r_1^{ic} = \theta_1 f(l_1^{fb}) - \Delta\theta f(l_0^{fb}) = r_1^{fb} - \Delta\theta f(l_0^{fb}) \tag{5}$$

ただし，$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_0 > 0$ である．したがって，ファーストベストの契約に比べると銀行は，

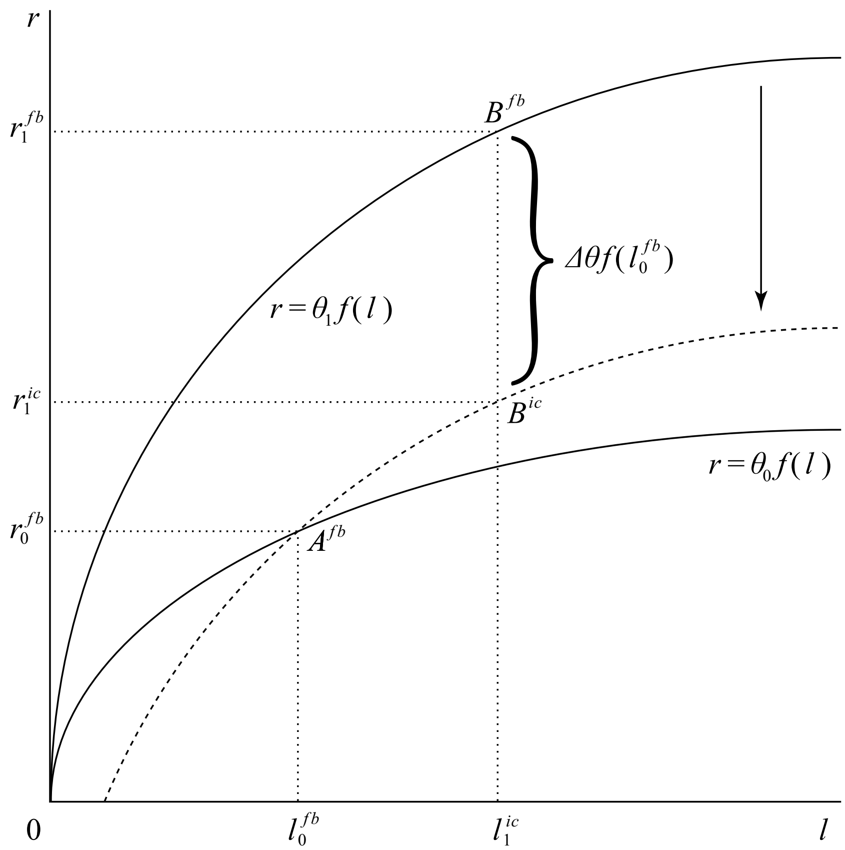

図４　誘因両立的な解 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$

タイプ θ_1 に指示する利息（したがって，返済額）を $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ だけ減らさなければならない．さもなければ銀行は，タイプ θ_1 が自らのタイプを偽ることを許してしまい，期待利益が損なわれることとなるからである．他方，タイプ θ_1 に指示する利息（したがって，返済額）を減額することもまた銀行の期待利益を損なうことから，銀行には利息の減額を節約するための工夫が求められる．そうした銀行の対応に進むのに先立って，誘因両立的な解における銀行と企業の効用を明らかにしておこう．

まず，銀行が各タイプの企業との取引から得る効用を求めよう．(1)，(3)，(5) より，銀行がタイプ θ_0 およびタイプ θ_1 の取引から得る効用は，順に次のようになる．

$$V(l_0^{ic}, r_0^{ic}) = r_0^{fb} - cl_0^{fb} = \theta_0 f(l_0^{fb}) - cl_0^{fb} = V(l_0^{fb}, r_0^{fb}) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} V(l_1^{ic}, r_1^{ic}) &= r_1^{ic} - cl_1^{fb} = [r_1^{fb} - \Delta\theta f(l_0^{fb})] - cl_1^{fb} = [\theta_1 f(l_1^{fb}) - \Delta\theta f(l_0^{fb})] - cl_1^{fb} \\ &= V(l_1^{fb}, r_1^{fb}) - \Delta\theta f(l_0^{fb}) \end{aligned} \tag{7}$$

すなわち，タイプ θ_0 の企業向けの貸付から得られる効用はそのファーストベストの水準のままであるのに対し，タイプ θ_1 の企業向けの貸付から得られる効用は，そのファーストベストの水準よりも利息の減額分 $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ だけ減少する．

次に，タイプ θ_0 の企業およびタイプ θ_1 の企業が得る効用は，(2)，(4)，(5) より，順に次のようになる．

$$U_0(l_0^{ic}, r_0^{ic}) = U_0(l_0^{fb}, r_0^{fb}) = 0 \tag{8}$$

$$U_1(l_1^{ic}, r_1^{ic}) = \theta_1 f(l_1^{fb}) - r_1^{ic} = U_1(l_1^{fb}, r_1^{fb}) + \Delta\theta f(l_0^{fb}) = \Delta\theta f(l_0^{fb}) \tag{9}$$

すなわち，タイプ θ_0 の企業の効用はファーストベストの水準のままであるのに対し，タイプ θ_1 の企業の効用は，ファーストベストの水準よりも利息の減額分 $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ だけ増加する．

以上の分析から明らかなように，この誘因両立的な解においては，タイプ θ_0 の企業の効用は，ファーストベストのケースと同様，留保効用のままであるのに対し，タイプ θ_1 の企業は，ファーストベストのケースの留保効用よりも厳密に大きい効用を得る．タイプ θ_1 が留保効用を超える効用を手に入れることができるのは，さもなければ銀行は，タイプ θ_1 が自らのタイプを偽ることを阻止できないからである．この留保効用を上回る部分はタイプ θ_1 の私的情報に起因する情報レント（information rent）である．この情報レントは，(9) より $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ に等しくなり，また (5) より利息の減額分に他ならない．これまで繰り返し検討してきたように，情報レント $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ は銀行の期待利益に対して二つの相対する効果を持つ．すなわち，一つはタイプ θ_1 に正直に自らのタイプを表明させることによって期待利益を増やす効果であり，いま一つは情報レントをタイプ θ_1 に残すために利息を減額することによって期待利益を減らす効果である．明らかに，前者は銀行にとって便益となるのに対して後者は損失となる．したがって，銀行はタイプ θ_1 が自らのタイプを偽ることを阻止しながらも，できるだけ情報レントを節約する必要がある．そこで次に，銀行が情報レントをどのように節約するか，その工夫に焦点を合わせながら，銀行の設計する最適契約を明らかにしよう．

6　最適契約

第 2 節のモデルでは表明原理が成立する[7)]．したがって，契約を銀行が自由に設計・提示できるのであれば，銀行の期待効用を最大にするメカニズムは正直に自分のタイプを申告することが企業の最適戦略となっている直接表明メカニズムの中に必ず存在する．したがって以下では，一般性を失うことなく，銀行が $\{(l_0, r_0), (l_1, r_1)\}$ という形式の契約を提示するケースに限定して分析を進めよう．

---

7) この証明に関しては，宇惠（2010）第 2 章を参照．

表明原理により，銀行の直面する問題は以下のような制約付き最大化問題として定式化することができる．

問題（p）

$$\max_{\nu} \ p[r_0 - cl_0] + (1-p)[r_1 - cl_1] \tag{10}$$

subject to

$$\theta_0 f(l_0) - r_0 \geq 0 \tag{pc$_0$}$$

$$\theta_1 f(l_1) - r_1 \geq 0 \tag{pc$_1$}$$

$$\theta_0 f(l_0) - r_0 \geq \theta_0 f(l_1) - r_1 \tag{ic$_0$}$$

$$\theta_1 f(l_1) - r_1 \geq \theta_1 f(l_0) - r_0 \tag{ic$_1$}$$

目的関数 (10) は銀行の期待効用である．制約式 (pc$_0$) および (pc$_1$) は，いずれのタイプの企業も銀行の提示する契約を受け入れるための条件，すなわち，参加制約である．言い換えれば，銀行は企業がどちらのタイプであっても契約を締結し，借り入れてもらおうと考えていることになる[8)]．他方，制約式 (ic$_0$) および (ic$_1$) は，いずれのタイプも自分のタイプを偽って申告しても効用が増加しないための条件，すなわち，誘因両立制約（incentive compatibility constraints）であり，表明原理により，誘因両立制約を満たす直接表明メカニズムの中から銀行の期待効用を最大にするメカニズムを選択しても一般性を失わないため，これらの制約が加わった．

問題（p）の解を，ベンチマークにおけるファーストベストの解との対比でセカンドベスト（second-best）の解と呼ぶことにしよう．以下では，標準的な手法を用いてセカンドベストの解を求める．

ステップ 1：誘因両立制約を満たす契約は，単調性 $l_0 \leq l_1$ を満たす．

（証明） 誘因両立制約 (ic$_0$) および (ic$_1$) より，

$$\theta_1[f(l_1) - f(l_0)] \geq r_1 - r_0 \geq \theta_0[f(l_1) - f(l_0)]$$

となる．この不等式と仮定 $\theta_0 < \theta_1$，関数 $f(\cdot)$ が厳密な増加関数であることから，$l_0 \leq l_1$ が成立することがわかる．**（証了）**

ステップ 2：制約式 (pc$_0$) および (ic$_1$) を満たす契約は，タイプ θ_1 の参加制約 (pc$_1$) を満たす（よって，制約式 (pc$_1$) を無視できる）．

8) このような取決めが，非効率的なタイプ θ_0 には借入を許さない場合と比べて望ましいかどうかについては，宇惠（2007）で検討している．結論を言えば，非効率的なタイプ θ_0 にも借入を許す場合の方が銀行にとって望ましい．

（証明）制約式 (ic$_1$) および (pc$_0$) より，

$$\theta_1 f(l_1) - r_1 \geq \theta_1 f(l_0) - r_0 \geq \theta_0 f(l_0) - r_0 \geq 0$$

となる．よって，(pc$_1$) が成立する．（証了）

ステップ 3：タイプ θ_1 の誘因両立制約 (ic$_1$) は最適解において等号で成立する．

（証明）仮に最適解は (ic$_1$) を厳密な不等号で満たすと仮定してみよう．ここで，もしも最適解において (pc$_1$) が等号で成立するならば，

$$0 = \theta_1 f(l_1) - r_1 > \theta_1 f(l_0) - r_0 \geq \theta_0 f(l_0) - r_0$$

となり，タイプ θ_0 の参加制約 (pc$_0$) に反する．したがって，(pc$_1$) は厳密な不等号で成立しなければならない．そうすると，(pc$_1$) と (ic$_1$) を共に満たすように r_1 を少し大きくすることができる．そのような変化は，残りの制約式のうち (pc$_0$) には影響を与えず，また (ic$_0$) の右辺の値を小さくするため (ic$_0$) はかえって満たされやすくなる．よって，r_1 を大きくしてもすべての制約式は満たされる．これは元の r_1 が最適であることに矛盾するため，最適解は (ic$_1$) を等号で満たさなければならないことがわかる．（証了）

ステップ 4：契約が単調性 $l_0 \leq l_1$ を満たし，さらに (ic$_1$) が等号で成立するならば，タイプ θ_0 の誘因両立制約 (ic$_0$) も満たされる．

（証明）制約式 (ic$_1$) が等号で満たされることから次式を得る．

$$(r_1 - r_0) - \theta_0[f(l_1) - f(l_0)] = (\theta_1 - \theta_0)[f(l_1) - f(l_0)]$$

単調性 $l_0 \leq l_1$ と仮定 $\theta_0 < \theta_1$，関数 $f(\cdot)$ が厳密な増加関数であることから，この値は非負となるから，(ic$_0$) が成立する．（証了）

ステップ 5：以上のステップ 1〜4 により，4 本の制約式を以下の 3 本に置き換えても同値だということがわかる．

$$r_0 \leq \theta_0 f(l_0) \tag{pc$'_0$}$$

$$r_1 = r_0 + \theta_1[f(l_1) - f(l_0)] \tag{ic$'_1$}$$

$$l_0 \leq l_1 \tag{m}$$

制約式が以上の 3 本であるならば，明らかに制約式 (pc$'_0$) は最適解において等号で成立する．よって，(pc$'_0$) と (ic$'_1$) は各々，

$$r_0 = \theta_0 f(l_0) \tag{pc$''_0$}$$

$$r_1 = \theta_1 f(l_1) - \Delta\theta f(l_0) \tag{ic$''_1$}$$

となる．等式 (pc$_0''$) および (ic$_1''$) を目的関数 (10) に代入すると，銀行の問題は，

問題（p’）

$$\max_{l_0,\, l_1} p[\theta_0 f(l_0) - cl_0] + (1-p)[\theta_1 f(l_1) - \Delta\theta f(l_0) - cl_1] \tag{11}$$
$$\text{subject to (m)}$$

となる．

ステップ６：単調性 (m) を無視して問題（p’）を解き，その後に単調性が満たされることを確認する．$f(\cdot)$ が厳密な凹関数であることから，目的関数 (11) は，二階条件

$$\theta_0 - \left(\frac{1-p}{p}\right)\Delta\theta > 0 \quad \Rightarrow \quad p > \frac{\Delta\theta}{\theta_1} \tag{12}$$

が満たされるならば，そしてそのときに限り厳密な凹関数となる．条件 (12) が成り立つ可能性が高くなるのは，

1. 企業のタイプが θ_0 である確率 p が高いこと
2. タイプ θ_0 の投資の収益性 θ_0 が大きいこと
3. タイプ θ_1 の投資の収益性 θ_1 が小さいこと

という条件が満たされるときである．以下では，二階条件 (12) が満たされるものと仮定する．そうすると，境界値の仮定（$f'(0) = +\infty$ および $f'(\tilde{l}) = 0$) より，解は一意で L の内点となる．解を (l_0^*, l_1^*) と書くと，一階条件は，

$$\left[\theta_0 - \left(\frac{1-p}{p}\right)\Delta\theta\right] f'(l_0^*) = c \tag{13}$$
$$\theta_1 f'(l_1^*) = c \tag{14}$$

によって与えられる．また，最適返済額 (r_0^*, r_1^*) は，(pc$_0''$) および (ic$_1''$) に $l_0 = l_0^*$，$l_1 = l_1^*$ を代入することによって，次のように求められる．

$$r_0^* = \theta_0 f(l_0^*) \tag{15}$$
$$r_1^* = \theta_1 f(l_1^*) - \Delta\theta f(l_0^*) \tag{16}$$

ステップ７：解が単調性 (m) を満たすことを確認する．(13)，(14)，仮定 $\theta_0 < \theta_1$ および二階条件 (12) より，$f'(l_0^*) > f'(l_1^*)$ となる．したがって，$f(\cdot)$ の厳密な凹性より，$l_0^* < l_1^*$ が成立し，確かに単調性が満たされている．以上より，最適契約はセカンドベストの解 $\{(l_0^*, r_0^*), (l_1^*, r_1^*)\}$ として得られる．

それでは，上記の結果の含意について検討しよう．セカンドベストの解は次のような特徴を持つ．第 1 に，条件 (14) より，タイプ θ_1 の企業は効率的な資金額を借り入れるように指示される（$l_1^* = l_1^{fb}$）のに対して，条件 (13) より，タイプ θ_0 の企業は非効率的（過少）な資金額を借り入れるように指示される（$l_0^* < l_0^{fb}$）．すなわち，セカンドベストの借入額は，効率的なタイプの企業については自らのファーストベストの借入額の水準に一致するが，しかし，非効率的なタイプの企業については自らのファーストベストの借入額より低い水準になる．したがって，その借入額と返済額の大きさに応じて企業をスクリーニングすることは，結局，非効率的なタイプの企業に対する一種の信用割当（credit rationing）となるのである[9)]．

第 2 に，最適解での企業の効用を求めると，(2)，(15) および (16) より，

$$U_0(l_0^*, r_0^*) = \theta_0 f(l_0^*) - r_0^* = 0 \tag{17}$$

$$U_1(l_1^*, r_1^*) = \theta_1 f(l_1^*) - r_1^* = \Delta\theta f(l_0^*) \tag{18}$$

となる．タイプ θ_1 の企業は留保効用（仮定によりゼロ）よりも厳密に大きい効用を得るが，タイプ θ_0 の企業の効用は留保効用に等しくなる．タイプ θ_1 が留保効用を超える効用を手に入れることができるのは，そうでなければ銀行は，タイプ θ_1 に正直に自分のタイプを申告させることができないためである．この留保効用を上回る部分はタイプ θ_1 の私的情報に起因する情報レントである．この情報レントは，(18) より，$\Delta\theta f(l_0^*)$ に等しくなる．

最後に，最適解における企業の返済額は，いずれのタイプの企業についても各々のファーストベストの水準を下回る．すなわち，非効率的なタイプ θ_0 の返済額は信用割当（$l_0^* < l_0^{fb}$）により減少し[10)]，このタイプからの銀行の利益は減少する．他方，効率的なタイプ θ_1 の返済額は，自らのファーストベストの借入額よりも情報レント $\Delta\theta f(l_0^*)$ の分だけ低い水準になる．最適解における情報レント $\Delta\theta f(l_0^*)$ を第 5 節の誘因両立的な解での情報レント $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ と比較すると，$l_0^* < l_0^{fb}$ および関数 $f(\cdot)$ が厳密な増加関数であることから，前者は後者を下回っている．すなわち最適解においては，タイプ θ_0 の企業に対する信用割当（$l_0^* < l_0^{fb}$）により，タイプ θ_1 の情報レントが節約されているのであり，タイプ θ_1 の情報レントの節約は，このタイプからの銀行の利益を増加させる．銀行の利益への影響について，銀行の効用を明示的に示すことで確認しておこう．最適解における銀行の効用は，(1)，(6)，(7)，(15) および (16) より，

$$V(l_0^*, r_0^*) = \theta_0 f(l_0^*) - cl_0^* < V(l_0^{ic}, r_0^{ic}) = V(l_0^{fb}, r_0^{fb}) \tag{19}$$

---

9) 信用割当に関するサーベイとしては，Jaffee and Stiglitz（1990）および Freixas and Rochet（1997, Chapter 5）を参照．

10) ここで，$l_0^* < l_0^{fb}$ および関数 $f(\cdot)$ が厳密な増加関数であることから，

$$r_0^* = \theta_0 f(l_0^*) < \theta_0 f(l_0^{fb}) = r_0^{fb}$$

となる．

$$
\begin{aligned}
V(l_1^*, r_1^*) &= \theta_1 f(l_1^*) - \Delta\theta f(l_0^*) - c l_1^* = [\theta_1 f(l_1^{fb}) - c l_1^{fb}] - \Delta\theta f(l_0^*) \\
&= V(l_1^{fb}, r_1^{fb}) - \Delta\theta f(l_0^*) \\
&= V(l_1^{ic}, r_1^{ic}) + \Delta\theta[f(l_0^{fb}) - f(l_0^*)] \qquad (20)
\end{aligned}
$$

となる．すなわち，誘因両立的な解のケースと比較すると，銀行の効用は，非効率的なタイプ θ_0 との取引においては低下するものの，効率的なタイプ θ_1 との取引においては増加している．ここで，(20) に注目し，効率的なタイプ θ_1 との取引を詳しく調べてみよう．タイプ θ_1 向けの貸付からの銀行の効用は，ファーストベストの場合に比べると情報レント $\Delta\theta f(l_0^*)$ の分だけその水準が低くなっているが，誘因両立的な解のケースに比べると，非効率的なタイプ θ_0 に対する信用割当（$l_0^* < l_0^{fb}$）によって情報レントの節約分 $\Delta\theta[f(l_0^{fb}) - f(l_0^*)]$ だけ改善している．

以上の考察を踏まえて，条件 (13) のもつ意味を明らかにしよう．いま銀行の契約が誘因両立的な解 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$ であるとしよう（図5参照）．ここで，非効率的なタイプ θ_0 の企業向けの貸付額を l_0^{fb} から1単位減少させてみると，(6) より，銀行はタイプ θ_0 からの利益を $\theta_0 f'(l_0^{fb}) - c$ だけ失うのに対し，(7) より，効率的なタイプ θ_1 に正直に自らのタイプを申告させるのに必要な情報レントを $\Delta\theta f'(l_0^{fb})$ だけ節約することができる．前者の損失が生じる確率は p，後者の便益が生じる確率は $1 - p$ であるから，これらの損失と便益の期待値が等しくなるところに最適な貸付額 l_0^* が決定される．すなわち，等式

$$
p[\theta_0 f'(l_0) - c] = (1 - p)\Delta\theta f'(l_0)
$$

を満たす l_0 が最適貸付額 l_0^* となり，この等式を変形すれば条件 (13) が得られる．

7 結びに代えて — 図解による最適契約の決定

以上の結果に基づき，最適契約の決定について図を用いながら再検討してみよう．図5は，セカンドベストの解 $\{A^*, B^*\}$，すなわち最適契約の決定を示している．まず，銀行が企業に対してファーストベストの解 $\{A^{fb}, B^{fb}\}$ を提示すると，非効率的なタイプ θ_0 の企業には自らのタイプを偽る誘因がないのに対して，効率的なタイプ θ_1 の企業にはタイプ θ_0 のふりをする誘因が存在する．タイプ θ_1 の行動は銀行の期待利益を損なうことから（逆選択の発生），銀行はタイプ θ_1 に正直に自らのタイプを申告させる必要がある．そこで銀行は，タイプ θ_1 向けの契約を，ファーストベストの借入額を維持したまま利息（つまり，返済額）を減額することで情報レント $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ を残すように修正し，新たな契約 $\{A^{fb}, B^{ic}\}$ を提示する．そうすると，いずれのタイプも自らのタイプを正直に申告するが，しかし，今度はこの情報レント $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ 自体が銀行の期待利益を圧迫してしまう．そこで銀行は，自らのタイプを偽る誘因を持たないタイプ θ_0 向けの貸付額をそのファーストベストの水準 l_0^{fb} から減らすという一種の信用割当

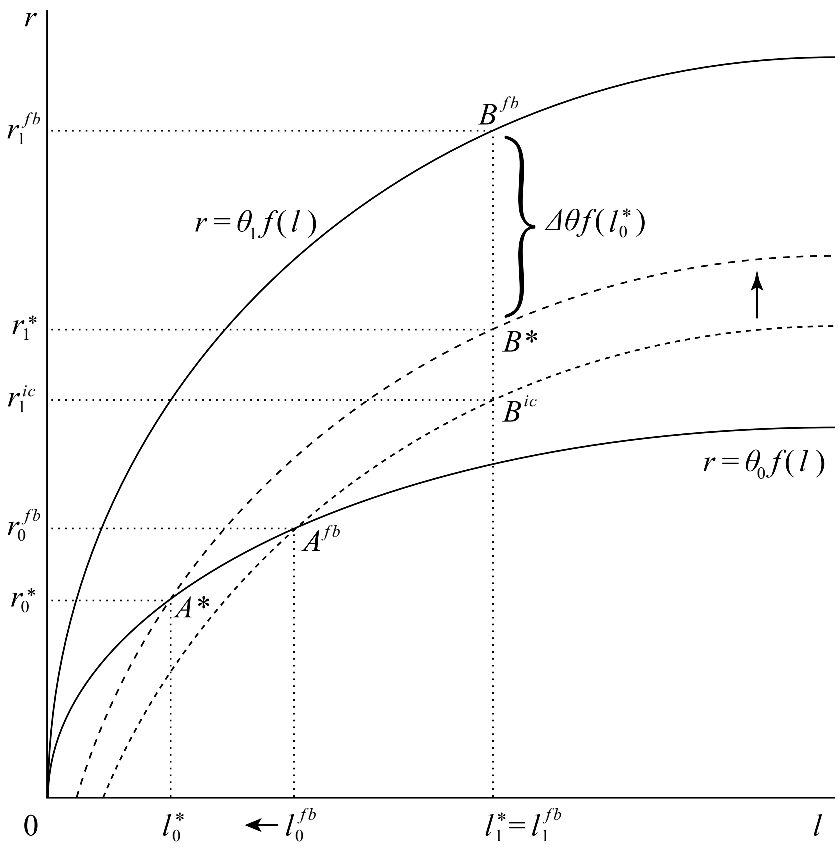

図 5　セカンドベストの解 $\{A^*, B^*\}$

（$l_0^* < l_0^{fb}$）により，情報レントを $\Delta\theta f(l_0^{fb})$ から $\Delta\theta f(l_0^*)$ へと節約する．タイプ θ_0 向けの貸付額の減額は，このタイプからの利益を損なうものの，その見返りとしてタイプ θ_1 向けの情報レントの節約を通じて銀行に利益をもたらす．これらの損失と便益の期待値が等しくなるところに最適貸付額 l_0^* が決定されるのであり，こうして最適契約はセカンドベストの解 $\{A^*, B^*\}$ として与えられる．かくして，自らのタイプを偽る誘因を持たないタイプ θ_0 向けの貸付額をそのファーストベストの水準より減額するという信用割当が，契約を最適なものにするのである．

参考文献

[1] Freixas, X. and Rochet, J.-C.（1997）, *Microeconomics of Banking*. Cambridge, MA: The MIT Press.

[2] Jaffee, D. M. and Stiglitz, J.（1990）, “Credit Rationing,” In B. M. Friedman and F. H. Hahn (eds.), *Handbook of Monetary Economics, Volume II.* Amsterdam: North-Holland. ch. 16, pp. 837 – 888.

[3] 伊藤秀史（2003），『契約の経済理論』有斐閣.

[4] 宇惠勝也（2007），「借手の私的情報と最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 52 巻第 1・2 号合併号，15–28［宇惠（2010）に第 2 章として収録].

[5] 宇惠勝也（2010），『金融契約の経済理論―最適貸付契約の設計とインセンティブ―』ミネルヴァ書房.

[6] 宇惠勝也（2013），「アドバース・セレクションと最適貸付契約」『関西大学商学論集』第 58 巻第 1 号，55–71.

[7] 宇惠勝也（2018），「企業の外部資金調達と投資決定」『関西大学商学論集』第 62 巻第 4 号，21–47.

[8] 宇惠勝也（2019），「銀行貸付市場のシグナリング・モデル」『同志社商学』第 70 巻第 6 号（藤原秀夫教授古稀祝賀記念号）325–357.

[9] 宇惠勝也（2020），「銀行サービスの質の利子率シグナルと CSR シグナル」『関西大学商学論集』第 65 巻第 3 号，1–18.