

# ICT 活用による文理融合型のクリティカルシンキング力を涵養する カリキュラムの試行—その 2— Curriculum Development to Enhance Future Skills in the Global Liberal Arts Education

山本 敏幸（関西大学教育開発支援センター）

濱本 久二雄（関西大学教職支援センター）

Toshiyuki Yamamoto (Kansai University, Center for Teaching & Learning)

Kunio Hamamoto (Kansai University, Center for Teacher Certification and  
Development)

## 要旨

本稿では、昨年度におこなった、共通教養科目群に属す、「文理融合の数学をシンキングツールとして活用するクリティカルシンキング」の試行の第2弾としておこなった Authentic な学びを主眼とした取り組みについて述べる。CTL でおこなってきた小中高校生を対象とした「交渉学 x STEAM」教育の展開をおこなってきたが、大学生にとっての「交渉学 x STEAM」での学びについて考える機会があまりなかったため、昨年度はクリティカルシンキングスキルを涵養するカリキュラムをデザインしたが、今回の第2回目では、アカデミックスキルワンポイント講座の一環で、本学のラーニングアシスタント、「数学科教育法」を受講する学生たちを対象に4回シリーズで模擬講習をおこなった。今回のテーマは、Authentic な学習コンテンツを意識して、地球温暖化についてであった。高校までに学んだ基礎数学のスキルをシンキングツールとして、クリティカルシンキングの学習活動をおこなった報告をする。

**キーワード** ICT 活用、クリティカルシンキング、文理融合の数学、シミュレーションモデル、地球温暖化 / ICT-Enhanced Learning, Critical Thinking Skill, Basic Math for Liberal Arts, Mathematical Simulation Model, Global Warming

## 1. はじめに

本稿は ICT 活用による文理融合型のクリティカルシンキングを涵養するプログラムの試行の第2弾として報告する。経緯と趣旨、クリティカルシンキングのプロセス、数理モデルのプロセスについては、〔山本・濱本、2021〕を参照していただきたい。

第2弾となる今回は、TA、LA の有志5名、「数学科教育法」を受講する学生24名が参加し、教職科目「数学科教育法」を担当する濱本が講師を務めた。Authentic な学習コンテンツを意識して、SDGs の視点から地球温暖化をテーマとした(図1)。

2021秋学期 アカデミックスキル ワンポイント講座 第2弾	
1 化石燃料を燃やすと大気が汚れるの？ 2 もし化石燃料を使い続けたら、地球上の人類は終わるの？ 3 地球の表面温度は上がっているの？どこまで上がり続けるの？ 4 CO <sub>2</sub> は本当に地球上の表面温度を上げるの？地球温暖化の原因なの？	<b>11月12日(金)</b> <b>11月19日(金)</b> <b>11月26日(金)</b> <b>12月3日(金)</b>
<b>クリティカルシンキングへの誘い</b> —文理融合のフューチャースキルを目指して—	
<b>時間</b> 12:20~12:50 <small>(昼休みの30分間) *入退自由</small>	①Zoom 視聴で参加 ②教室で対面参加 <small>どなたでも参加いただけます</small>
<b>場所</b> ①Zoom <small>(ZoomのURL、ID、パスワードは、インフォメーションシステム部のメールにてお送りいたします)</small> ②教室 第2学舎2号館5階 C502教室	
<b>講師</b> 山本 敏幸 先生 (関西大学 数理解発支援センター研究員) 濱本 久二雄 先生 (関西大学 教職支援センター)	

図1 アカデミックスキルワンポイント講座のチラシ

毎回、身近なところにテーマを掲げて温暖化について学生が考える機会を設けた。第1回目は「化石燃料を燃やすと大気が汚れるの?」、第2回目は「もし化石燃料を使い果たしたら、地球上の人類は終わるの?」、第3回目は「地球の表面温度は上がっているの?どこまで上がり続けるの?」、第4回目は「CO<sub>2</sub>は本当に地球上の表面温度を上げるの?地球温暖化の原因なの?」とした。対面形式とZoomによるオンラインでの参加を可能として、録画した講義ビデオはオンデマンド型で学習できるようにした。以下に各回の内容について詳述する。

## 2. 第1回目「化石燃料を燃やすと大気が汚れるの?」

第1回目の学習目標は、「化石燃料の燃焼から、どれだけの二酸化炭素が排出されるのか」について、化学反応式とデータに基づいて計算することであった。ここでは、その手順について詳説する。

3種類の重要な化石燃料(石油、天然ガス、石炭)の主要な元素成分は、炭素と水素で、化石燃料が燃えると大気中の酸素は炭素と結合してCO<sub>2</sub>を生成し、また水素と結合してH<sub>2</sub>Oを生成する。石油、天然ガス、石炭の(近似的な)化学組成は、それぞれCH<sub>1.5</sub>、C<sub>1.12</sub>H<sub>4</sub>、CH<sub>0.8</sub>であることが知られており、それらが燃焼するときの化学反応式は、次のようになる(単位はモルである)。



(121.32は、石炭の高位発熱量121.32(kcal/mol)を表す。)

後で、1980年に燃焼した石油エネルギーのデータから、CH<sub>1.5</sub>のモル数および、石油の燃焼によって発生したCO<sub>2</sub>とH<sub>2</sub>Oのモル数を計算するが、その際に出てくるジュール(J)という単位についてここで触れておく。ジュール(J)と、日常使われる電力量の単位(kWh)および熱量の単位(kcal)には、次の関係がある。

$$1\text{kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{J} (= 3.6 \text{MJ}) = 860 \text{kcal}$$

**例** 1980年の米国エネルギー情報統計局(IEA)のデータによると、燃焼した石油に含まれていたエネルギーが、 $1.35 \times 10^{20} \text{J}$ で、石油に含まれる熱量は、 $4.3 \times 10^{10} \text{J/t}$ であった。重量比で、石油の98%がCH<sub>1.5</sub>なので、1980年に消費されたCH<sub>1.5</sub>の全量は、次のように計算することができる。

$$0.98 \times (1.35 \times 10^{20} \text{J}) / (4.3 \times 10^{10} \text{J/t})$$

$$= 3.08 \times 10^9 \text{ t} = 3.08 \times 10^{15} \text{ g}$$

1モルのCH<sub>1.5</sub>の質量は、13.5gなので、1980年に消費されたCH<sub>1.5</sub>のモル数は、

$$(3.08 \times 10^{15} \text{g}) / (13.5 \text{g/mol}) = 2.28 \times 10^{14} \text{mol}$$

したがって、消費されたO<sub>2</sub>のモル数n(O<sub>2</sub>)は、

$$n(\text{O}_2) = 1.375 \times 2.28 \times 10^{14} = 3.14 \times 10^{14}$$

となる。また、n(CO<sub>2</sub>)とn(H<sub>2</sub>O)の値は、

$$n(\text{CO}_2) = 2.28 \times 10^{14},$$

$$n(\text{H}_2\text{O}) = 1.71 \times 10^{14}$$

理解度確認の演習課題として次の課題を出した。

**課題:** 最近(例えば2020年)の世界の石油燃焼量を調べ、それから発生したCO<sub>2</sub>とH<sub>2</sub>Oのモル数を計算せよ。

## 3. 第2回目「もし化石燃料を使い果たしたら、地球上の人類は終わるの?」

今回の学習目標は、現在の世界中の石油消費量が毎年2.5%ずつ上昇していくと仮定すると、地球の石油資源が枯渇するまでにどのくらいの時間がかかるかということについて、定量的に考えてみることであった。この課題を、高等学校「数学Ⅲ」の微分積分をクリティカルシンキングのツールとしてシミュレーションしてみた。ここでは、その手順について詳説する。

ここでは次の非定常状態ボックスモデルを考える。Mの変化率 = F<sub>in</sub> - F<sub>out</sub> すなわち、

$$dM/dt = F_{in} - F_{out}$$

(ただし、M=M(t)は微分可能な関数とする。)

F<sub>in</sub> > F<sub>out</sub> ならば、M(t)は増加関数、F<sub>in</sub> < F<sub>out</sub> ならば、M(t)は減少関数となる。石油資源の場合は、F<sub>in</sub> = 0 であると考えられる。

2015年の石油埋蔵量は、ある資料では2259.4億トンと推定されており、別の資料によると2015

年の石油消費量は43.7億トンとなっている。また1965年以降、毎年約2.5%の割合で石油の消費量が増加しているという。これらのデータをもとに、石油資源があと何年で枯渇するのかを考えてみた。いろいろな統計資料で現れる石油の「可採年数」とは、「現在の技術と価格のもとで採掘可能であると思われる年数」のことで、石油埋蔵量をその年の石油消費量で単純に割り算したものである。つまり、今後の石油消費量の増加を考慮していないので、「可採年数」と「枯渇するまでの年数」は異なることに注意する必要がある。

例題として、次の問題を取り上げた。

**例題：** 世界中の石油消費量が、毎年2.5%ずつ上昇していくとすれば、地球の石油資源が枯渇するまでにどのくらいの時間がかかるか？

**解** 2015年末の時点をもとに  $t=0$  とする。  $t$ 年後の石油消費量を  $F(t)$ 、石油消費量の瞬間成長率を  $k$  で表すと、

$F'(t)=kF(t)$ となる。 $F(t)>0$ であるから、

$$F'(t)/F(t)=k \Rightarrow \int_0^T \frac{F'(t)}{F(t)} dt = \int_0^T k dt$$

(ただし、 $T$ は定数)。

ここで、積分記号で表された等式の左辺は

$\log F(T) - \log F(0) = \log(F(T)/F(0))$ で、

右辺  $= kT$  より、 $\log(F(T)/F(0)) = kT$

すなわち、 $F(T) = F(0)e^{kT}$ を得る。よって、定数  $T$  を変数  $t$  に戻すと、 $F(t) = F(0)e^{kt}$ 。これが  $t$ 年後の流出フローを表す。題意より、石油の消費量は毎年1.025倍に増加するから、 $F(1) = 1.025F(0)$ 。

したがって、

$$F(1) = F(0)e^k = 1.025F(0) \Rightarrow e^k = 1.025$$

$$\Rightarrow k = \log(1.025) = 0.0247$$

を得る。

時刻  $t$  における石油の残存量(ストック)を  $M(t)$  と表すと、(非定常状態ボックスモデルで、 $F_{in}=0$  の場合であったから)  $M(t)$  の変化率は、 $dM(t)/dt = -F_{out}$  すなわち、 $dM(t)/dt = -F(0)e^{kt}$  と表される。この両辺を  $0$  から  $t$  まで積分すると、

$$M(t) - M(0) = -(F(0)/k)e^{kt} + (F(0)/k)$$

$$\Rightarrow M(t) = M(0) + (F(0)/k)(1 - e^{kt})$$

を得る。石油が消費し尽くされる時刻を

$t=T$  とおくと、 $M(T)=0$  となるから、

$$M(0) + (F(0)/k)(1 - e^{kT}) = 0$$

$$\Rightarrow e^{kT} = 1 + (kM(0)/F(0))$$

両辺の自然対数をとると、

$$kT = \log(1 + (kM(0)/F(0)))$$

という式が得られる。

この式に  $k$ 、 $M(0)$ 、 $F(0)$  の数値を代入し、 $T$  を計算してみる。 $k=0.0247$  で、 $t=0$  を 2015 年末にとったので、

$$M(0) = 2259.48 \times 10^8, \quad F(0) = 43.68 \times 10^8.$$

これを上式に代入して計算すると、 $T=33.33$  を得る。すなわち、現在のように石油を消費し続けると約33.33年で、石油資源は枯渇する。石油連盟の「今日の石油産業 2020」にあるデータでは、2015年における石油の可採年数は58年とあり、上で計算した枯渇までの年数  $T=33.33$  年とは、かなり大きな隔りがある。この例は、データがどのような仮定や条件のもとでのものであるかをよく吟味することの必要性を示唆している。仮定や条件が変われば数値は大きく変化するのであり、数学をツールとしたクリティカルシンキングが、なぜ必要なのかを教えてくれる重要な例となっていることを注意しておく。この例題を踏まえて、次の課題を次回までの課題とした。

**課題：** 時間を離散変数  $t=n$  ( $n$  は非負整数) とし、 $n=0$  を、2015年とする。第  $n$  年に消費された石油の量を  $F(n)$  と表すと、数列  $\{F(n)\}$  は、初項が  $F(0)$  で公比が  $r=1.025$  の等比数列である。等比数列の和の公式  $S(n) = F(0)(r^{n+1} - 1)/(r - 1)$  を用いて、 $S(n) = M(0)$  となる  $n$  を求めよ。

#### 4. 第3回目「地球の表面温度は上がっているの？どこまで上がり続けるの？」

今回の学習目標は、地球を均一な黒体と仮定して、太陽の放射エネルギーから地球の黒体温度、表面温度を推定することであった。ここでは、その手順について説明する。

地球は、太陽から絶え間なくエネルギーを受け取っているの、もし宇宙空間へエネルギーを放射しなければ、どんどん暑くなっていく。このことと、エネルギー保存則から、地球に到達するエネルギーの流入フロー率と流出フロー率から、地球の温度が計算できそうだということに気がつく。

まず、太陽からのエネルギーの流入を考える。太陽定数とは、地球上において太陽光に垂直におかれた単位面を通過する太陽光のエネルギー量のこと、地球と太陽間の距離は季節により変化するので、その平均距離  $1.496 \times 10^8 \text{ km}$  での値をとる。地球の大気による吸収がない場合の値をとり、1分間に  $1 \text{ cm}^2$  の面積を通過するエネルギーを表す。その値は、

$$\begin{aligned} & 1.366 \times 10^6 \text{ erg}/(\text{sec} \cdot \text{cm}^2) \\ & = 1.366 \times 10^3 \text{ J}/(\text{sec} \cdot \text{m}^2) \\ & = 1.366 \text{ kW}/(\text{sec} \cdot \text{m}^2) \end{aligned}$$

である。太陽定数は太陽熱量計を用いて測定される。地球大気による太陽光の吸収や散乱の影響を避けるため、最近ではロケットや人工衛星によって大気圏外に出て直接太陽エネルギーの値を測定できるようになった。

以後、この太陽定数の値を  $\Omega$  で表す。後で行う計算では、 $\Omega = 1.37 \times 10^3 \text{ J}/(\text{sec} \cdot \text{m}^2)$  を用いる。

太陽放射の単位面積当たりのフロー率を、特にフラックスという。地球の大気上方でのエネルギーフラックスは、昼夜で平均し、緯度で平均すると、ちょうど  $\Omega/4$  に等しくなる。そうなる理由は、同じ半径をもつ球の表面積と円の面積の比が  $4\pi^2/\pi^2=4$  であることからわかる。

次に、エネルギーの流出率を地球表面の単位面積当たりで求めなければならない。もし、宇宙空間から地球を観測すると、太陽光線に照射された地球が月のように輝くのが見えるだろう。これは、太陽放射が反射したもので、地球に入射する太陽放射フラックスの約 30% が反射されて宇宙空間に戻る。残り 70% は、大気中や地表面の物質によって吸収され、それらは赤外線エネルギーに変換されて「赤外線放射」の形で放射される。物体か

ら放射されるエネルギーフラックスは物体の温度に依存し、温度が高いほど放射率は上昇する。同じ温度の物体のうちで、エネルギーを最も効率的に放射する物体（あるいはすべての振動数の電磁波を完全に吸収する理想化された物体）を**黒体**という。このような熱放射の研究は、19世紀末ドイツの国立物理工学研究所などにおいて盛んに行なわれた。基礎物理学的な興味の外に、鉄の精錬の際の温度調節や、照明の問題など実用上の要求があったからである（参考文献、藤原、兵頭参照）。

黒体の温度と放射率との関係は、シュテファン-ボルツマンの法則

$$F = (c/4) \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \sigma T^4$$

により記述される。ここで、 $F$  は流出するエネルギーを表し、 $T$  は物体の絶対温度（単位はケルビン  $\text{K}$ ）を表す。また、 $c$  は光速、 $\nu$  は電磁波の振動数、 $u(\nu, T)$  は熱放射のスペクトル分布を表す。 $\sigma$  は、シュテファン-ボルツマン定数で、

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{K}^4)$$

で与えられる。

よい近似で、地球は赤外線放射に関する完全な放射体および吸収体であるとみなせるので、流入と流出のエネルギーフラックスは、地球の反射係数（アルベド） $a=0.3$  を用いて、次の式で表すことができる。

$$F_{\text{in}} = \Omega/4, \quad F_{\text{out}} = a(\Omega/4) + \sigma T^4$$

ここで、 $F_{\text{in}} = F_{\text{out}}$  とおけば、 $T^4 = (1-a) \cdot \Omega/4\sigma$  を得る。この方程式の解は、 $T_0$  で表され、地球の黒体温度と呼ばれる。ただし、ここでは、地球（大気系）と宇宙空間の間での放射の伝達のみを考えていることを注意しておく。

$$T^4 = (1-a)\Omega/(4\sigma)$$

に  $a$ 、 $\sigma$ 、 $\Omega$  の値を代入し、 $T_0$  を計算する。 $a=0.3, \sigma=5.67 \times 10^{-8} \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{K}^4)$  より、 $T_0 = 255.00 \text{ K}$  となる。 $T_0$  は、観測によって得られる地球表面の温度  $T = 290 \text{ K}$  とは一致しない。その理由は、

- (a) 地球表面と大気間の放射伝達
- (b) 大気内部での放射伝達

を考慮していないからである。そこで、大気中のエネルギー伝達に関する 1 次元の離散的なモデルを考えてみる。その第 1 段階は、大気を同心球殻で区切られた離散的な層に適切に分割することである。そして、各層に含まれるエネルギー量は定常状態にあると仮定する。ここでは、その区切りを放射厚み(radiation thickness) (赤外線放射による空気の光学的厚み(optical thickness)ともいう)によって行なう。n 個の層からなる大気について定常状態を表すと次式のようになる。

0 番目 (一番上) の層:  $\Omega/4 = a \cdot \Omega/4 + \sigma T_0^4$ 、

1 番目の層:  $2\sigma T_0^4 = \sigma T_1^4$ 、

2 番目の層:  $2\sigma T_1^4 = \sigma T_0^4 + \sigma T_2^4$ 、

同様に、k 番目の層では、

$$\sigma T_{k-1}^4 = \sigma T_{k-2}^4 + \sigma T_k^4$$

が成り立つ。地球表面が接する一番下の層では、

$$2\sigma T_{n-1}^4 = \sigma T_n^4 + \sigma T_s^4$$

( $T_s$  は地球の表面温度を表す)。

この連立漸化式を解く。最初の二つの式を解くと、 $T_0 = ((1-a)\Omega/4\sigma)^{1/4}$ 、 $T_1 = 2^{1/4}T_0$ 。

次に、三番目の式  $\sigma T_2^4 = 2\sigma T_1^4 - \sigma T_0^4$  から、 $T_2 = 3^{1/4}T_0$ 。同様の計算を続けていくと、最後には、 $T_s = (n+1)^{1/4}T_0$  を得る。

いろいろなデータから地球大気に対しては、 $n=2$  という値がわかっているので、これを上の式および  $T_1$  の式に代入すると、

$$T_s = 3^{1/4}T_0 = 3^{1/4} \cdot 255\text{K} = 336\text{K},$$

$$T_1 = 2^{1/4} \cdot 255\text{K} = 303\text{K}$$

を得る。地球の表面温度は、約 290K であり、336K ではないので、この 1 次元離散モデルは、さらなる修正が必要であるが、ここで定常ボックスモデルという考え方が用いられていることに、われわれは注意する必要がある。実際、このモデルの主要な欠陥をさらに補正したもう少し精密なモデルを構築することにより (詳細については参考文献ジョン・ハートを参照のこと)、 $T_s = 289.3\text{K}$  という値を得ることができる。(ここでは、1 次元離散モデルで考えたが、1 次元連続モデルについては Houghton (1977) を参照のこと。)

## 5. 第 4 回目「CO<sub>2</sub> は本当に地球上の表面温度を上げるの? 地球温暖化の原因なの?」

今回の学習目標は、「化石燃料の燃焼の結果、地球大気中の CO<sub>2</sub> 濃度が産業革命開始時の 2 倍になったら、地球の表面温度はどのくらい上昇するのか」という問題を、数理モデルを用いて解くことにあった。ここでは、その手順について詳説する。

前回の 1 次元離散モデルを、次の 3 つの点:

- 「(1) 太陽放射フラックスの大気による吸収、
- (2) 地球表面からの赤外線放射がある波長領域で大気に吸収されず宇宙空間へ直接抜けていくこと、(この領域を「IR の窓」という)、
- (3) 地表から大気への熱伝達が、上向きの対流と潜熱伝達によること」を考慮に入れ改良したモデルが次式である。

$$W + \Omega/4 = a \cdot \Omega/4 + \sigma T_0^4 + F_w \quad (a)$$

$$2\sigma T_0^4 = \sigma T_1^4 + 0.5F_e + 0.7F_s \quad (b)$$

$$2\sigma T_1^4 = \sigma T_0^4 + \sigma T_s^4 - F_w + F_c + 0.5F_e + 0.3F_s + W \quad (c)$$

ただし、 $F_w = 20\text{W/m}^2$  は地表から宇宙空間へ直接放出される赤外線、 $F_s = 86\text{W/m}^2$  は太陽放射のうち大気により吸収される部分、 $F_e = 80\text{W/m}^2$  は地球表面からの潜熱、 $F_c = 17\text{W/m}^2$  は地球表面からの対流熱、フラックスのエネルギーを表す。これを解くと、次の値を得る。

$$\sigma T_0^4 = 220.1\text{W/m}^2, \quad T_0 = 249.6\text{K},$$

$$\sigma T_1^4 = 340\text{W/m}^2, \quad T_1 = 278.3\text{K},$$

$$\sigma T_s^4 = 397.1\text{W/m}^2, \quad T_s = 289.3\text{K}.$$

産業革命開始時から 2015 年までの間に、大気中の CO<sub>2</sub> 濃度は約 275ppm から約 400ppm へと約 1.45 倍に増加した。以上を基にして考えてみる課題が次の課題である。

**課題:** もし化石燃料の燃焼の結果、地球大気中の CO<sub>2</sub> 濃度が産業革命開始時の 2 倍になったら、地球の表面温度にはどんな影響があるのか。

大気中の CO<sub>2</sub> 濃度の増加がもたらす直接の効果は、IR (赤外線放射) 吸収性のよい物質の量が大気中で増加することである。上の「改良された 1 次元離散モデル」に即した言い方をすると、大気

中の IR 吸収性「ボックス」の数  $n$  が増加することになる。式(a)、(b)、(c)において、 $n$  以外のすべてのパラメータ ( $a, W, \Omega, \sigma, F_w, F_s, F_e, F_c$ ) を固定して、 $n$  の増加が  $T_s$  や  $T_1$  に及ぼす効果を計算することができる。第 3 回で導いた地球の表面温度と大気最上層の温度との関係式

$T_s=(n+1)^{1/4} T_0$  に現れる  $n$  は自然数であったが、これ  $n$  を連続的な変数と考えることにする。式(a)、(b)、(c)で、 $W=0$  とおき、 $T_0, T_1$  を消去すると、 $\sigma T_s^4=(3/4)\Omega(1-a)-(F_c+1.5F_e+1.7F_s+2F_w)$  を得る。

$T_s$  と  $T_0$  の関係式  $T_s=(n+1)^{1/4}T_0$  における  $(n+1)$  が実は 3 であったことから、上の式を  $n$  を用いて表すと次のようになる。

$$\sigma T_s^4=(n+1)(1-a)\Omega/4 - (F_c+1.5F_e+1.7F_s+nF_w) \quad (1)$$

この式に、先に与えた数値を代入すると、

$$\sigma T_s^4=(n+1)(1-a)\Omega/4 - (17+1.5 \times 80+1.7 \times 86+20n)$$

$$\Leftrightarrow \sigma T_s^4=(n+1)(1-a)\Omega/4 - (283.2+20n)$$

を得る。この最後の等式を(2)とする。 $n$  の微小変化  $\Delta n$  による  $T_s$  への影響  $\Delta T_s$  を計算する。(2)より、

$$T_s^4=(1/4\sigma)((n+1)(1-a)\Omega - 4(283.2+20n)) \quad (3)$$

(3)から、やや複雑な計算により次式を得る。

$$dT_s/dn= (T_s/4(n+1))(1+263.2/(\sigma T_s^4)) \quad (4)$$

もし、 $\Delta n$  や  $\Delta T_s$  が、 $n$  や  $T_s$  に比べて十分小さいとすると、(4)式は、

$$\Delta T_s/T_s=(\Delta n/4(n+1))(1+263.2/(\sigma T_s^4))$$

と表される。この式に、 $\sigma T_s^4=397.1W/m^2$  を代入すると、次式を得る。

$$\Delta T_s/T_s=0.42 \cdot \Delta n/(n+1) \quad (5)$$

次に決める必要があるのは、大気中の  $CO_2$  濃度が倍増した直接の結果としての  $\Delta n$  の値である。現実的な  $\Delta n$  の計算には、分子物理学の知識 (例えば、Manabe & Wetherald (1967)) が必要になるので、ここでは大まかな近似計算をする。

まず、最初に注意すべきなのは、 $CO_2$  が倍増したからといって、 $n$  も 2 倍にはなるわけではない

ということである。なぜなら、 $n$  の値は多くの大気成分によって決まり、 $CO_2$  だけでは決まらないからである。IR 吸収に寄与する主要な気体  $H_2O$ 、 $CO_2$ 、オゾンのうち、 $H_2O$  が最も重要であり、 $CO_2$  がそれに続く。ここでの私たちのアプローチは、現在の  $n$  の値への  $CO_2$  からの相対的な寄与の割合をまず計算することである。そこで得られた割合に  $n$  をかければ、求めている  $CO_2$  が 2 倍になったときの  $\Delta n$  の値に到達する。

地球大気中の  $CO_2$  濃度は、産業革命が始まり化石燃料を燃やすようになった時代以前には約 275ppm であった。これに空気のモル数  $1.8 \times 10^{20}$  をかけると、 $49.5 \times 10^{15} \text{ mol}$  となる。大気中の水蒸気の質量は、 $1.3 \times 10^{19} \text{ g}$  で、そのモル数は  $722 \times 10^{15} \text{ mol}$  である。

モル数どうして比較すると、 $CO_2$  と  $H_2O$  の合計に対する  $CO_2$  の割合  $r$  は、 $r=49.5/(49.5+722)=0.064$  となる。どんな物質も 1 モルは、 $6.02 \times 10^{23}$  個の分子を含むので、 $r$  はモル数の比であると同時に分子数の比でもある。個々の  $CO_2$  分子の IR 吸収の有効性は、水蒸気のわずか 4 分の 1 にしか過ぎないので、 $r$  の値を修正する必要がある。そこで、上の式の 49.5 を  $49.5/4$  で置き換えると、 $r=0.0169$  となる。したがって、大気中の  $CO_2$  濃度が 2 倍になったとすると、 $\Delta n=0.0169 \times 2=0.0338$  となる。この結果を(5)式に代入すると、

$$\Delta T_s/T_s=0.42/3 \cdot 0.0338=0.0047 \quad (6)$$

が得られ、 $T_s=289.3K$  の値を用いると、

$$\Delta T_s=1.360K$$

と決定できる。この値はあくまでも大まかな近似によるものではあるが、「二酸化炭素濃度の増加が地球の表面温度の上昇の主要な原因である」という説を、このような形で定量的に評価していることに、このような計算の意義がある。いろいろな議論を鵜呑みにせず、数学をツールとしたクリティカルシンキングによりこのような結論が得られるという点が重要である。

## 6. セミナーに参加した学生の感想

このセクションでは、本セミナーに参加した学生たちの自由記述による率直な感想をまとめる。

### 第1回

- ・地球温暖化が起こっている現在の地球にぴったりの内容でした。
- ・年間の石油燃焼量から二酸化炭素の排出量が計算できるのは面白かった。
- ・化学と数学との関連が明確にある題材を久々に見た。このような題材を生徒に提示することが教科への興味を抱かせるきっかけになるかもしれないと感じた。
- ・身近な社会問題についても、数学的なアプローチが考えられる面白さを感じた。
- ・天然ガスの化学式のように、化学式をこのように（加重平均を用いて）求められるとは知らなかったのとおもしろいと感じた。
- ・高校で学んだ化学が実際にどのように使われているかが確認でき、面白かった。自分たちが学んでいることが社会でどのように使われているのかへの関心が強まった。

### 第2回

- ・石油の可採年数については、ある程度は知っていたが、実際は石油消費量も年々増加しており、そのことも考慮して計算する必要があるのは確かにそうだなと思った。微分や積分、対数関数など身の回りで使われていること実感することが（今まで）あまりなかったが、この計算で、微分・積分がとても重要であることが実感できてよかった。
- ・はじめに「非定常状態ボックスモデル」という新しい単語が出てきた。初めて聞いたが、とても興味を持ったので、じっくり調べたりもした。近年、資源の枯渇がよく話題に出ているので、もっと詳しく知りたいと思った。
- ・やっていることが複雑で、手計算ではなかなか厳しいと感じたが、石油の枯渇年数を実際に計算できるというのには驚いた。
- ・インターネットから得られる簡単な情報を用いて、それを数学的に解くことによって、自力で石

油が枯渇するまでの年数を求めることができるのには驚いた。

### 第3回

- ・少し計算が複雑で難しく感じたが、層ごとに温度を考え漸化式を作り、それを用いて地球の表面温度を求めるという発想・考え方はとても面白いと感じた。
- ・黒体という言葉は初めて聞きました。シュテファン・ボルツマンの法則を利用して、地球の黒体温度さらに表面温度を求める計算が難しかったです。
- ・板書も手順を一つひとつイラスト形式で説明しており、わかりやすかった。また、こんなにも簡単に地球の表面温度を求められるとは意外であった。
- ・物理味が強いと感じる回であった。数列の考えもこのようなどころで使えるのだなと少し驚いた。ただ、やはり誤差がでていて、ムズムズした。
- ・大気最上層の温度と地表の温度をあのように簡単な式で表すことができるようになっていて面白く感じた。

### 第4回

- ・日常的な事柄を、数学を用いて表し、問題に変える。数学の魅力だと感じた。現在、問題視されている地球の表面温度の上昇を算出して、危険性を数値で理解できることはよいと感じた。
- ・少し専門的な内容も絡んできて、理解できるか不安だったが、とても分かりやすくて、4回目まで動画を見てよかったと感じた。CO<sub>2</sub>濃度の増加により地球の表面温度がどれくらい上昇するのかといった地球温暖化に関する内容だったのでとても面白く、計算によって大まかな値が出せることにとても感動した。
- ・今回は、本当に計算に手間取った。自分でもやってみたが、計算ミスをしてしまった。
- ・2パターンの離散モデルによって、各層における温度を算出することによって、CO<sub>2</sub>による温室効果を調べることができるのは面白いと思った。全体的に、難しい問題を比較的簡単に段階をふんで解いていく流れはとても面白く感じた。

## 7. 最後に

今回、高校までの基本数学を基盤としたクリティカルシンキングとなった。超時空間的な俯瞰的視点から高校までに学んだ数学をシンキングツールとして使い、定量的なクリティカルシンキングを実践することで、これまでの授業では実現不可能であった学びの可視化が実現できたように思う。

「数学科教育法」を受講する学生にとっても数学をツールとしてクリティカルシンキングをするという考え方が芽生えたように感じる。

前回の結びでも述べたが、学生自身が不確定な未来社会の問題課題に取り組み、よりよい未来社会を創造するためにクリティカルシンキングスキルに代表されるフューチャースキルを修得していくことは意義のあることのように思える。

## 参考文献

- 藤原邦男・兵頭俊夫 (1995) 『熱学入門』 東京大学出版会.
- 北海道大学大学院環境科学院編 (2007) 『地球温暖化の科学』 北海道大学出版会.
- Houghton, J. T. (1977). *The Physics of atmospheres*, NY, USA: Cambridge University Press.
- J・ハート 小沼通二・蛭名邦禎監訳 (2010) 『環境問題の数理科学入門』 シュプリンガー・ジャパン.
- Manabe, S. & Wetherald, R. T. (1967). Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 24, 241-259.
- 石油連盟 (2020) 『今日の石油産業』 (<https://www.pal.gr.jp/>), (2022年1月20日)