

蝸牛の入力インピーダンスと偶奇モード解析による 進行波の音響的性質に関する検討

堀井 康史[†] 北村 敏明[‡]

[†] 関西大学総合情報学部 〒569-1095 大阪府高槻市霊仙寺町 2-1-1

[‡] 関西大学システム理工学部 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

E-mail: [†] horii@kansai-u.ac.jp, [‡] kita@kansai-u.ac.jp

あらまし 蝸牛は音聴取の重要な器官でありながら、その動作については未だ謎が多い。著者らは流体力学シミュレーションにより、蝸牛内の音響特性が偶奇モード音波の和として表現できることを見だし、様々な聴覚生理、聴覚疾患への蝸牛モデルの適用を行ってきた。本稿では、蝸牛の入力インピーダンスに焦点を当て、その計算方法を紹介するとともに、蝸牛の増幅機構（Active Process）が機能していない受動的な動作環境でインピーダンスを評価することの重要性を議論する。また、基底膜上に励起される進行波のエネルギーの多くが、基底膜に吸収されずに励振部を置いた卵円窓側に戻ることを偶奇モード解析により明らかにする。

キーワード 蝸牛, 基底膜, 進行波, 入力インピーダンス, 偶奇モード解析

Study on Cochlear Input Impedance and Acoustic Properties of Traveling Waves Based on Even/Odd-Mode Analysis

Yasushi HORII[†] and Toshiaki KITAMURA[‡]

[†] Faculty of Informatics, Kansai University 2-1-1 Ryozenji, Takatsuki, Osaka, 569-1095 Japan

[‡] Faculty of Engineering Science, Kansai University 3-3-35 Yamate, Suita, Osaka, 564-8680 Japan

E-mail: [†] horii@kansai-u.ac.jp, [‡] kita@kansai-u.ac.jp

Abstract While the cochlea is a crucial organ indispensable for sound perception, the mechanism behind its operation still remains largely mysterious. The authors have reported that the sound waves within the cochlea can be expressed as a sum of even and odd mode sound waves through fluid dynamics simulations. We have applied our cochlea model to various auditory physiology and disorders. This paper focuses on the input impedance of the cochlea, introducing its calculation method, and explaining the importance of evaluating the impedance when the cochlea is fresh, but its amplification mechanism (Active Process) is not functioning. Additionally, the analysis of even and odd mode sound waves reveals that the energy of the traveling waves excited on the basilar membrane is mostly reflected back to the input side without being absorbed by the basilar membrane.

Keywords Cochlea, Basilar membrane, Traveling wave, Input impedance, Even/odd-mode analysis

1. はじめに

ヒトの聴覚は、空気振動である音波を耳介で集め、外耳道を介して鼓膜へと導く。鼓膜は空気振動を耳小骨の固体振動に変換し、アブミ骨を通じて内耳の卵円窓を揺らす。卵円窓はアブミ骨底板が靭帯で蝸牛に取り付けられた構造をしており、アブミ骨底板が揺れることで、蝸牛内に音波が外リンパ液の液体振動として伝えられる[1]。書者らは、前庭階、鼓室階が中央階を挟んで対称な構造をもつ直線型蝸牛モデルにおいて、外リンパ液の圧縮性と粘性を考慮して、流体力学方程式を厳密に解き、蝸牛内に生じる音響現象が中央階を挟んで偶対称な成分をもつ音波（偶モード音波）と奇

対称な成分をもつ音波（奇モード音波）の重ね合わせで表現できることを見いだした。そして、偶モード音波は頂部を固定端とする定在波を作り、進行波の励振に寄与しないことを、また、奇モード音波は基底膜上に進行波を作るとともに、その振幅が伝搬とともに減衰し、消滅することを報告してきた[2,3]。

著者らが提唱した蝸牛の音響現象を偶奇モード音波に展開する方法は、蝸牛の基本動作を知るうえで多くのことを教えてくれる。しかし、蝸牛の入力インピーダンスに関しては十分な議論がないまま今日に至っている。本稿では、蝸牛の入力インピーダンスをキーワードに、蝸牛の音響特性を詳しく検討する。

2. 入力インピーダンスの計算方法

質量密度 ρ 、体積弾性率 κ の媒質で満たされた円筒管内を x 軸方向に音波が伝わるとする。このときの音圧を P 、粒子速度を u とすると「連続の式」は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\kappa} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1)$$

「運動方程式」は、

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

と書ける。式(1)を t 、式(2)を x で微分し、

$$c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \quad (3)$$

を用いると、音圧に関する波動方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

ここで、

$$\frac{d}{dt} = j\omega \quad (5)$$

の関係を用いて式(4)を整理すると、

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \beta^2 P = 0 \quad (6)$$

となり、この解は次で与えられる。

$$P(x) = P_a e^{-j\beta x} + P_b e^{j\beta x} \quad (7)$$

但し、位相定数 β は、

$$\beta = \frac{\omega}{c} \quad (8)$$

であり、式(7)の第1項は x 軸上を正方向に伝搬する音波を、第2項は x 軸上を負方向に伝搬する音波を表している。

ここで、 $x=0$ において音波を励振し、位置 $x=x_1$ 、 $x=x_2$ において音圧 $P(x_1)$ 、 $P(x_2)$ を観測するとする。このとき、式(7)より観測波形は次のように書ける。

$$P(x_1) = P_a e^{-j\beta x_1} + P_b e^{j\beta x_1} \quad (9)$$

$$P(x_2) = P_a e^{-j\beta x_2} + P_b e^{j\beta x_2} \quad (10)$$

これらを連立させて P_a 、 P_b を求める。

$$P_a = \frac{1}{e^{-j\beta x_1} e^{j\beta x_2} - e^{j\beta x_1} e^{-j\beta x_2}} (P(x_1) e^{j\beta x_2} - P(x_2) e^{j\beta x_1}) \quad (11)$$

$$P_b = \frac{1}{e^{-j\beta x_1} e^{j\beta x_2} - e^{j\beta x_1} e^{-j\beta x_2}} (P(x_2) e^{-j\beta x_1} - P(x_1) e^{-j\beta x_2}) \quad (12)$$

これより、例えば、 $x=x_2$ における反射係数 r は、入射波と反射波の比から次式で求まる。

$$r_{x=x_2} = \frac{P_b e^{j\beta x_2}}{P_a e^{-j\beta x_2}} \quad (13)$$

これより、反射係数の大きさを dB で表現すると、

$$|S_{11}| = 20 \log_{10} |r| \quad (14)$$

となる。さらに、入力インピーダンス Z_{in} は、

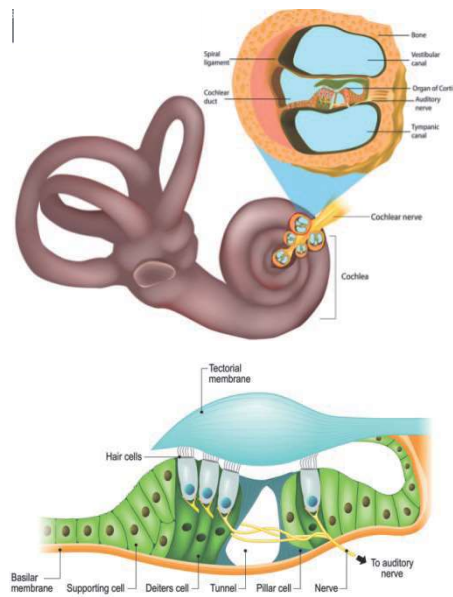
$$Z_{in} = \frac{1+r}{1-r} Z_0 \quad (15)$$

で求められる。なお、 r 、 Z_{in} 共に複素量であることに注意したい。

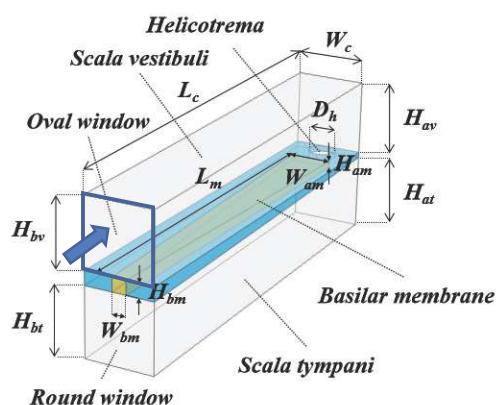
3. 蝸牛の音響解析

3.1. 蝸牛モデルの設計

ヒトの蝸牛は、図1(a)のように前庭階(Scala vestibuli)、中央階(Scala media)、鼓室階(Scala tympani)と呼ばれる3本の管状構造が束になり、2回転半の螺旋構造を作っている。蝸牛は基部から頂部に進むにつれて徐々に細くなり、前庭階と鼓室階は頂部の蝸牛孔(Helicotrema)で接続される。前庭階と中央階はライスマー膜、鼓室階と中央階は基底膜でそれぞれ隔てられる。蝸牛に到着した音刺激は、基底膜上に進行波を作り、内・外有毛細胞、蓋膜を含むコルチ器を刺激する。蝸牛には Active Process と呼ばれる増幅機構があり、基底膜振動が外有毛細胞の聴毛先端にある MET channel の開閉を促し、内リンパ液から外有毛細胞内にカリウムイオンが取り込まれる。外有毛細胞膜の表面には多数のタンパク質モーター Prestin が存在し、細胞内外の電位差に応答して大きな細胞収縮運動を生み出す[4]。これらはいずれも音の聴取に欠かせない重要な構造であり機構であるが、微小な音刺激に対する蝸牛の振る舞いを議論する際、ライスマー膜は十分に薄く、コルチ器も十分に小さいことから、本稿ではこれらの影響を無視できるものとし、中央階を基底膜のみで表現する。また、解析モデルの単純化のため、螺旋構造の蝸牛を直線状に伸ばし、図1(b)のような蝸牛モデルを設計する。



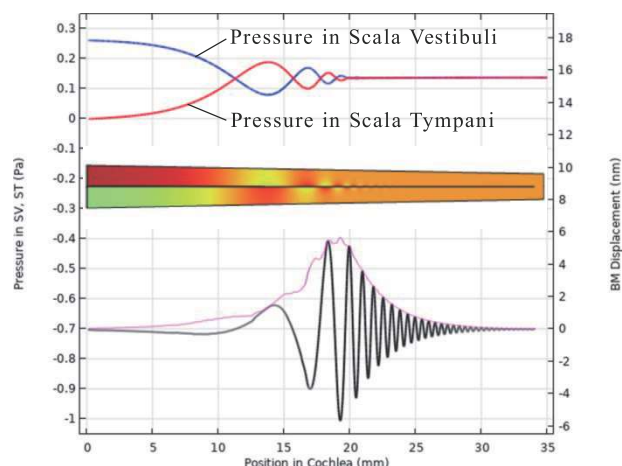
(a) 蝸牛構造とコルチ器



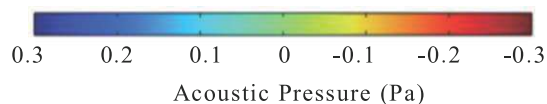
(b) 蝸牛モデル

図1 蝸牛構造と蝸牛モデル

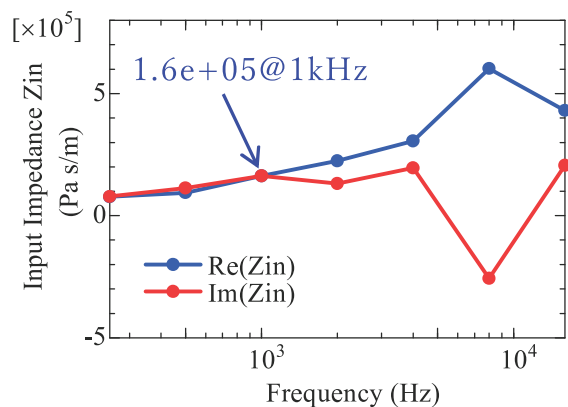
前庭階と鼓室階の間に中央階を設け、これに長さ $L_m = 34 \text{ mm}$ の基底膜(Basilar membrane)を埋め込む。基部での基底膜幅を $W_{bm} = 100 \mu\text{m}$ 、厚みを $H_{bm} = 30 \mu\text{m}$ とし、頂部での幅を $W_{am} = 500 \mu\text{m}$ 、厚みを $H_{am} = 10 \mu\text{m}$ とする。基部から 34.675 mm の位置に、直径 $D_h = 0.65 \text{ mm}$ の蝸牛孔を設ける。前庭階、鼓室階、および蝸牛孔は外リンパ液で満たされ、その物性値に真水のものを与える。基底膜上に生じる進行波は、頂部に近づくにつれて振幅が減少するが、その現象を表現するには外リンパ液の粘性の影響を考慮する必要があること、また卵円窓で励起された音波が進行波に変化する現象を厳密に解析するには、外リンパ液を圧縮性の媒質として取り扱う必要がある。さらに、弾性体である基底膜は固体力学に基づく解析が必要であることから、こうした要件を満たすシミュレーションソフトとしてCOMSOL社が提供する Multiphysics Ver.6.1 に音響モジュールおよび固体力学モジュールを組み込み使用した。



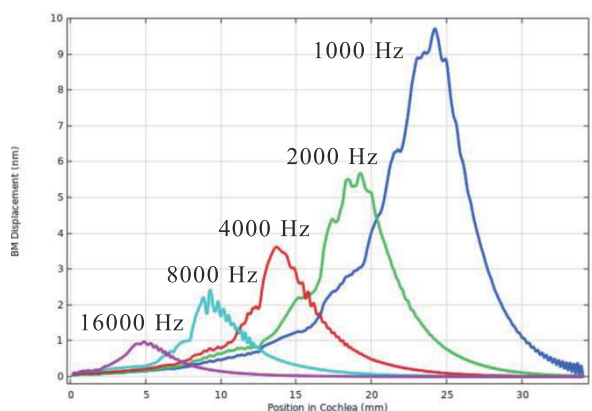
(カラーバー値)



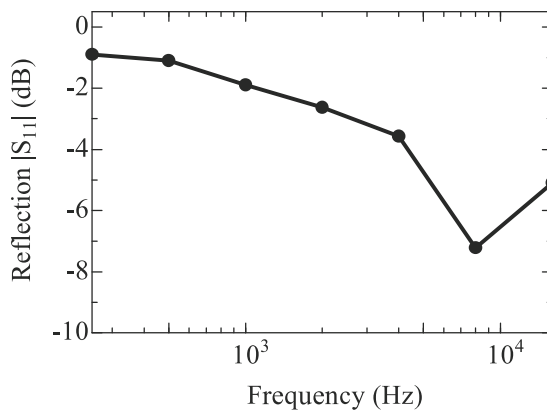
(b) 前庭階、鼓室階の音圧、音圧分布、および進行波とそのエンベロープ (2000 Hz)



(c) 入力インピーダンス Z_{in} の実部と虚部



(a) 進行波のエンベロープ



(d) 反射特性 $|S_{11}|$

図2 聴覚野構造と蝸牛モデル

3.2. 蝸牛モデルのシミュレーション結果

図 1 (b)に示す蝸牛モデルにおいて、卵円窓から 1 Pa の音圧を与えたときの蝸牛の音響特性を図 2 に示す。

図 2 (a)は 1000 Hz から 16000 Hz までの周波数において進行波を計算し、そのエンベロープを描いたもので、横軸は蝸牛内の位置を表し、0 mm が基部、34 mm が頂部に対応する。グラフより高周波音が蝸牛の基部寄り、低周波音が頂部寄りで進行波が得られている。また、低周波音になるほど振幅が大きくなることから、一般的な物理法則にも合致する結果を得ている。

一例として、図 2 (b)は 2000 Hz、1 Pa の音圧を与えたときの前庭階、鼓室階の音圧、側面から蝸牛を見たときの音圧分布、および進行波とそのエンベロープを描いたもので、前図と同様、横軸は蝸牛内の位置を表している。本来、このグラフを動画で見るとわかり良いが、基部において、前庭階の音圧は上下に激しく振動するのに対して、鼓室階の音圧は 0 Pa に固定されている。この事実は、図中央の音圧分布の変化からも確認できる。また、前庭階、鼓室階の音圧は、基部近くでは音圧差があるものの、頂部に向かうにつれて音圧差は小さくなり、やがて無くなる。そして、音圧差が無くなる位置と、進行波のエンベロープが最大値をとる位置がほぼ一致するところも興味深い。この点については[2]に詳しく述べているので説明を省略するが、

- ① 中央階を挟んで上下に対称な構造を持つ蝸牛では、偶対称な分布をもつ音波（偶モード音波）と、奇対称な分布をもつ音波（奇モード音波）の和として蝸牛内の音響現象が表現できる
 - ② 進行波は奇モード音波によってのみ励振される
 - ③ 偶奇モード音波は、基部において同振幅をもつ
- の 3 点を特に指摘しておきたい。

次に、図 2 (c)は蝸牛の入力インピーダンス Z_{in} の実部と虚部を、卵円窓の位置において計算した結果をグラフ化したものである。計算点が少ないため正確とはいえないが、250 Hz ~ 16000 Hz において Z_{in} の実部は $1.0 \times 10^5 \sim 6 \times 10^5 \text{ Pa s/m}$ 、 Z_{in} の虚部は $-3.0 \times 10^5 \sim 2 \times 10^5 \text{ Pa s/m}$ の範囲で変動していることが分かる。また、4000 Hz 以下で蝸牛のリアクタンスは誘導性、それ以上の周波数で容量性を示すことも確認できる。以上の結果は、真水の実部インピーダンスが $1.5 \times 10^6 \text{ Pa s/m}$ であることを考えると、これよりも 1 桁小さい入力インピーダンスが得られたことになる。一方、文献調査をすると、入力インピーダンスが水の特性インピーダンスよりも 1 桁低いものから 2 桁高いものまで千差万別である。本稿で得られた計算値は本当に正しいのか？ これについては、5 章の「まとめ」において議論したい。

最後に、図 2 (d)は蝸牛入力端における反射係数 $|S_{11}|$

を dB 値で表したもので、蝸牛を励振する際の音エネルギーを基準に考えると、 $|S_{11}|=0 \text{ dB}$ では音エネルギーがまったく蝸牛内に入らずに 100 % 反射すること、また -10 dB では 10 %、-20 dB では 1 % の音エネルギーが反射することを意味している。これは逆の見方をすると、 $|S_{11}| \neq 0 \text{ dB}$ のとき、蝸牛内に入った音エネルギーは内部の粘性抵抗等によって吸収されることになる。このような観点でグラフを眺めると、3000 Hz 以下では反射が多く、音エネルギーが蝸牛内に入り難い傾向を示すが、周波数の上昇とともに入りやすくなることがわかる。

このような反射特性 $|S_{11}|$ を示すには、励振部の内部インピーダンスの設定にも理由がある。すなわち、励振部は卵円窓を介して前庭階の外リンパ液が広がる領域に音波を作るため、励振部の内部インピーダンスを外リンパ液の特性インピーダンス $1.5 \times 10^6 \text{ Pa s/m}$ に合わせて設定するのが自然である。しかし、図 2 (c)に表すように、蝸牛の入力インピーダンスが外リンパ液のそれよりも 1 桁低い値をもつのであれば、これに合わせて励振部の内部インピーダンスも定義し直す必要がある。

さらに、中耳のインピーダンス整合特性にも注意を払う必要がある。中耳は、外耳で受けた音波の空気振動（特性インピーダンス 410 Pa s/m ）を内耳の入力インピーダンスに整合させる働きを持つが、鼓膜の位置で気体のインピーダンス 410 Pa s/m を持っていた音波が、耳小骨連鎖を介し、卵円窓の位置で図 2 (c)の蝸牛の入力インピーダンスにどの程度近づくのかを知る必要がある。中耳と内耳のインピーダンス整合が理想的な状態に近づけば、より多くの音エネルギーが蝸牛内に届き、図 2 (b)の音圧分布や進行波の振幅がより大きな値をもつことになるであろう。

4. 偶奇モード解析

偶奇モデルを図 3 に示す。基本構造は、図 1(b)の蝸牛モデルと同じであり、各部の構造パラメータおよび物性値も同様である。変更点は、卵円窓 (Oval window) と正円窓 (Round window) のそれぞれに 1 Pa の音波の励振面を置き、偶モードモデルでは同振幅・同位相の励振を、奇モードモデルでは同振幅・逆位相の励振を行う点である。このときの各モードにおける進行波のエンベロープ、2000Hz における前庭階、鼓室階の音圧と進行波の様子、反射特性を図 4、図 5 に示す。

進行波のエンベロープについては、蝸牛モデル (図 2 (a)) と奇モードモデル (図 4 (a)) のエンベロープが一致するのに対して、偶モードモデル (図 5 (a)) ではエンベロープがまったく見られない。

この状況をさらに確認するため、2000 Hz における

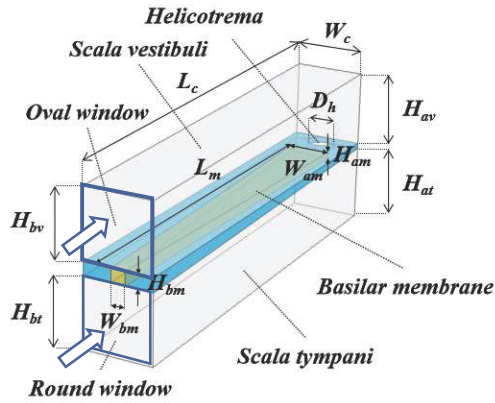
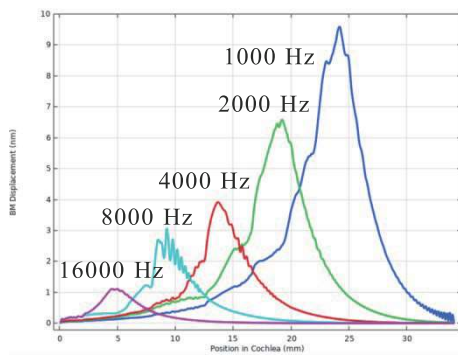
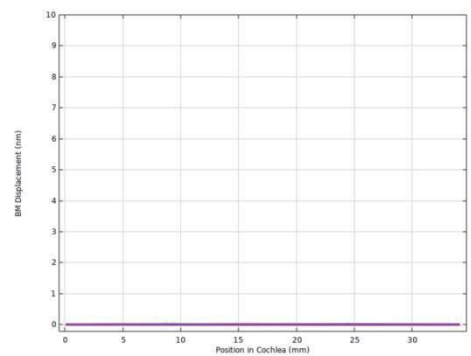


図3 偶奇モードモデル

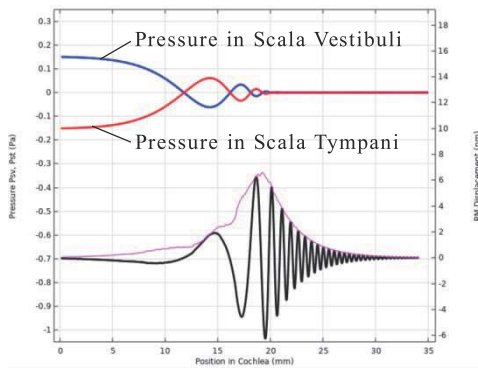
前庭階と鼓室階内の音圧、および進行波の様子を計算する。グラフの横軸は蝸牛内の位置を表しており、奇モードモデル（図4(b))では、基部で両階に音圧差がみられたものが、頂部に近づくにつれて音圧差が小さくなり、ゼロに収束する。また、これに呼応して、進行波が励起され、エンベロープが最大になるときに、音圧差が消失する。また、両階の音圧グラフの波長に注意を払うと、頂部に近づくにつれて波長が徐々に短くなることが確認できる。これは、基部で音波が励振されながらも、そのエネルギーが基底膜上を伝わる進行波に急速に変換されていくことがわかる。一方、偶モードモデル（図5(b))では、進行波は観察されず、



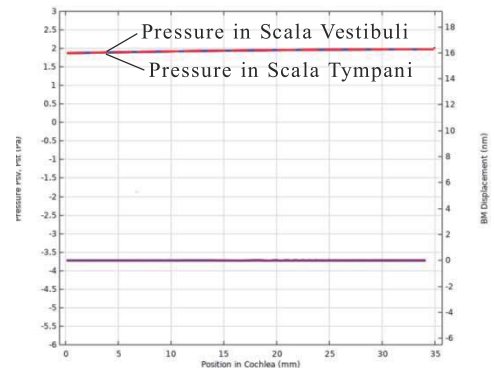
(a) 進行波のエンベロープ



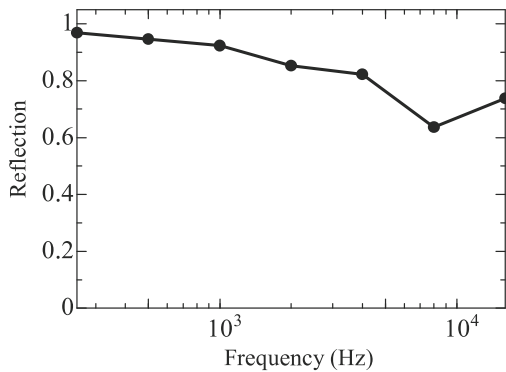
(a) 進行波のエンベロープ



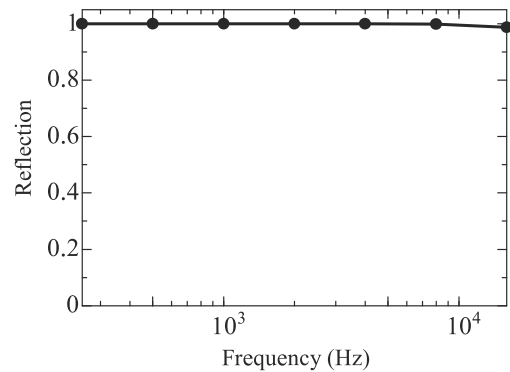
(b) 前庭階、鼓室階の音圧、進行波とそのエンベロープ (2000 Hz)



(b) 前庭階、鼓室階の音圧、進行波とそのエンベロープ (2000 Hz)



(c) 反射特性の絶対値 $|r|$



(c) 反射特性の絶対値 $|r|$

図4 奇モードモデルの特性

図5 偶モードモデルの特性

両階の音圧は一致しながら約-2 Pa~2 Paの間を振動する。このことは蝸牛頂部で音波が全反射し、励振側に戻されることで定在波が作られることを意味している。

次に、励振面での前進波と後進波の音圧の比から求めた入力端における反射係数 r について考える。 r は複素数で与えられるため、絶対値をとってグラフ化している。一般に、 $|r|=1$ ではモデル内ではいっさいのエネルギー損失がなく、すべての音波が反射して入力側に戻るのに対して、 $|r| \neq 1$ ではモデル内で何らかのエネルギーの消費があることを意味している。この観点で計算結果を見ると、奇モードモデル（図4(c)）では $|r| \neq 1$ であり、モデルに放射構造を与えていないことから、粘性抵抗と進行波の伝搬損失が影響していると考えられる。図4(b)の進行波の形状から判断すると、進行波は伝搬とともに徐々に振幅が小さくなり、やがてゼロに収束することから、一見、進行波のエネルギーはこれらの抵抗成分で消費され、完全に失われるように見える。しかし、 $|r|=0$ とならないことから、粘性抵抗と進行波の伝搬による損失は大きくはなく、進行波は伝搬とともに膜形状の変化に対してインピーダンス不整合を起こし、基部側に戻る波を作ると考えられる。事実、進行波のエンベロープを注意深く観察すると完全に滑らかにはなっておらず、基底膜上に進行波とこれによる定在波が存在することが分かる。こうして作られた基底膜上の反射成分は、前庭階、鼓室階を伝搬する音波へと戻り、励振部へと向かうことが容易に想像できる。一方、偶モードモデル（図5(c)）については、 $|r|=1$ であり、すべての音波が損失なく入力端に戻ることが分かる。すなわち、偶モードは進行波を作らず、蝸牛内で粘性の影響をほとんど受けず、音波として蝸牛の頂部で反射するだけの振る舞いしかない。しかし、ここで忘れてはならないのは、「蝸牛に生じる音響現象は、偶奇モード音波の和として表現される」ため、両モードが独立して存在しえないことである。そのため、偶モードにおいても、蝸牛内を伝搬する音波として、その位相変化に注意を払った厳密な取り扱いが求められる。

5. まとめ（蝸牛入力インピーダンスの実測）

蝸牛の入力インピーダンスに関して、ピクルス著『聴覚生理学』（P.19）[1]に次のように記されている。

「蝸牛の入力インピーダンスは理論的に（Zwislocki、1965参照）または実験的に（Lynchら、1982参照）決定された。Lynchらのネコにおける直接測定は蝸牛の入力インピーダンスが1 kHzにおいて 1.5×10^5 Ns/m³であることを示唆しており、WeverとLawrenceの近似から予想されるよりもかなり低かった。」

その後、多くの研究者が蝸牛の入力インピーダンスの測定に挑み、真水の特性インピーダンス 1.5×10^6 Ns/m³を超えるインピーダンス値を報告している[5]。その一方で、真水の特性インピーダンスより1桁小さい値も報告されているが、どちらが正しいのか？

先に説明したように、蝸牛にはActive Processと呼ばれる増幅機構が備わっており、小さな音刺激も知覚できるレベルにまで増幅される。ヒトの聴覚は、1000 Hz以下の音に対してはフェーズロック、それ以上の周波数ではエンベロープで音を知覚するといわれているが、このとき蝸牛内に副次的に生じた増幅信号は耳音響放射として耳介から体外に放出されることになる。但し、Active Processが機能するのは本人が生きているときのみで、死後Active Processは消滅する。

さて、Active Processが機能しているとき、耳介で観測される反射波には、①基底膜に進行波を作り出す初期プロセスで生じる反射波に加えて、②Active Processが副次的に生み出した増幅成分が含まれることになる。蝸牛の入力インピーダンスは、式(15)に基づいて入射波と反射波の比 r から求められるが、Active Processが機能していると、アブミ骨底板の動きから実測した結果には、Active Processによる副次的な音波成分が加算されるため、反射波が不必要に大きくなり、入力インピーダンスが誤って過大評価されてしまう可能性がある。正しく入力インピーダンスを実測するには、Active Processが失われた直後の蝸牛が新鮮な状態にある期間に、蝸牛に一切の損傷を与えないようにして測定するのが正しいと考えるが、いかがであろうか。

謝 辞

本研究は、2020年度関西大学教育研究高度化促進費「聴覚メカニズムの工学的解明と臨床医療への革新的展開」を受けて実施したものである。

文 献

- [1] J. O. Pickes, 「ピクルス聴覚生理学」、二瓶社。
- [2] 堀井、洪、北村, 「圧縮性外リンパ液を想定した直線状蝸牛モデルにおける音波（速波）からの基底膜進行波の励振」, 日本音響学会, 聴覚研究会資料, p.41-46, vol.51, no.2, May 2021,
- [3] W. Hong, Y. Horii, "Contribution of Even/Odd Sound Wave Modes in Human Cochlear Model on Excitation of Traveling Waves and Determination of Cochlear Input Impedance," Acoustics, pp.168-182, vol.4, no.1, Feb. 2022,
- [4] 和田, 「内・外有毛細胞のメカニクス」, Audiology Japan vol.59, pp.161~169, 2016.
- [5] O. L. Rochefoucauld, W. F. Decraemer, S. M. Khanna, E. S. Olson, "Simultaneous measurements of ossicular velocity and intracochlear pressure leading to the cochlear input impedance in gerbil," JARO, pp.161-177, vol.9 no.2, 2008.