

## 4 斜交因子解のための Rotoplot 法

### 〔問題〕

先に辻岡が述べたように、因子構造の交叉妥当化のためには、Varimax 解は因子の直交性を硬直的に固執するため、因子対応が困難になりがちである。この因子対応の問題については、最近 Jöreskog (1969) が新しい理論を展開しつつあるが、本稿ではやや古典的ではあるが Thurstone 以来の伝統的な斜交軸回転法である主観的軸回転のために、Cattell らが開発した Rotoplot 法をわれわれの研究室で改良したものを発表しておく。因子構造の交叉妥当化の方法としては直交ならびに斜交の Procrustes 法も当然問題としなければならないが、これらの軸回転の諸問題は、本邦においても既に随所はかなり紹介されているので、ここでは、未だ本邦で利用されていない Rotoplot 法の改良プログラムを紹介したい。この方法は数学的には、きわめて地味な、古典的なものであるけれども、使ってみるとなかなか便利で味のあるものである。なんとかなれば、実質科学者は、やはり、自分の研究分野の因子空間の中を直接自分の眼でのぞきこむことは是非必要であり、それによってまた次の仮説が定立できるようになるからである。特に、本プログラムはテストの表示を I. D. 番号ではなく、テスト名（英字、数字のいずれかの一字ずつの組合せ）に改良したことによって、また、同位置に来るテストベクトルがすぐわかるように改良したことによって表示方式がわかりやすくなっている。

ここで作成したプログラムは次の四つの目的のために使用することができる。

(1) Varimax 解などを含め、直交、斜交いずれの場合においても多次元的因子構造を視覚化するため  $\{m(m-1)/2\}$  組 ( $m$  は共通因子数) の二因子毎の組合せの準拋軸構造 (reference structure) を図示する。

(2) 回転のために Shift matrix を input して新しい Rotoplot を作成する。

(3) 完全に最終解と考えた節には、斜交因子解として必要な情報  $V_{rs}$  (reference structure matrix),  $V_{fp}$  (primary factor pattern matrix),  $C_f$  (primary factor correlation),  $C_r$  (reference axis correlation) などすべての情報を output する。(2) の場合は、次の回転に必要な情報のみ output される。

(4) 項目分析の場合は  $V_{fp}$  を表示することができ、因子的真実性の原理による項目選択が視覚的に可能となる。

### 〔Rotoplot 法の具体的手順〕

Rotoplot 法は、実際のプロットを見ながら、 $(m-1)$  次元超平面を考え、この超平面に、原点を通り直交する準拋軸に対して、当該因子に関係のない変数の射影をゼロに近づけることによって単純構造を図りながら主観的に軸を回転する方法である。

#### 4. 斜交因子解のための Rotoplot 法 (藤村)

回転による準拠軸のシフトを回転角の角度の  $\tan$  で表わし、各準拠軸の組合せについて行列にしたものをシフト行列という。

次にこのシフト行列の作り方を説明する。

今、Fig. 4-1 をみると、テスト群 B は第 1 準拠軸に対してかなりの射影をもっている。もし、B 群の中心を通る超平面に原点を通る新しい準拠軸 1' を考えれば B 群の各テストは 1' 軸に対する射影がよりゼロに近くなる。また、A 群についても、その中心を通る超平面に直交する新しい準拠軸 2' が考えられる。新しい 1' 軸の旧 1 軸に対する回転角の  $\tan$  は .25、新しい 2' 軸の旧 2 軸に対する回転角の  $\tan$  は  $-.10$  であり、それぞれ Table 4-1 の①②のように記入する。同様に各準拠軸の組合せについて回転角の値を行列に表わしたものが Table 4-1 である。

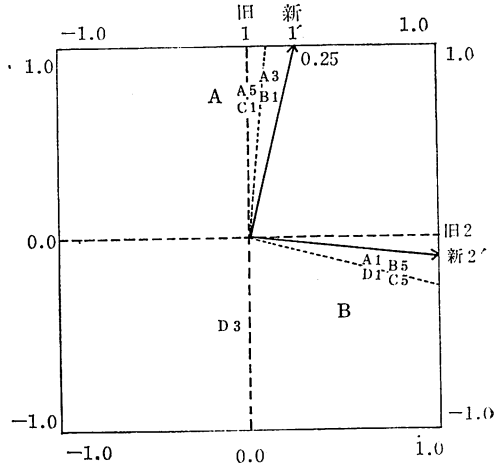


Fig. 4-1 Rotoplot のシフト行列の求め方

Table 4-1 Shift matrix

	新 軸						
	1'	2'	3'	4'	5'	6'	-6'
1	1.00	② -.10	-.10	.20	.00	.10	-.10
旧 2	① .25	1.00	.00	.05	.00	.08	-.08
3	.00	.00	1.00	-.10	.10	.00	.00
4	.08	.15	.00	1.00	.05	-.15	.15
5	-.05	.10	.15	.00	1.00	-.05	.05
6	.00	.07	.08	.00	.15	1.00	-1.00

(-6' は軸方向を逆転したもの)

なお、準拠軸の方向を $180^\circ$ 変えたいときは、シフト行列のその新しい準拠軸の列の各要素の符号を全部変えればよい。例は、Table 4-1 の第 6 準拠軸に示した。(いうまでもなく、両方を input しないこと。)

なお回転は、準拠軸相関 (RAC) が 0 となる方向への回転は好ましいが、その相関を強める方向への回転は余程明確な単純構造が存在しない限り行わない。準拠軸間相関 (RAC) と因子軸間相関 (FC) の関係はほとんどの場合逆符号関係になっているから、RAC の値が正 (プラス) のときはシフトは負、RAC が負のときはシフトが正となる方向への回転は因子間相関を弱める方向へ働く。因子間相関がほとんどゼロのときは、FC と RAC の符号が上でのべた関係とならな

いことがまれにあり、RAC と FC が同符号という事がありうる。この場合はシフトの正負についてあまり気をつかう必要はない。

〔プログラムの使用方法〕

Rotoplot プログラムの流れ図は概略 Fig. 4-2 の通りである。

Input Data の説明

(1) 変数名 FORMAT (4I4, 2F8.3)

NV	テストの数
NF	因子の数
ISHIFT	Rotoplot 回転の回数
ISTEP	0 ; 準拠軸構造行列のみ印刷 0以外の整数 ; 準拠軸パターン行列, 因子構造行列, 因子パターン行列 も印刷
FHP 1	前回の Hyperplane Count (基準 0.1)
FHP 2	〃 (基準 0.2)

- (2) 準拠軸構造行列 (普通直交解), 前回の交換行列, シフト行列読み込の書式 FORMAT (20A4)
- (3) 研究目的などのタイトル FORMAT (40A2)
- (4) 各テストの名前を2文字で表わしたもの  
FORMAT (20 (2X, A2))
- (5)  $V_{rs}$  行列, 普通, 主因子解行列あるいは Varimax 解行列を用いるが目的に応じて他の解でも可。(読込は, 各列単位で, 列方向)
- (6) 前回の回転の交換行列 (初回は単位行列)  
(読込は, 各列単位で, 列方向)
- (7) シフト行列 (初回は単位行列)  
(読込は, 各列単位で, 列方向)

Output Data の説明

- (1) Input Data ( $V_{rs}$ , 交換行列, シフト行列) の Output.
- (2) 新しい交換行列, 準拠軸間相関行列, 因子間相関行列, 準拠軸構造行列, Hyperplane Count, さらに必要に応じて, 準拠軸パターン行列, 因子構造行列, 因子パターン行列を印刷する。

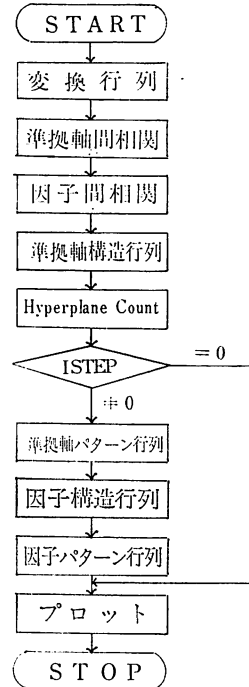


Fig. 4-2 Rotoplot 法のフローチャート

#### 4. 斜交因子解のための Rotoplot 法 (藤村)

(3) 準拋軸構造行列の各軸の組合せについて、2文字で示されたテスト名がプロットされる。枚数は  $mC_2$  枚である。実際には、準拋軸間は斜交であるが、プロットは二軸が直交に描かれる。因子間相関、準拋軸間相関は図の右肩にそれぞれ示される。また、プロット図の下に、上段には他のテストと重なってプロットされないテストの名が、さらにその真下には重なったテスト (プロットされた方の) の名が印刷される。Rotoplot のアウトプット例は第六節 Fig. 6-1 (77頁) を見られたい。

なお、逆行列算出のための SUBROUTINE MATINV については浅野長一郎 因子分析法通論 共立出版 1971 よりの引用である。

#### 〔考 察〕

この Rotoplot 法による回転は、初心者にはかなり主観的な作業に思えるかもしれないが、正しくこれを使用すれば決して主観的なものではなく、第5節で山本が例示するように、Varimax 解こそ極めて偶然的な数量的解法 (数量的であることが客観的なのではなく、妥当性のあるものが実質科学では客観的なのである。) であり、Rotoplot 法の因子解の方が数段すぐれていることが明らかになるであろう。

また、斜交の解析的回転法 (analytical rotation) は、因子間相関に関する自由度について、その方法自体から生じてくる自由度に一定の制約条件が課せられるから、この制約条件とデータの特性とが常に都合よく適合しているとは限らない。そこで、このようなデータと回転法との不適合を幾分修正するという使命をこの Rotoplot 法に付与する必要性が生じてくるのである。この問題をさらに客観化する道としての Jöreskog (1969) による確認的因子分析 (confirmatory factor analysis) の構想は今後の発展が期待される。その時になって始めて、われわれの確認的因子分析という用語が正しい意味をもって用いられたことになるのである。しかし、現状においては、実質科学の内部で因子軸回転における自由度の制約条件を明確にするだけの資料が必ずしも整っているわけではない。その意味において、Rotoplot 法が古典的なものでありながら今日尚も充分その存在を必要とするわけである。

#### 〔要 約〕

1. 直交解、斜交解を問わず、因子構造を視覚化するための電算機プログラムとして、また、研究者がほぼ最終解として得られた因子行列を回転するためのプログラムとして Rotoplot 法が改善され開発された。

2. Rotoplot 法の使用法がのべられた。

3. この Rotoplot 法は確認的因子分析における重要な役割を今後も尚しばらく実質科学の発展において果たすことが論ぜられた。

(研究担当者 藤村和久)

```

DO 36 J=1,NF
TT=0.0
DO 35 I=1,NF
35 TT=TT+RT(I,J)**2
TT=SQRT(TT)
DO 36 K=1,NF
36 RT(K,J)=RT(K,J)/TT
306 WRITE(6,306)
WRITE(6,301)(J,J=1,NF)
DO 37 I=1,NF
37 WRITE(6,304) I,(RT(I,J),J=1,NF)
DO 40 I=1,NF
DO 40 J=1,NF
RR(I,J)=0.0
DO 40 K=1,NF
DO 40 L=1,NF
40 RR(I,J)=RR(I,J)+RT(K,I)*RT(K,J)
307 FORMAT(1H1///10X,36HSTANDARDIZED T-MATRIX FOR NEW ROTATION/)
WRITE(6,307)
307 FORMAT(1H1///10X,35HCORRELATIONS BETWEEN REFERENCE AXES//)
DO 41 I=1,NF
41 WRITE(6,304) I,(RR(I,J),J=1,NF)
DO 38 J=1,NF
DO 38 I=1,NF
DO 38 L=1,NF
38 CALL MATINV(NR2,NF,RR,TS,@)
DO 45 J=1,NF
DO 45 I=1,NF
45 S(I,J)=RR(I,J)/SQRT(RR(I,I)*RR(J,J))
308 FORMAT(1H1///10X,20HFACTOR CORRELATIONS //)
WRITE(6,308)
DO 51 I=1,NF
51 WRITE(6,304) I,(S(I,J),J=1,NF)
DO 58 I=1,NF
DO 58 J=1,NF
TS(J)=0.0
DO 55 K=1,NF
55 TS(J)=TS(J)+V(I,K)*RT(K,J)
DO 58 L=1,NF
58 V(I,L)=TS(L)
WRITE(6,309)
309 FORMAT(1H1///10X,26HREFERENCE FACTOR STRUCTURE,5X,21HNUMBER OF ROT
*ATIONS=413)
WRITE(6,301)(J,J=1,NF)
DO 60 I=1,NV
60 WRITE(6,302) I,NAM(I),(V(I,J),J=1,NF)
FNV=NV
HP1=0.0
HP2=0.0
DO 63 J=1,NF
HC1=0.0
HC2=0.0
DO 62 I=1,NV
IF(ABS(V(I,J)).LE.0.199) HC2=HC2+1.0
IF(ABS(V(I,J)).LE.0.099) HC1=HC1+1.0
62 CONTINUE
HP1=HP1+HC1
HP2=HP2+HC2
63 CONTINUE
TVF=NV*NF-NV

```

```

ROTOPLOT プログラム
ROTPLOT ROTATION PROGRAM
NV I NUMBER OF VARIABLES
NF I NUMBER OF REFERENCE AXES
V I INITIAL OBLIQUE OR ORTHOGONAL FACTOR MATRIX
VS I INITIALLY, NEW ROTATED REFERENCE STRUCTURE
LATER, PRIMARY FACTOR PATTERN
LATER, PRIMARY FACTOR STRUCTURE
AND PRIMARY FACTOR PATTERN
RT I INITIALLY, OLD TRANSFORMATION MATRIX
S I INITIALLY, SHIFT MATRIX
LATER, NEW TRANSFORMATION MATRIX OF REFERENCE AXES
LATER, SHIFT MATRIX
RR I INITIALLY, REFERENCE AXIS CORRELATION MATRIX
LATER, INVERSE OF REFERENCE AXIS CORRELATION MATRIX
COMMON /A1/ NAM
DIMENSION NAM(100),MIDASI(40),FMT(20)
DIMENSION V(50,10),VS(50,10),RT(10,10),S(10,10),RS(10,10),TS(10),
*0(10),RR(10,10)
DATA NR1,NR2/50,10/
DATA GA,GB/O/-1.0,1.0,0.0,0/
500 CONTINUE
READ(5,100) NV,NF,ISHIFT,ISTEP,FHP1,FHP2
100 FORMAT(4I9,2F8,3)
READ(5,101) FMT
101 FORMAT(20A4)
READ(5,103) MIDASI(1),I=1,40)
103 FORMAT(40A2)
READ(5,102) NAM(I),I=1,NV)
102 FORMAT(20(2X,A2))
DO 10 J=1,NF
10 READ(5,FMT)V(I,J),I=1,NV)
WRITE(6,300)
300 FORMAT(1H1///10X,8HV-MATRIX/)
WRITE(6,301)(J,J=1,NF)
301 FORMAT(15X,15(3X,13,2X))//
DO 11 I=1,NV
11 WRITE(6,302) I,NAM(I),(V(I,J),J=1,NF)
302 FORMAT(8X,13,2X,A2,15F8,3)
DO 15 J=1,NF
15 READ(5,FMT)RT(I,J),I=1,NF)
DO 20 J=1,NF
20 READ(5,FMT)S(I,J),I=1,NF)
WRITE(6,303)
303 FORMAT(1H1///10X,41HTRANSFORMATION MATRIX ( FORMER ROTATION )//)
DO 25 I=1,NF
25 WRITE(6,304) I,(RT(I,J),J=1,NF)
304 FORMAT(10X,13,2X,15F8,3)
WRITE(6,305)
305 FORMAT(1H1///10X,12HSHIFT MATRIX//)
DO 26 I=1,NF
26 WRITE(6,304) I,(S(I,J),J=1,NF)
DO 30 I=1,NF
DO 30 J=1,NF
RR(I,J)=0.0
DO 28 K=1,NF
28 RR(I,J)=RR(I,J)+RT(I,K)*S(K,J)
30 RT(I,J)=RR(I,J)

```

4. 斜交因子解のための Rotoplot 法 (藤村)

```

SUBROUTINE PLOT(KK,JJ,NR,NC,X,GA,GB,O,MIDAS,I,RR,FR)
COMMON /A1/ NAM(100)
DIMENSION AG(11),NG(51),NPC1(100),NPC2(100)
DIMENSION X(KK,1),MIDAS1(1),RR(CJ,1),FR(CJ,1)
DATA IH ,IH1,IH2,IHB/2H ,2H--,2H I,2H -/
IG=50
IF(NC<GT,1) GO TO 1
WRITE(6,500) NC
500 FORMAT(1H1//10X,17H'NC' LESS THAN 1 )
RETURN
1 CONTINUE
K1=100/ITG
INT1=ITG+2
IPG=0
DJ=(GB-GA)/50.0
LJ=(O-GA)/DJ+1.0
DIN=(GB-GA)/10.0
DO 5 L=1,11
5 AG(L)=GA+DIN*FLOAT(L-1)
L1=(O-GA)/DJ+1.0
NGAS=NC-1
DO 21 J=1,NCMS
JPS=J-1
DO 22 I=JPS,NC
NN=0
FC=FR(I,J)
RAC=RR(I,J)
WRITE(6,102) IPG,(MIDAS1(K),K=1,40),FC,RAC
102 FORMAT(1H1/2X,6HF I,GURE,13,5X,40A2.5X,3HF C=,F8,3,2X,
*4HRAC=F8,3)
WRITE(6,301) J
301 FORMAT(1H ,59X,12)
WRITE(6,305)(AG(K),K=1,11)
305 FORMAT(1H ,3X,11F10.2)
WRITE(6,302)
302 FORMAT(1H ,10X,1H*,10(4(2H ,),2H *))
DO 30 L1=1,51
IF(L1=LJ) 34,32,34
32 NG(L1)=IHB
DO 33 L=2,51
33 NG(L)=IHI
GO TO 38
34 DO 35 L=1,51
35 NG(L)=IH
NG(L1)=IH2
38 A=GA+DJ*(FLOAT(51-L1)-0.5)
B=A+DJ
DO 41 K=1,NR
IF(CX(K,J)-A) 41,42,42
42 IF(CX(K,J)-B) 43,41,41
43 L=CX(K,1)-GA/DI+1.5
IF(L.LE.0) GO TO 41
IF(L.GT.IN1) GO TO 41
IF(NG(L).NE.IH ) GO TO 44
NG(L)=NAM(K)
GO TO 41
44 IF(NG(L).EQ.IH1) GO TO 45
IF(NG(L).EQ.IH2) GO TO 45
NN=NN+1
END

HP1=HP1/TVF*100.0
HP2=HP2/TVF*100.0
WRITE(6,310)
310 FORMAT(//10X,17H'HYPERPLANE COUNTS/18X,9HCRITERION 5X,6H NEW ,6X,
18H FORMER /)
WRITE(6,315) HP1,FHP1,HP2,FHP2
315 FORMAT(21X,3H0.1,6X,F8,3,2H %,3X,F8,3, 2H %/21X,3H0.2,6X,F8,3,2H %
*3X,F8,3,2H %)
IF(ISTEP.EQ.0) GO TO 75
64 CONTINUE
DO 65 I=1,NV
DO 65 J=1,NF
VS(I,J)=0.0
DO 65 K=1,NF
VS(I,J)=VS(I,J)+V(I,K)*RR(K,J)
WRITE(6,311)
311 FORMAT(1H1//10X,24HREFERENCE FACTOR PATTERN/)
WRITE(6,301)(J,J=1,NF)
DO 66 I=1,NV
66 WRITE(6,302) I,NAM(I),(VS(I,J),J=1,NF)
DO 67 J=1,NF
SRR=SQRT(RR(J,J))
DO 67 I=1,NV
VS(I,J)=V(I,J)*SRR
WRITE(6,312)
312 FORMAT(1H1//10X,24HPRIMARY FACTOR STRUCTURE/)
DO 68 I=1,NV
68 WRITE(6,302) I,NAM(I),(VS(I,J),J=1,NF)
DO 70 J=1,NF
SRR=SQRT(RR(J,J))
DO 70 I=1,NV
VS(I,J)=V(I,J)*SRR
70 CONTINUE
WRITE(6,313)
313 FORMAT(1H1//10X,22HPRIMARY FACTOR PATTERN/)
DO 71 I=1,NV
71 WRITE(6,302) I,NAM(I),(VS(I,J),J=1,NF)
75 CALL PLOT(NR1,NR2,NV,NF,V,GA,GB,O,MIDAS1,RS,S)
GO TO 500
END

SUBROUTINE MATINV(NR2,N,VA,B,C)
DIMENSION A(NR2,1),B(1),C(1)
DO 4 I=1,N
DO 1 J=1,N
B(J)=A(C,I)
1 A(C,I)=0
DO 2 J=1,N
A(I,J)=1.0
2 C(J)=A(I,J)/B(I)
DO 3 J=1,N
DO 3 K=1,N
3 A(J,K)=A(J,K)-C(K)*B(C)
DO 4 J=1,N
4 A(I,J)=C(J)
RETURN
END

```

```

NPC1(NN)=NAM(K)
NPC2(NN)=NG(L)
GO TO 41
45 NG(L)=NAM(K)
41 CONTINUE
B=GA+DJ*FLOAT(51-L1)
IF(MOD(L1,5)=1) A=48.49
48 WRITE(6,402) B,NG10
402 FORMAT(1H ,F7.2,2H *,51A2,2H *,F7.2)
GO TO 25
49 WRITE(6,404) NG
404 FORMAT(8X,2H ,51A2,2H ,)
25 CONTINUE
IF(L1.E0,LJ) WRITE(6,515) I
515 FORMAT(1H*,122X,13)
30 CONTINUE
WRITE(6,302)
WRITE(6,305)(AG(IK),IK=1,11)
WRITE(6,306) NN
306 FORMAT(1H0,19NON-PLOTTED CASES =,15)
L1=39
L2=0
50 J1=J2+1
J2=J3+1
IF(J2-NN) 55,55,54
54 J2=NN
IF(J1.E0,1) GO TO 58
55 WRITE(6,401)
401 FORMAT(1H0)
58 WRITE(6,406)(NPC1(LK),LK=J1,J2)
406 FORMAT(6X,40(1X,A2))
IF(J2-NN) 50,60,60
60 CONTINUE
22 CONTINUE
21 RETURN
END

```