

研究ノート

階層における効率賃金

舟 場 拓 司

Efficiency Wages in a Hierarchy

Takuji FUNABA

Abstract

In this note, I consider the relation between wages and efforts in a hierarchical organization in the context of a hierarchy model and a shirking model. Given a fixed number of tiers, wages rise with the level in a hierarchy, if employees in a higher level are more diligent. This leads to wage differences across tiers.

Key words : Hierarchy, Monitoring, Effort, Wages structure.

抄 録

本稿では、階層モデルとごまかしモデルを組み合わせ、組織内での努力水準と賃金水準の関係について考察した。階層数が一定のもとで、階層が高くなるにつれて、努力水準を高める要因が作用するならば、賃金も上昇する。これは階層間の賃金格差の発生にいたる。

キーワード：階層、監視、努力、賃金構造

労働者は怠ける。企業は労働者を怠けさせないようにするために監視をする。ところで、労働者の生産性がきちんと測定できる場合、労働者が怠けると彼の生産性は低下するので、その結果は賃金に反映される。出来高払いを採用すれば、企業にとって労働者の怠けから受ける損失は最小限の監視費用を除いて発生しない。けれども、労働者の生産性が測定できない場合、結果によっては誰が怠けたかを確定できない。このとき怠けた労働者は現場を発見されない限り罰を受けることはない。こうして、企業にとって労働者を観察し、怠けないように監視する必要性が生じる。ただし、労働者の勤労誘因を高めるために、企業は監視費用を負担しなければならない。階層モデル (Calvo and Wellisz (1979)) では、階層上位の労働者が下位の労働者を監督する。このとき、上位者は監視の仕事のために生産活動を一部犠牲にする。この犠牲はコントロールの損失 (Loss of Control) とみなされ、Williamson (1960) によれば、組織、すなわち企業の規模の限界を画する。

労働者の怠けを防ぐ別の方法は賃金を利用することである。賃金は労働の価格として市場で決定される側面と労働者の勤労意欲を引き出す誘因装置として作用する側面とを合わせもつ。効率賃金理論の教えるところでは、賃金が生産関数の中に組み入れられ、賃金を引き上げると努力の向上を通じて効率単位で測定された労働投入量は増加する。こうして、賃金は労働者の怠けを減らし、利潤を高める有効な手段となりうるのである。

本稿では、階層モデルと効率賃金理論を合わせたモデルにおいて賃金構造の様相についていくつかの解釈を求める。特定の仮定をおくと階層上位の賃金は下位の賃金より高いことが説明される。以前の私の研究では、階層数を増やそうとする動機について、Calvo and Wellisz の予測が必ずしも実現するとは限らないことを示した。そこでのモデルと基本的に同じモデルを使い、賃金構造の検討を行う。ただし、本稿のモデルは Quian (1994) のモデルの単純版である。本稿の構成は次の通りである。1 節では、賃金が労働者の勤労意欲を引き出す道具となる可能性について Shapiro and Stiglitz (1984) に基づいて考察する。2 節では、Quian モデルを紹介し、その後で、本稿のモデルを提示する。3 節では、簡単な関数を例にとってモデルの含意を考える。最後の節では今後の展開について述べる。

## 1. 効率賃金論：ごまかしモデル<sup>1)</sup>

この節では、Shapiro and Stiglitz のアイデアの基本となる考えを用いて、賃金と労働者の勤労意欲との間の関係を検討しよう。

労働者が怠けることを前提として、労働市場が完全競争であるとする。これは現在の広く経済に行き渡っている賃金で、労働者は即座に雇用されるということを意味する。仮に労働者が怠けているのを雇い主もしくは監督に見つかって、解雇されたとしても、完全競争の考え方から、彼

1) 効率賃金理論についての展望論文は Katz (1984), Akerlof and Yellen (1986) がある。ごまかしモデルについては他に Bowles (1985) が興味深い。

## 階層における効率賃金（舟場）

はすぐに次の雇用先を見つけることができる。そこで、ある企業が労働者の怠けを防ぐために賃金を市場清算水準よりもわずかに高く引き上げたとする。このとき、労働者は、現在の企業を解雇されることは現在受け取っている賃金レントを失うことになるので、怠けて解雇されることのないように努める。

もしどの企業もこのような賃金引き上げ行動にでるとすると、結局すべての企業が同じ賃金を支払うことになる。すべての企業が同一賃金を支払うという点では完全競争状態と差異はないが、この同一賃金は市場清算レベルを上回るものであり、労働者は怠けて解雇される時、数量制約に当面して即座に次の雇用を見つけるわけにはいかず、失業を経験するというリスクを負わねばならない。こうして、企業は監視費用を負担して労働者を怠けさせないようにしておくよりも、賃金を引き上げることにより労働者の勤労意欲を高めることの方が安価な場合、賃金を引き上げるであろう。

## 2. 階層モデル

### A. Qian モデル

Qian モデルでは、資本と技術水準を一定として、階層数、コントロールの範囲（Span of Control, 部下/上司比率）及び賃金構造を同時に決めようとする。モデルの構造は次の通りである。資本ストックを  $K$  とする。すべての雇用者にとって上司が一人いる。階層  $t$  の雇用者数を  $x_t$  とする。 $t=0$  を企業の所有者もしくは社長と考えて  $x_0=1$ 。階層  $t-1$  と階層  $t$  において、 $t-1$  が  $t$  よりも上位であり、階層  $t-1$  の雇用者一人（上司）につき階層  $t$  の雇用者  $s_t$ （部下）が属することになる。ここで  $s_t$  をコントロールの範囲と呼び、任意の  $t$  について一定であると仮定される。すなわち、 $x_t = x_{t-1} s_t$ 。この組織は生産物の総収入から賃金費用を除いた資本収入を最大にするよう行動する。次に、雇用者は効用  $W - g(a)$  を最大にするかと仮定する。ここで  $W$  は賃金、 $a$  は努力、 $g(\cdot)$  は努力の不効用を表す。組織も雇用者も危険中立的である。

最終生産物の生産に直接携わるのは最下層の雇用者だけであるとする。生産関数が最下層の雇用者と資本ストックについてレオンチェフの固定係数になっているとする。つまり、所与の資本ストック  $K$  に対して、労働需要はその賃金に関わらず  $N = K/k$  で与えられる。ここで  $k$  は資本/労働比率（一定）である。では、最下層以外の雇用者が何を生産するか。ここでは、「経営上の有効性」（Managerial Effectiveness）と呼ばれる中間生産物が彼らによって生産されるとする。この中間生産物は階層  $t$  での中間生産物もしくは最終生産物の生産にあたり投入要素として用いられる。もう一つの投入要素として、雇用者の努力を考える。階層  $t$  の雇用者の努力を  $a_t$ （一定）で表す。すると、階層  $t$  での生産量は

$$y_t = F_t(y_{t-1}, a_t) = x_{t-1} a_t \quad (0 \leq a_t \leq 1)$$

で表されることになる。ここで  $F_t(\cdot, \cdot)$  は生産関数である。ただし、初期投入  $y_0 = 1$ 。従って、 $y_t = a_t a_{t-1} \cdots a_1$ 。さらに、 $y_T = 1$  のとき最下層の雇用者一人当たりの産出が  $\theta > 0$  であると

すると、この組織における総産出は  $\theta N y_t$  となる。

Qian モデルは、Calvo-Wellisz モデルをもとにして、雇用者の監視を組み込んでいる。ここでは、上司が部下の努力を直接監視するとき、時間のみが必要とされ、部下を観察するときに彼の努力は正確に把握され、そうしないときにはまったくわからないと仮定する。さらに、この一回の監視で観察されるのは雇用者一人であり、そこから部下が観察される確率  $P$  は  $1/s$  になる。

この発見確率を用いて、雇用者が必ず  $a^*$  という組織の望む努力水準を発揮する賃金を見つける。誘因両立性 (Incentive Compatibility) を満たすために、 $a^*$  の努力で雇用者が働いた場合の効用が  $a^*$  を下回る努力で働いた場合の期待効用を上回るように賃金が決まる。すなわち、

$$W - g(a^*) \geq p \cdot 0 + (1-p) \cdot W - g(a) \quad \text{for all } a < a^*$$

したがって、効率賃金は  $W = g(a^*)p$ 。  $p = 1/s$  のとき、  $W_t = g(a_t)s_t$ 。

以上の構成要素を考慮して、組織の最適化問題は

$$\max_{s_t, a_t} \theta N y_t - \sum_1^T \{g(a_t)s_t x_t\}$$

$$s. t. \quad x_t = x_{t-1}s_t \quad y_t = y_{t-1}a_t \quad x_0 = 1 \quad x_T = N \quad y_0 = 1$$

ということになる。  $T$  はこの組織の最下層の番号であり、すなわち所有者/社長を含めこの企業には  $T+1$  の階層が存在する。雇用者だけでみると階層数は  $T$  層である。本来ならば上記の離散的な最適問題を解くのであるが、その解決はきわめてむずかしく解を求められない場合もある。そこで、

$$x_t = x_{t-1}s_t = s_t s_{t-1} \cdots s_1 x_0$$

$$y_t = y_{t-1}a_t = a_t a_{t-1} \cdots a_0$$

を利用して離散モデルを連続モデルに変換する。すると、組織の最適化問題は

$$\max_{s_t, a_t} \theta N y_t - \int_0^T \{g(a_t)s_t x_t\} dt$$

$$s. t. \quad \dot{x}_t = x_t \log s_t \quad \dot{y}_t = y_t \log a_t \quad x_0 = 1 \quad x_T = N \quad y_0 = 1$$

となる。この問題を最適制御の解法を用いて解くことになる。

Qian モデルのもつ含意は

- ① 全雇用者が同質の最適階層において、最上位から最下位にみていくと、賃金水準と努力水準はともに低下する。
- ② 階層数の増加につれて最上位の雇用者の限界生産力が上昇するために彼らの努力水準と賃金水準はともに上昇するものの、最下位の雇用者の限界生産力が低下するために彼らの努力水準と賃金水準はともに低下する。

ということである。3節の単純モデルでは①の内容と同様の結果を得ている。

**B. 単純モデル**

私は Qian モデルに基づいて、努力関数を明示的に導入した単純モデルをつくる。初めに、組織の最適化問題を記しておく、

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \max_{\substack{W_1, \dots, W_T \\ M_1, \dots, M_T}} \Pi = & [ \{1 - \alpha_0(W_1)\} e_1(W_1, M_1/\alpha_0(W_1)) M_1 ] \theta_1 \\
 & \times [ \{1 - \alpha_1(W_2)\} e_2(W_2, M_2/\alpha_1(W_2)) M_2 ] \theta_2 \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \times [ \{1 - \alpha_{T-1}(W_T)\} e_T(W_T, M_T/\alpha_{T-1}(W_T)) M_T ] \theta_T \\
 & - (W_1 M_1 + W_2 M_2 + \dots + W_T M_T)
 \end{aligned}$$

となる。ここでは、Qian モデルと違って、階層数  $T$  は所与として、組織は資本からの収益を最大にするように各階層の賃金  $W_t (t=1, \dots, T)$  と雇用量  $M_t (t=1, \dots, T)$  を決定する。階層は上位から  $1, \dots, T$  と番号をつけられており、 $T$  が最下層を表し、階層  $T$  の雇用者が直接生産を行う。管理層の最上位は階層  $1$  でその上に所有者／社長がいる。階層  $T-1$  が管理層の中で最下位に位置する。

利潤関数の記法にふれながら、モデルの構成要素を説明する。生産物価格は  $1$  に基準化されており、第  $1$  項の  $T$  個の積が収入かつ生産関数を表す。各雇用者は一定の労働時間で働くとする。そしてそのうちの一部は部下の監視にあてられ、残りの時間は中間投入要素の生産にあてられる。階層  $t-1$  にいる上司が階層  $t$  にいる部下の努力を監視する<sup>2)</sup> ためにあてる時間の割合が  $\alpha_{t-1}(W_t)$  で決するとする。これは階層  $t-1$  の雇用者の監視に費やされる時間が階層  $t$  の賃金に依存することを意味する。1 節のごまかしモデルの含意から、階層  $t$  の雇用者の賃金が低い場合、彼らは賃金が高い場合に比べ怠けようとするために、上司は監視を強化しなければならない。これは  $d\alpha_{t-1}/dW_t < 0$  を意味する。こうして  $1 - \alpha_{t-1}(W)$  は階層  $t-1$  の雇用者が中間生産物の生産に費やすことのできる時間の割合を表す。そしてこの時間は中間生産物の量と正の関係をもつと仮定する。

つぎに  $e_t(W_t, M_t/\alpha_{t-1}(W_t)M_{t-1})$  は努力関数である。先の議論でわかるように、賃金を引き上げると努力水準は高くなる。第  $2$  の変数は上司一人当たりの部下の数であり、Qian モデルのコントロールの範囲の逆数になっている。この変数が上昇することは上司一人当たりの部下の数が増し、部下が監視される確率の低下を通じて、部下の努力水準が低下することを意味する。このような努力関数を前提とすると、賃金引き上げの直接効果は努力水準の増加であり、間接効果は上司が監視にあてる時間の引き下げによる、監視される確率の低下を通じた部下の努力水準の低下である。ここでは賃金の直接効果が間接効果を上回り、 $\partial e_t / \partial W_t > 0$  と仮定する。

この二つの積と労働投入量の積によって階層  $t$  の要素投入量が決まる。 $1 - \alpha_{t-1}(W_t)$  は階層  $t$

2) 階層  $t$  の雇用者は階層  $t-1$  の雇用者に監視され、階層  $t+1$  の雇用者を監視する ( $t=0, \dots, T$ )。

における中間投入要素であり、 $e_t(W_t, M_t/\alpha_{t-1}(W_t)M_{t-1})M_t$  は効率単位で測定された労働投入量である。

次節では、このモデルにもとづいて関数  $\alpha_t$  と関数  $e_t$  に具体的な関数例をあてはめ、Qian の含意①について考察する。

### 3. 例 題

ここでは、(1)式に具体的な関数を代入して最適化問題を解くことにする。まず、簡単化のために関数  $\alpha$  と関数  $e$  がすべての  $t$  について同一であるとする。 $\alpha = a - W^\alpha$  ( $0 < a, \alpha < 1$ )。ここで  $a$  は最小限必要な中間投入量を確保するための労働時間  $1 - a$  を決めるパラメーターである。

ついで努力関数は  $e = W^\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) であるとする。この例ではコントロールの範囲を努力関数の中にいれない。最後に  $T=2$  の場合に限る。というのは、このような関数を用いることによって  $T$  を増やしても新しい情報は何も得られないからである。

この例において組織の最適問題は

$$(2) \max_{W_M, W_L, M, L} [ \{1 - (a - W_M^\alpha)\} W_M^\beta M ]^{\theta_1} [ \{1 - (a - W_L^\alpha)\} W_L^\beta L ]^{\theta_2} - (W_M M + W_L L)$$

ここで  $M$  = 管理者の雇用量,  $L$  = 生産労働者の雇用量,  $W_M$  = 管理者の賃金,  $W_L$  = 労働者の賃金, である。(2)の一次条件<sup>3)</sup> から賃金について

$$(3) W_M = W_L = \{ (1 - \alpha)(1 - a) / (\alpha + \beta - 1) \}^{1/\alpha}$$

が成り立つ<sup>4)</sup>。

(3)式において  $a$  の下落,  $\alpha$  の下落, および  $\beta$  の下落は賃金を上昇させる。 $a$  の下落は監視技術の向上により, 中間生産物の生産に振り向ける時間の割合の上昇を意味する。それは賃金の上昇を意味する。 $\alpha$  の下落は  $a$  の下落と同様監視技術の向上を表している。 $\alpha$  が小さくなると賃金のわずかな引き上げにより中間生産物の生産に振り向ける時間の割合を増やすことができる。最後に  $\beta$  の下落は賃金引き上げの努力に対する効果が大きくなることを意味し, これは賃金上昇をもたらす。

ここで、この例の設定を少し変えて階層があがるにつれて  $a, \alpha$ , および  $\beta$  の値が変わるとすると、階層間に賃金格差が生じる。そして、もし階層が高くなるにつれて  $a, \alpha$ , および  $\beta$  が下落するならば<sup>5)</sup>, 階層があがるにつれて賃金が増える。これは、階層の上昇につれて、努力水

3)  $W_M: \theta_1 q_1^{\theta_1 - 1} \alpha W_M^{\alpha + \beta - 1} q_2^{\theta_2} + \theta_1 q_1^{\theta_1 - 1} \beta (1 - a + W_M^\alpha) W_M^{\beta - 1} q_2^{\theta_2} - 1 = 0$

$M: \theta_1 q_1^{\theta_1 - 1} (1 - a + W_M^\alpha) W_M^\beta q_2^{\theta_2} - W_M = 0$

$W_L: \theta_2 q_1^{\theta_1} \alpha W_L^{\alpha + \beta - 1} q_2^{\theta_2 - 1} + \theta_2 q_1^{\theta_1} \beta (1 - a + W_L^\alpha) W_L^{\beta - 1} q_2^{\theta_2 - 1} - 1 = 0$

$L: \theta_2 q_1^{\theta_1} (1 - a + W_L^\alpha) W_L^\beta q_2^{\theta_2 - 1} - W_L = 0$

ここで、 $q_1 = [ \{1 - (a - W_M^\alpha)\} W_M^\beta M ]^{\theta_1}$   $q_2 = [ \{1 - (a - W_L^\alpha)\} W_L^\beta L ]^{\theta_2}$

4) 労働供給がバインディングにならないと仮定する。

5) たとえば、階層が高いほど、監視技術が良くなるとか、より勤勉なものが昇進しているとかによる。

準の上昇が賃金の上昇と関係することを含意する。

#### 4. ま と め

本稿では、階層モデルとごまかしモデルを折衷した Qian モデルにもとづき、一定の階層数の下での賃金と努力の関係を研究した。本来なら Qian モデルのように階層数も内生変数にすべきであろうが、このとき整数解の制約の扱いが問題となる。Qian の連続モデルでは整数解の問題は無視して分析が進められている。Bolton and Dewatripont (1994) は整数解の問題を考慮しながら階層を形成する場合を検討している。この方向での研究は興味深い拡張の一つであると考えられる。

階層ということは監視だけでなく、人的投資や分業の側面も重要な考察対象とする。勤続にしたがって階層をあがっていくという制度がフラットな組織に比べどのような点で決定的に有利なのかを考えることは重要な応用である。最近、階層の低層化やフラット化への移行を進める組織を散見するが、そのような組織と階層型を守る組織との差異はどこにあるかということも含め、賃金構造を研究するために階層および内部市場の研究は意義深いと考える。

#### 参 照 文 献

- Akerlof, G., and J. Yellen, *Efficiency Wage Models of the Labor Market*. Cambridge University Press, 1986.
- Bolton, P., and M. Dewatripont, "The Firm as a Communication Network." *Quarterly Journal of Economics*, 1994, 109, 809-839.
- Bowles, S., "The Production Process in a Competitive Economy: Walrasian, Neo-Hobbesian, and Marxian Models." *American Economic Review*, 1985, 75, 16-36.
- Calvo, G., and S. Wellisz, "Supervision, Loss of Control, and the Optimum Size of the Firm". *Journal of Political Economy*, 1978, 86, 943-952.
- Katz, L., "Efficiency Wage Theories: A Partial Evaluation." in S. Fischer, ed, *NBER Macroeconomics Annual 1986*, MIT Press, 1986.
- Shapiro, C., and J. E. Stiglitz, "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device." *American Economic Review*, 1984, 74, 433-444.
- Qian, Y., "Incentives and Loss of Control in an Optimal Hierarchy." *Review of Economic Studies*, 1994, 61, 527-544.
- Williamson, O., "Hierarchical Control and Optimum Firm Size." *Journal of Political Economy*, 1967, 75, 123-138.