

平均株価・経済データの実証的カオス分析

岩田 年浩 大石 太郎

要 旨

ランダムに見える株価や経済データの変動に対する予測の可能性は、長く研究者の関心事であったが、それを分析する有効な手段は存在しなかった。ランダムな変動においては要素間の複雑な相互作用が関係しており、従来の回帰分析という近似では妥当し難い。近年、カオス研究の重要性については、自然科学や社会科学という枠組みを超えて議論がなされている。この新しい見解は、株価や経済データの分析においても新たな予測の可能性につながるものであるといえよう。

本研究では、数値データそのものを定性的に分析する実証的カオス分析という新しい手法を用いて、株価や経済データの持つ独特の性質を抽出し、それが示す規則性から予測の可能性について検証した。

A Positive Chaos Analysis for Average Stock Price and Economic Data

Toshihiro IWATA*, Taro OISHI**

Abstract

We would like to determine the behavior and rules underlying the fluctuations of random data, in order to forecast them more accurately. Such fluctuations may be measured through positive chaos analysis of the circulatory changes in business cycles from a new angle of view. This approach means a combination of the social sciences and natural science.

* 関西大学総合情報学部教授

** 関西大学大学院総合情報学研究科博士前期課程在学中

1. はじめに

経済学において理論と現実社会のギャップを埋めるためには、より実証的なアプローチが必要である。経済社会に対して実証的分析を行う際、経済社会の複雑さゆえに、単純な決定論的回帰分析は妥当しない場合が多い。

我々が実証的経済分析として為すべきことは、経済社会全体を複雑系として捉え個々の要素間のネットワーク的つながりとそれらが生み出す全体的性質、そしてその裏側に存在する規則性についての研究に他ならない。この論文では、従来の決定論としての回帰分析ではなく、実証的カオスという視点から分析する。そしてこのような実証的カオス分析は、対象が回帰分析に当てはまらないほど威力を発揮するという特徴をもっている。

ここでは実証的カオス分析としてスペクトル分析、音の分析、ジップの法則を用いた分析、移動勾配法を用いた分析を紹介し、実際に経済データに対して分析を行う。これらの分析を介することにより、今まで複雑で手のつけられなかった経済変動の予測が可能となる。つまりこれは経済学におけるパラダイム・シフトを意味する。なおここで明らかにするグラフの全てはオリジナルに作成されたものである。また、扱うデータは株価を含む不規則で複雑な経済データである。

以下に実証的カオス分析を用いた予測までのプロセスを図式化したものを示す(図1)。

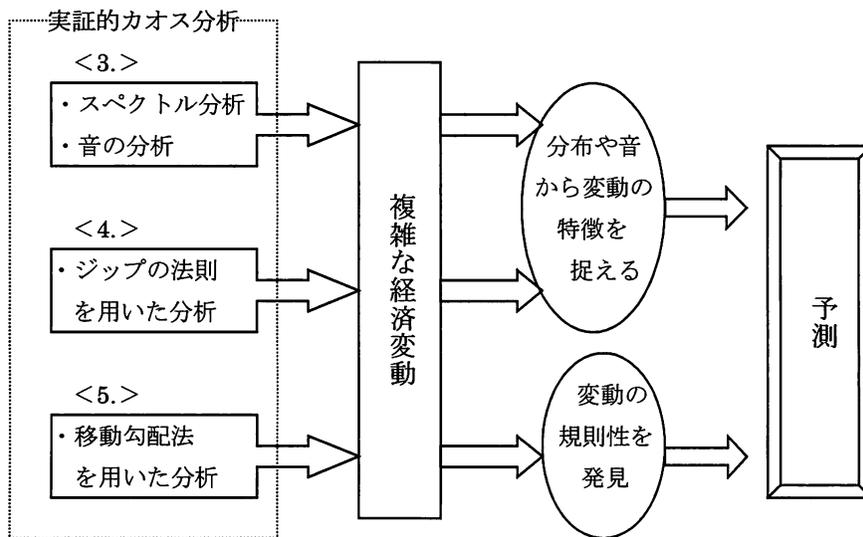


図1 実証的カオス分析における予測に至るまでのプロセス

以下に各章における分析の要点と目的を示しておく。

1. カオス分析と経済

ロジスティック曲線を用いて重要な概念となるカオスの簡単な説明を行う。さらに約53年間の日経平均株価(日足)の時系列データを用いてそのフラクタル性について考察する。後に扱

う $1/f$ ゆらぎ、頻度のべき分布は、それぞれ時間に関するフラクタル性、規模と順位に関するフラクタル性のことであり、本研究ではフラクタルの概念を実証的に示すことになる。

2. 経済変動のゆらぎと音

ここではパワースペクトル図から、経済指標の時系列データのフラクタル性を定量的に分析する。それは時系列データをフーリエ変換しそれぞれを周波数とパワーに分解し、ゆらぎのグラフを作成することにより行なわれる。さらに時系列データを音声に変換し、大きさ、高低、音色などその特徴から株価の傾向を見つける。

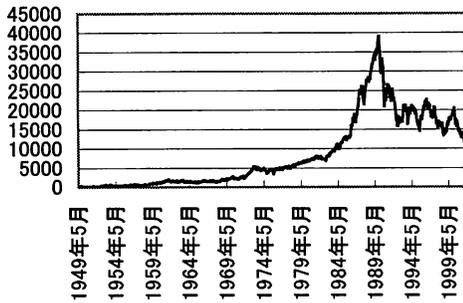
3. 経済変動とジップの法則

さまざまな自然現象・社会現象において、その分布に関する法則性が見出されている。このような法則性の発生メカニズムは完全には解明されていないが、さまざまな要素による相互作用の結果現れてくるものである。この章では株価・経済データの変動の大きさとその変動がおこる頻度の分布から、経済指標のフラクタル性を分析する。その特徴から、経済変動のさまざまな特性が明らかとなる。

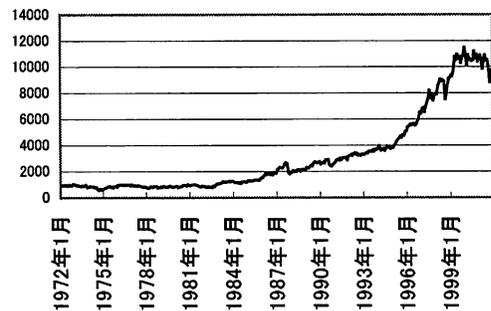
4. 投機的市場の中にある規則性

アメリカの株価指数である NY ダウ（月足）の時系列データの 5 項移動勾配を 3 回繰り返して取ると規則性が現れる^[10]。本研究では、同様の移動勾配法により日経平均株価についても同じ規則性が見られるかを検証する。ここで行なわれていることは、カオスの重要な特徴である「不規則に見える変動の裏側にある規則性」を引き出していると言えよう。

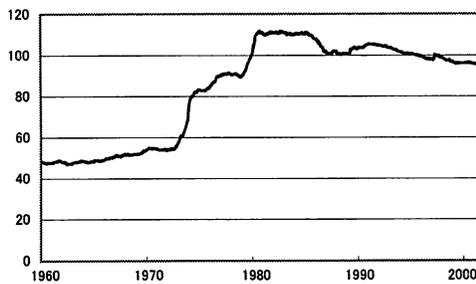
以下に本研究で用いられる経済指標の時系列波形を示す（図 2）。



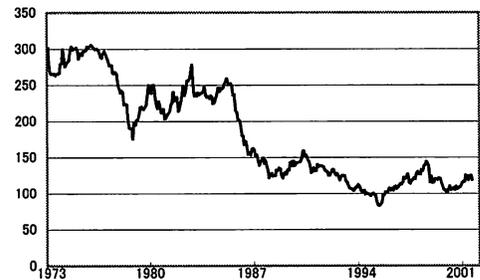
日経平均株価 (単位：円)



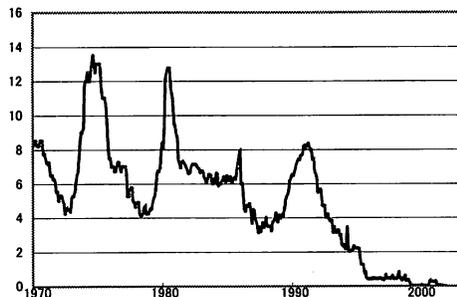
NYダウ (単位：ドル)



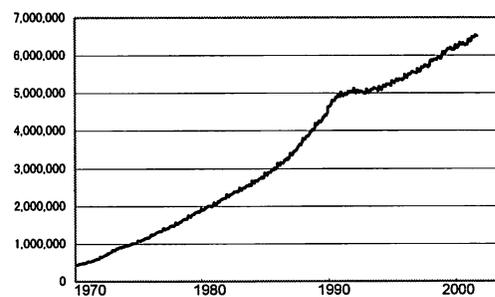
国内卸売物価指数 (平成7年平均=100)



対ドル円レート (単位：円)



コールレート (単位：%)



マネーサプライ (単位：億円)

図2 本研究で用いられる経済指標の時系列波形

2. カオス分析と経済

複雑系を研究する上で重要な概念が決定論的カオスである。決定論的カオスとは、表面的には不規則性・不安定性を持ちながらも、その奥に規則性を示す運動のことである。カオス的な運動をするものは、始めの観測値の誤差が計算を進めるごとに結果が何倍にも何10倍にも指数関数的に拡大する構造になっている。そしてカオス的な現象は多くの場合フラクタルと呼ばれる自己相

似性を示す。ここではカオスの動的（力学的）特徴としての軌道不安定性と経済予測の関わりについて、そして静的（幾何学的）特徴としてのフラクタルと経済分析について簡単に説明する。

2.1 カオスについて

1970年代に数理生態学者のロバート・メイは、簡単な反復のプログラムで非常に複雑な振る舞いが生じることを発見した。そこでとりあげられた式は、ある生物の親の世代の個体数と子の世代の個体数の関係を表した次のような式である。

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n).$$

X_n と X_{n+1} はそれぞれ n 世代と $n+1$ 世代の個体数を表しており、 a はパラメータである。 n 世代の個体数 X_n がわかればこの式から $n+1$ 世代の個体数 X_{n+1} が算出できることになる。この式はロジスティック方程式を差分化したものでロジスティック写像と呼ばれ世代の重ならない生物の個体数変化を表すものとして知られている。縦軸に世代、横軸に個体数を取り、 $a=4$ 、初期値 $X_1=0.2$ として100世代目まで表示させたものが図3である。さらに $a=4$ はそのまま初期値0.2に0.000001を加えて0.200001にしたものを同時プロットしている。16世代目ごろまでは2つのグラフは重なっているが、その後は大きくずれ始める。100万分の1の初期値の変化が増幅されて結果に大きな影響を与えてしまうことがわかる。

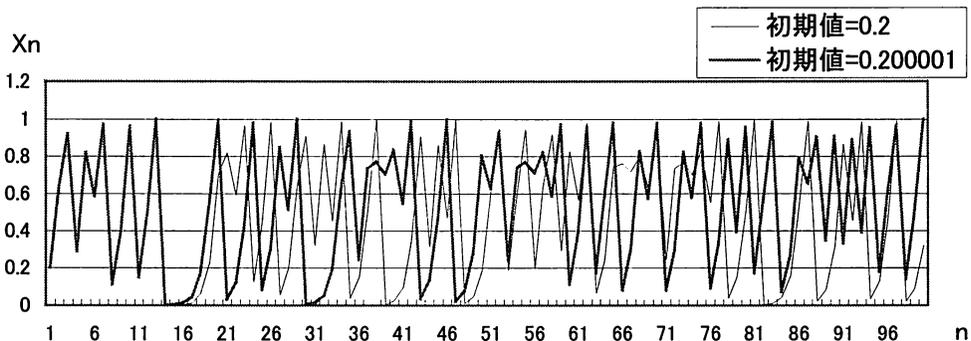


図3 ロジスティック写像の時系列グラフ ($a=4$)

次に、横軸に X_n 、縦軸に X_{n+1} として描いたグラフをポアンカレプロットという。図3をポアンカレプロット化したものが図4である。

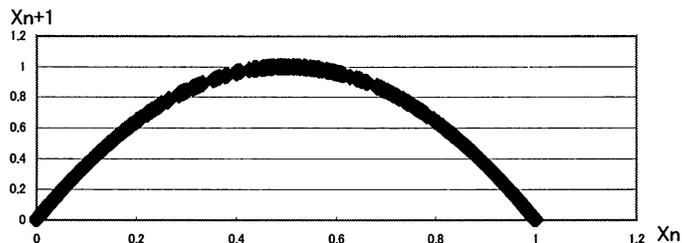


図4 ロジスティック写像のポアンカレプロット ($a=4$ 、初期値=0.2)

この図を見てわかる事は不規則に見える振る舞いの中にも見方を変えると規則的なものがあるということである。つまり基本的なカオスの特徴として次の2つがあげられる。

- ① 始めの観測値の誤差（初期値の違い）が計算を進めるごとに結果が何倍にも何十倍にも拡大する構造になっている（図3参照）。
- ② 不規則に見える条件付の運動である（図4参照）。

経済を決定論的カオスと捉えると、その力学系が明らかになれば長期予測は不可能であっても短期予測は可能であることになる。実際の経済データにおいては、その変動の原因となり相互に関係する要素が多く存在するので、力学系を完全に明らかにすることは困難であると考えられる。しかし図4のような規則性がある程度明らかになれば、より精度の高い予測を行うことは十分可能であろう⁽¹⁾。

さてこのような決定論的非線形予測と呼ばれる手法による予測では、対象となるシステムの解析とその構造理解からシステムのモデルを構築し予測を試みる。システムの解析としては、通常は時系列データの埋め込み⁽²⁾という手法が用いられアトラクタ⁽³⁾の分析がなされることが多いが、本研究の5. では予測に用いるモデルの対象をアトラクタに求めるのではなく、移動勾配法により株価の変動と移動勾配における規則性を用いて予測を行う。これは経済変動の予測のための新しい手法の可能性を示すものである。

2.2 フラクタルについて

カオスの中で、もうひとつの重要な特徴がフラクタルである。フラクタルとは自己相似性のことであり、簡単に言えば自分の中に自分と同じものを持つ構造のことである。なぜフラクタルが重要な概念になるかといえば、カオス運動をするものがその中にフラクタル構造をもつということが見出されてきたからである。我々が住む自然や社会という空間では、実際にはその構造は完全な直線や円といったものは少ないが、我々は今まで直線や円といったなめらかなものに理想化して対象の形を捉えてきた。しかし、カオス理論の中では小さな変動も結果に大きな影響を及ぼすため、そのような細かい部分を省いた理想化は意味をなさない。よって全体的特徴を余さず捉える必要がある。それゆえ株価や経済データの変動を見るときに回帰直線で理想化するよりも、株価の変動をフラクタルとして捉える方が本質を捉えられる。

次の図5、図6のそれぞれ3つのグラフは日経平均株価がフラクタル性を持っていることを示す図である。図には、日経平均株価1949/5/16～2002/4/12までの53年間の日足データを用いた。また図5は上昇局面、図6は下降局面におけるフラクタル性を取り出したものである。

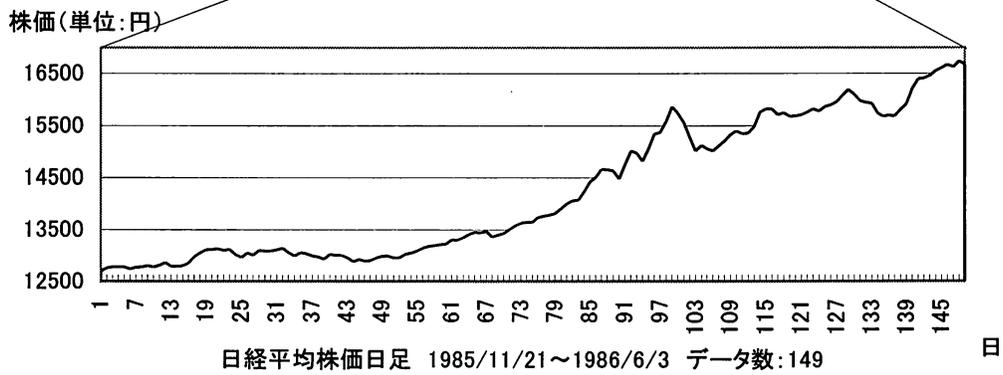
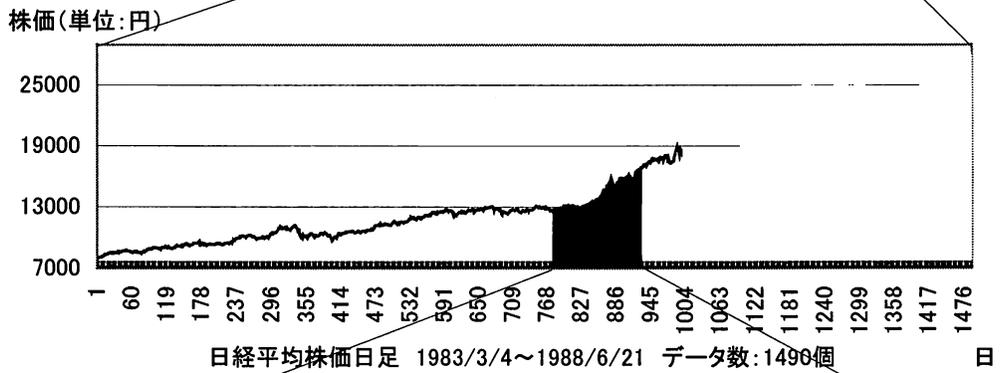
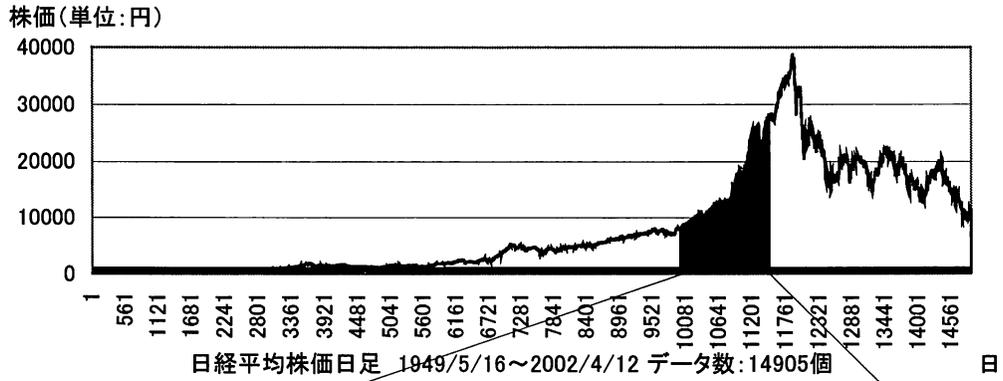


図5 日経平均株価の上昇局面におけるフラクタル性

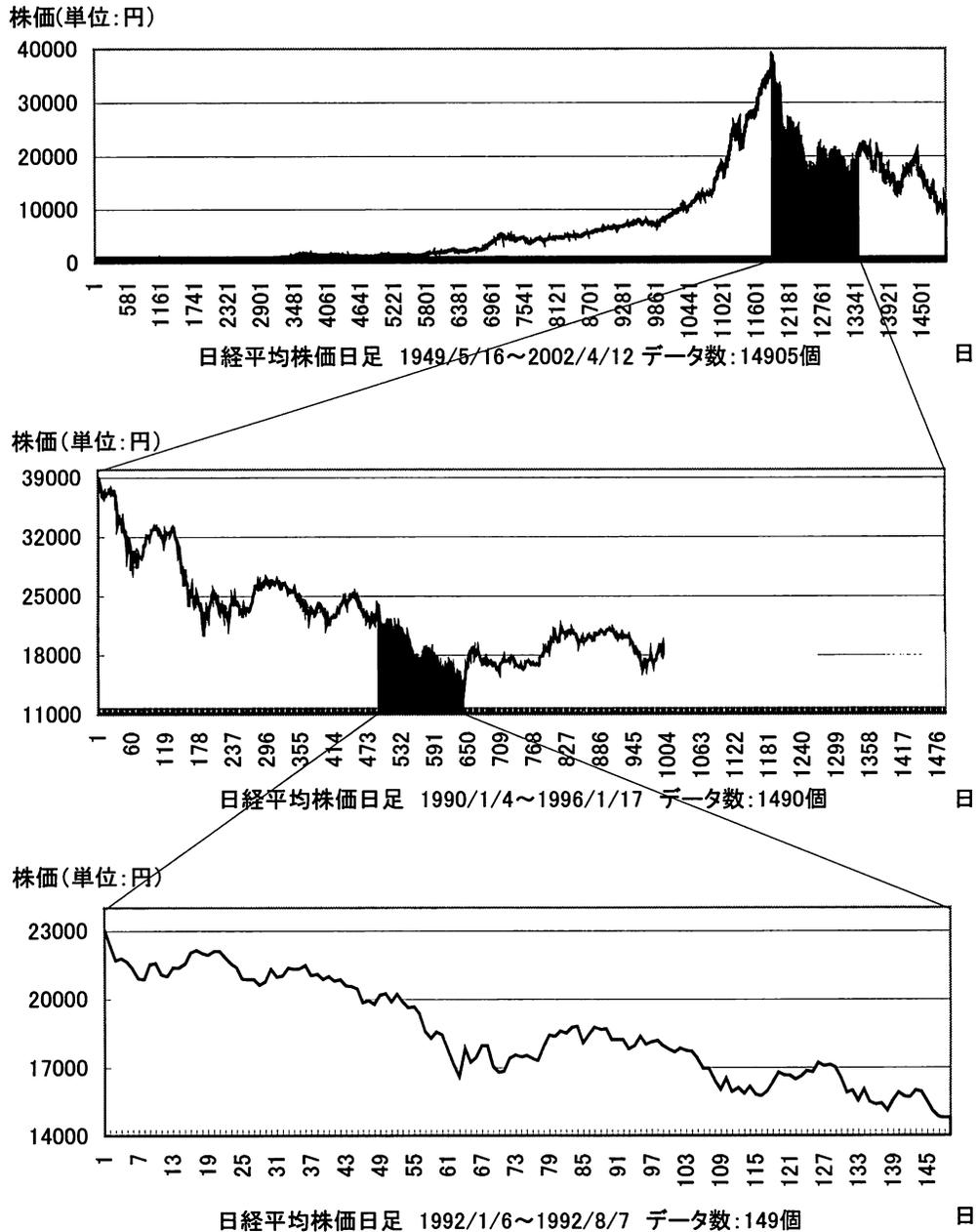


図6 下降局面における日経平均株価のフラクタル性

それぞれ、上段が日経平均株価53年間の14905日分の日足データをグラフ化したものであり、中段は上段の黒く塗りつぶされた期間を拡大したものであり、下段は中段の黒く塗りつぶされた期間を拡大したものである。中段は1490日分のデータ、下段は149日分のデータでそれぞれ時間

スケールが 1/10 ずつ縮小されているが、変動の性質がどのスケールでも同じように見える。このことから日経平均株価はフラクタル性をもつと考えられる。ここでいうフラクタル性とは全く同じ形をしているということではなく、統計的な相似性のことである。下段のデータも株価の変化を 1 日単位ではなく、1 時間あるいは 1 分としてさらに小さいタイムスケールで見たとしても、同じような図形であると予想される。

また日経平均株価がフラクタル性を持つと考えると、バブルの形成と崩壊は 53 年間というスケールでは異常事態であったと考えることができる。53 年間（上段）というスケールで見たとき、そのバブル部分の変動があまりに目立っているからである。つまりバブルがフラクタルとしてなじむスケールが 100 年、あるいは 200 年といったもっと大きなスケールではないかと考える事ができるだろう。またここでは省略するが、NY ダウ日足についても 1/10 スケールで同じように見ると、自己相似な図形が出来上がった。このような株価データに見られるフラクタル性は、株価の変動の裏にあるメカニズムのカオス性を示唆しているといえよう。

しかし、変動の波形の縮図からフラクタル性を持っていそうだななどという抽象的な議論ではなく、以下のような方法でこれを定量的に表し 3. 以降で分析する。

フラクタル性は時系列波形において、その変動の大きさにおける頻度の分布、周波数におけるパワーの分布の中にも現れてくることがある。そして分布として捉えることで、そのフラクタル性を定量的に捉えることができる。フラクタル的な分布とは、例えば頻度を Y 、大きさを X とすると

$$Y = C/X^D$$

で表される。

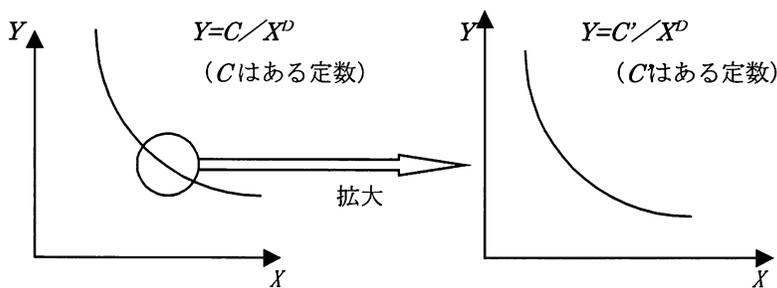


図7 フラクタル的な分布

図7 ([9]を参考に作成)において、右側の図は、左側の図の丸で囲まれた部分を拡大したものである。観測のスケールを変えても、分布の形が前と同じ形状になっていることがわかる。例えば $D=2$ とすると、変動の大きさが 1 であるものに比べて、変動の大きさが 10 であるもの数は 100 分の 1 になるだろう。同じように変動の大きさが 10 であるものに比べて、変動の大きさが 100 のものは、またその 100 分の 1 しかない。それゆえグラフの縮尺を変えてみても、その分

布状況は元の形と非常によく似たものになる。よって分布の形が自己相似であるといえる。自己相似性を考えるときには、 D の値が重要である。 D の値はフラクタル次元と呼ばれ、分布のフラクタル性を定量的に表している。また縦軸と横軸をいずれも対数目盛りにすると、べき乗則分布のグラフは右下がりの直線状になる。

3.と4.では、図2で紹介したさまざまな経済データの波形について、周波数におけるパワーの分布、そしてその変動の大きさにおける頻度の分布という二つの視点から統計的に分析する。これにより、経済データの時系列波動のフラクタル性を定量的に表すことが可能である。

3. 経済変動のゆらぎと音

この章では、周波数におけるパワーの分布という面から、経済データの変動のフラクタル性について分析する。複雑な波を周波数とその周波数ごとのパワーに分解し分析することをスペクトル解析と呼ぶ。太陽光線は、様々な周波数の電磁波によって構成されているが、その太陽光線が雨上がりの大気中にある水滴により各周波数に分解されたものが虹であり、周波数の違いは人には色の違いとなって認識される。このような波の分解を人口的に行い分析するのが、スペクトル分析である。

つまり、株価や経済データでいえば、スペクトル分析は時系列データを波として捉え分解して、その中にどのような周波数の波がどれだけの強さで含まれているかを分析するということになる。そして、ここではそれがどのような分布状況になっているかを考察することが重要となる。一般に変化が不規則な様子をゆらぎ⁽⁴⁾と呼ぶ。そのような不規則なゆらぎの性質を分析するのにスペクトル分析は適していると言える。またさらに経済データを音 (Wave ファイル) に変換して耳から聞くことで変動の特徴を分析する。

なお、ゆらぎのグラフで周波数の単位は Hz、パワーの単位はそれぞれの単位で測った振幅の2乗と定義される。

3.1 スペクトル分析

3.1.1 スペクトル分析の方法

従来から明らかにされてきたように、複雑な変動を示す曲線 X_t は単純な \sin 波や \cos 波を合成したものであり、その周波数ごとの成分に分解することができる。フーリエ変換と呼ばれる次の手法で複雑な変動を分解する。

まず時系列変数 X_t が次のような式から生成されたものとする。

$$X_t = \mu + \sum_{j=1}^{[N/2]} \{A_j \cos(2\pi f_j t) + B_j \sin(2\pi f_j t)\}, \quad t=1, \dots, N.$$

ここで $[N/2]$ は、 $N/2$ に等しいか、それより小さい最も近い整数である。そして X_t が偶関数だけのときは \cos 波だけの式になり、奇関数だけのときは \sin 波だけの式になる。

振幅 A_j , B_j が確率変数で

$$E(A_j) = E(B_j) = 0,$$

$$E(A_j^2) = E(B_j^2) = \rho_j^2$$

と仮定した場合の ρ_j^2 を標準周波数 f_j のスペクトルと定義する。つまりスペクトルとは周波数ごとの波の強度を示す。合成される前のどの周波数 (frequency) の波の強度 (寄与している度合い) が強いかわかる。

こうして得られるスペクトル図は縦軸にパワースペクトル P (フーリエ変換の大きさの2乗) の対数をとったもの、横軸に周波数の対数をとった図である。スペクトル図においてはそのゆらぎの傾きによって、主に次の枠内に示す3つゆらぎが注目される。

- $1/f$ ゆらぎ... 生命体の各種の波動がそうであるように、強い持続力・生命力をもったゆらぎ。人の心地よいゆらぎ。人気のあるバラード、脳波のリズム、心臓の鼓動など。平衡状態から大きく動きがずれた時にも元の正しい動きに回復させる緩和現象を持っている。
- $1/f^0$ ゆらぎ... ラジオの雑音など。周波数について独立なパワースペクトルで不規則波動である。ホワイトノイズとも呼ばれる。
- $1/f^2$ ゆらぎ... ゆらぎ具合に規則性が強く直前の値に強く影響される。別名ブラウンノイズとよばれるもので、穏やかな波動である。

次の図8は、それぞれ3つのゆらぎのグラフにおける傾きを表したものである。

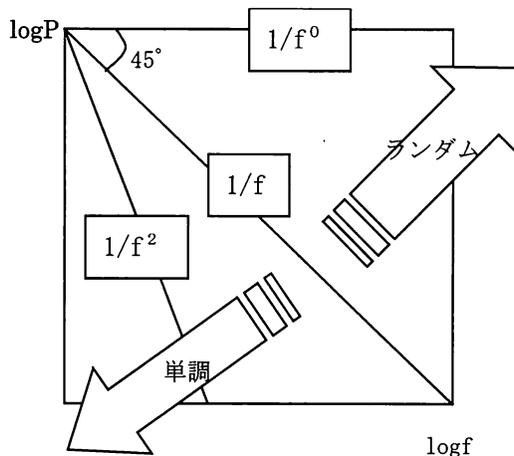


図8 スペクトル図で注目される3つのゆらぎの傾き

$1/f$ ゆらぎの f とは frequency の f であり、 $1/f$ はパワーと周波数が反比例の関係にあるという事を意味している。様々なゆらぎの中でも $1/f$ ゆらぎは自然界に多く存在するが、なぜそうなるのか原因がつかめていないという意味でも最も注目すべきものである^[13]。今回の研究では実際の変換の際、フーリエ変換ソフト「fft11」を用いた。またゆらぎのグラフを作成する際、技

術的な問題からデータ数は2の乗数であるという制約を受けるため、図2で紹介した時系列データをそのまま全て使うことはできない。そのため次に実際に示すゆらぎのグラフは、データの新しい方から256ヶ月としている。

3.1.2 経済データのスペクトル分析

日経平均株価の月足時系列データ(1980/12~2002/3)とNYダウの月足時系列データ(1980/12~2002/3)をフーリエ変換し、パワースペクトル図を描いたものが図9、図10である。周波数とそれに対応するパワーはすべて対数で表示している。実線はゆらぎの回帰直線、点線は $1/f$ ゆらぎの傾きを表している⁽⁵⁾。日経平均株価のグラフでゆらぎの回帰直線の傾きは -1.01 となっており、日経平均株価が $1/f$ ゆらぎに極めて近いことがわかる。日経平均株価が $1/f$ ゆらぎを持つということは、その変動が人にとって心地よい変化でありまたその変動が平衡状態からずれても回復する力を持つと考えられる。一方、NYダウのゆらぎにおいて回帰直線の傾きは -0.83 となっており、日経平均株価に比べ緩やかなものになっている。NYダウは高周波でのパワーが日経平均に比べて相対的に高いということであり、アメリカの株は短期での変化が日本よりも激しいということを表している⁽⁶⁾。株価の売買に関してアメリカ人が日本人に比べて短期的なリスク・リターンを好む(日本人は比較的保守的)という事がグラフに出ているといえるだろう。NYダウのゆらぎも高周波部分を除いて見ると $1/f$ にかなり近いゆらぎを持ち、株価指数が一般的に $1/f$ に近いゆらぎを持っているといえそうである。

次に物価の代表的な指数として卸売物価指数を用いゆらぎのグラフを作成した(図11)。卸売物価指数は図11のA点より高周波部分でランダムなホワイトノイズに近くなっている。A点は周波数が0.031になっているので、周期は約32ヶ月である⁽⁷⁾。つまり約3年以内の変化においては物価では周波数とパワーは無相関であり、全くランダムな動きであるといえる。

図12の対ドル円レートのグラフは、ゆらぎの回帰直線の傾きが -0.55 であり $1/f^{0.55}$ ゆらぎである⁽⁸⁾。これは $1/f^0$ ゆらぎと $1/f$ ゆらぎの間である $1/\sqrt{f}$ ゆらぎに近いといえる。しかしゆらぎそのものを見ると、周波数が最も低い値から 10^{-1} の手前ほどまでは $1/f^2$ ゆらぎに少し近く、それ以降は高周波になるにつれホワイトノイズに近づいている。これは長期的には少し規則的であるが短期的になればなるほどランダムな変化となるといえる。為替レートは一見して変動の性質が株価と似ているが、また違った特性をもっていることがわかる。

図13では金利動向としてコールレートをを用いゆらぎのグラフを作成した⁽⁹⁾。ゆらぎの回帰直線の傾きは -0.87 でかなり $1/f$ ゆらぎに近いものであった。金利は景気に大きく左右されやすいという意味でも、これは景気変動のゆらぎに近いと考えられる。

図14はマネーサプライのゆらぎのグラフであるが、B点に現れた比較的大きなピークは周波数0.25であり周期で言えば4ヶ月である。日本銀行が4ヶ月に一回ほどの周期で、マネタリーベースの調整をしていることがわかる。全体的なゆらぎの形状を見ると短期において、よりランダムになっていくことがわかる。

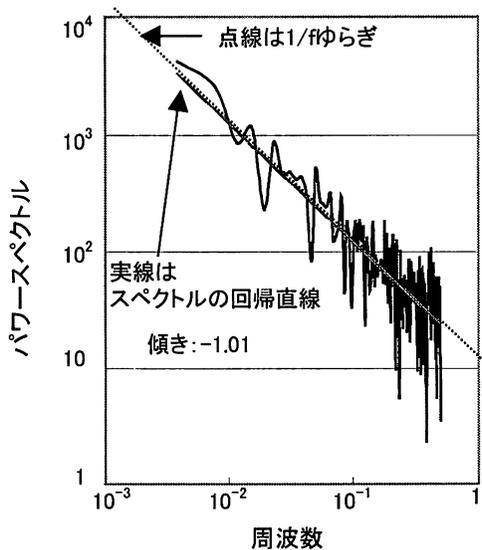


図9 日経平均株価 月足 (1980/12~2002/3)

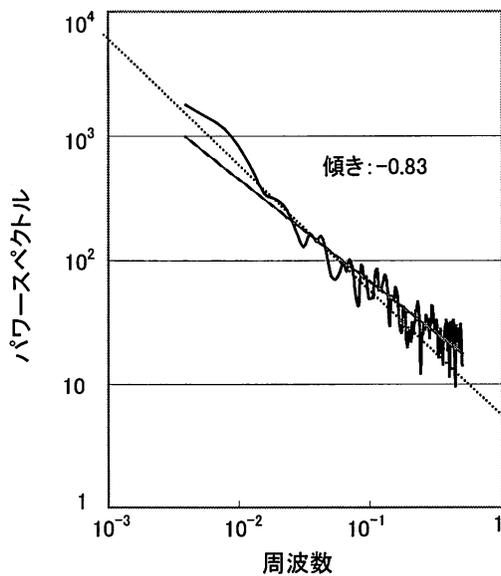


図10 NYダウ 月足 (1980/12~2002/3)

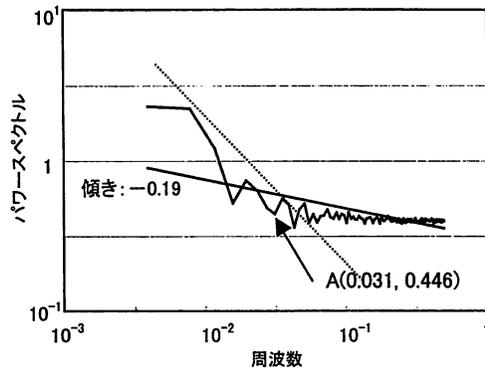


図11 卸売物価指数 月足 (1980/5~2001/8)

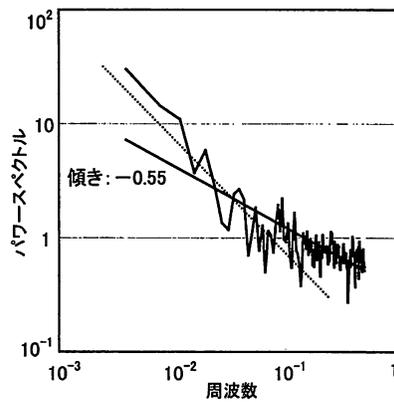


図12 対ドル円レート 月足 (1980/5~2001/8)

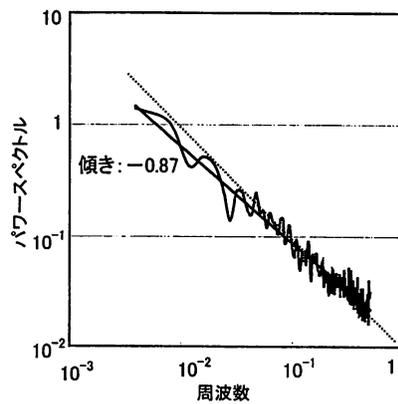


図13 コールレート 月足 (1980/5~2001/8)

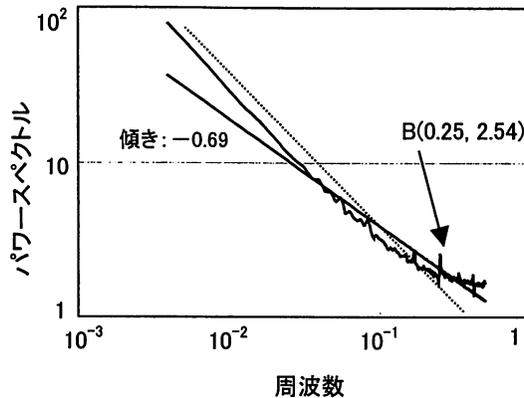


図14 マネーサプライ 月足 (1980/5~2001/8)

3.2 音の発生

スペクトル分析をさらに発展させて経済データの時系列から Wave 形式のファイルを作成し音を発生して、耳で聞く事によりその変動の特徴を分析することができる⁹⁰。音の特徴は音の要素⁹¹によって決まる。音を発生させるためには多量のデータ数が必要であり、1万個以上の時系列データがあることが望ましい。そのためここでは日経平均株価と NY ダウの日足データを用いて音を作り分析する。

3.2.1 音の発生の方法

時系列データを音が発生できる Wave ファイルに変換するには、まず時系列データをテキスト形式(*txt)にしておき数値は-32768~32767の整数にする。出来上がったものを Wav2 というプログラムを用いて変換する。時系列ファイルを Wave ファイルに変換する過程においては、先のフーリエ変換が行われている。

この Wave ファイルを高速リアルタイムスペクトラムアナライザ (WaveSpectra) というソフトから聞き再生する事で音を発生させる。信号の各周波数成分の割合を表示する測定器のことをスペクトラムアナライザと呼ぶ。リアルタイムとは実時間のことなので、このソフトを用いて Wave ファイルを再生しながらスペクトルを解析可能であるということである。

3.2.2 経済データの音

スペクトルのピークをつないだものを「スペクトル包絡」と呼ぶが、図 15、図 16 の左のグラフは日経平均株価日足 (1949/5/16~2002/4/12)、NY ダウ日足 (1901/1/2~2002/4/12) のスペクトル包絡である。横軸は周波数、縦軸は dB という周波数特性を計る単位 (音圧) としている。1 dec (decade) つまり周波数が 10 倍になった時にどの程度右下へと曲線が減衰するかを見出すには dB/dec で示される。この場合、 $1/f$ ゆらぎは -20dB/dec ということになる。 -20 より小さく 0 に近づくにつれて雑音になり、大きくなるにつれて単調な波動になる。それらのグラフにおいて日経平均株価の日足データによる波形は $1/f$ にかなり近いが、NY ダウの日足データに

よる波形は緩やかな傾きになっている。図15、図16の右側のグラフは一番手前のグラフが現在とし、奥にいくにつれて昔へ500日前、1000日前と500日ごとにプロットしたものである。日経平均の場合、奥の方からだんだんゆらぎの波形が膨らんできて3000日前ぐらいすなわち12年ほど前（土・日・祝日は株式市場で取引が行われず株価データがないので1年は250日程度とする）に全体的に縮まっているのが分かる。これはゆらぎの変化で見たバブルの崩壊であり、図16では同様のことがアメリカのITバブルにおいても見出すことができる。日経平均のスペクトル包絡はスペクトルのピークをつないだものだから、バブル期を表しておりバブル期のゆらぎが $1/f$ にかなり近くなっていることがわかる。バブル以前においては日経平均もNYダウも同じようなグラフになっていて約1kHzより高周波の部分ではホワイトノイズであり、低周波では少し傾きを持っていることがわかる。実際の音の方は日経平均株価では雑音が次第に大きくなり、最後に爆発音が聞こえた。NYダウは雑音が次第に大きくなっていくものであった。今回の研究では音の違いと波動の特性の精密な関係は明らかにはならなかったが、こうした音の分析がより多くなされることによって波動の特性について、今までより深く特徴を捉えることができるようになるであろう。

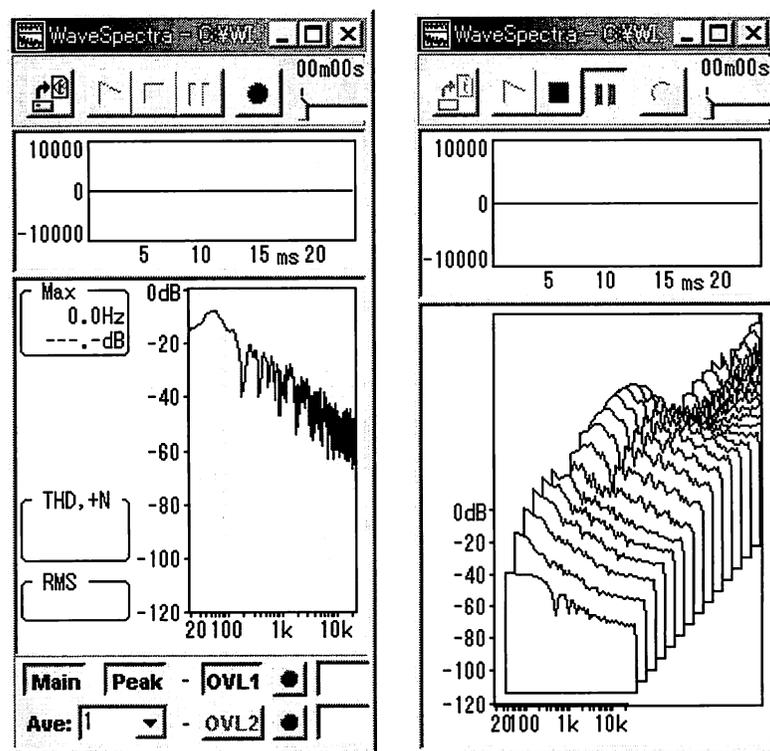


図15 日経平均株価 日足 (1949/5/16~2002/4/12)

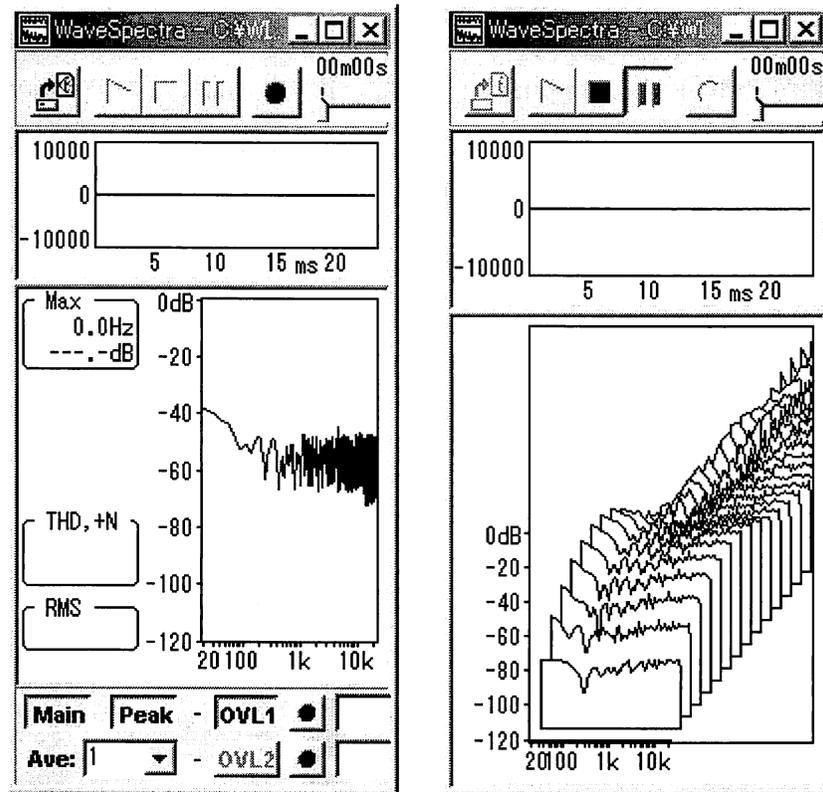


図16 NYダウ 日足 (1901/1/2~2002/4/12)

4. 経済変動とジップの法則

我々が注目すべき分布に関する自然法則は、周波数とパワーの関係における $1/f$ ゆらぎだけではない。英文中の単語の出現頻度とその順位、人口の規模と順位、地震の規模と頻度等、自然や社会の中には、他にも多くのべき乗法則が発見されている。ここでは決定論的カオス分析のためのもう一つの方法としてジップの法則を適用する¹⁹⁾。何かあるものがべき分布をしている時には、その分布は強い相関を持ててきたと考えられるが、逆に何も相関がなくでたらめに分布を作ると指数分布といって、べき分布に比べて大きなものの数が急激に減る分布になる。この章では経済データの変動の大きさと頻度の間に見られるフラクタルな性質に着目して分析することになる。なおグラフで用いる変動の大きさの単位は、図2で示した各経済データに基づくものである。また頻度の単位は、その変動が起こる回数ということになる。

4.1 日経平均株価・NYダウのべき乗分布

次の図17、図18はそれぞれ約53年間の日経平均株価の日足データ、約101年間のNYダウの日足データにおける5項移動勾配の値の絶対値を変動として用いて、その変動の大きさと頻度の

関係をグラフ化したものである。図を見て明らかなようにNYダウはほぼ右下がりの直線的な分布、つまりべき分布を示し強い相関を持っていることが分かる。面白いのは日経平均株価で変動の大きさが100(=10²)あたりで折れ曲がっており、対数グラフにおいて2つの直線からなっているように見えることである。このような分布は都市の人口に現れることがある^[18]。これは多少特殊な例であるが、それでもかなりべき分布に近いといえよう。べき分布の発生メカニズムについては普遍的な仕組みはまだわかっていないが、自己組織的臨界状態仮説^[9]が有力である。この場合は株の売りと買いによる均衡(適正価格)が臨界状態であり常に市場は均衡へ向かうパワーが働いているということになる。

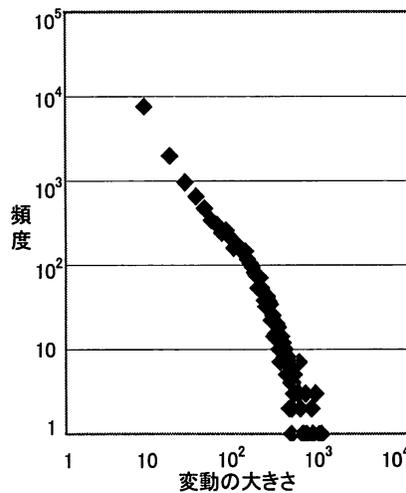


図17 日経平均 日足 (1949/5/16~2002/4/12)

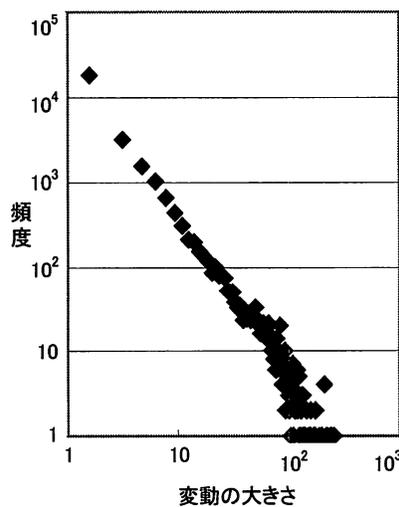


図18 NYダウ 日足 (1901/1/2~2002/4/12)

4.2 ジップの法則を用いた株価の分析

4.2.1 フラクタル次元

ここでは日経平均株価のべき乗分布からバブルの発生（崩壊を含む）確率を求めてみる。まず図 17 で用いた日経平均株価の変動の大きさと頻度から、それぞれの頻度を全データ数で割ってやることにより変動の大きさと出現確率のグラフに変換する（図 19）。このべき分布は途中で折れ曲がる特徴をもっていたので、両対数軸において近似曲線は変動の大きさが 100 のところで区切り、二つの直線で理想化することにする。X を変動の大きさ、Y を出現頻度とすると近似曲線の式は次のようになる。

$$\text{変動の小さい左側： } Y=9.15/X^{1.49}.$$

$$\text{変動の大きい右側： } Y=4819/X^{2.72}.$$

この式に変動の大きさを X に代入すると、他のあらゆる変動における出現頻度を求めることができる。例えば日経平均における最大の変動の大きさ（バブル崩壊時）は 1015 であるが、これを $Y=4819/X^{2.72}$ の X に代入すると 3.2×10^{-5} が得られる。これは一日にこの 1015 という変動が起こる確率である。株式市場が開かれている日を 1 年で 250 日とすると 125 年に一回このバブル崩壊時の最大の変動が起こるという結果が得られる。またフラクタル次元は、変動の小さい方で 1.49、変動の大きい方で 2.72 であることがわかる。

図 20 は、同様の分析を NY ダウについておこなったものである。図 20 において、NY ダウの頻度分布図の近似曲線は次のように求められる。

$$\text{NY ダウ： } Y=1.66/X^{2.01}.$$

その分布におけるフラクタル次元が 2.01 であることがわかる。

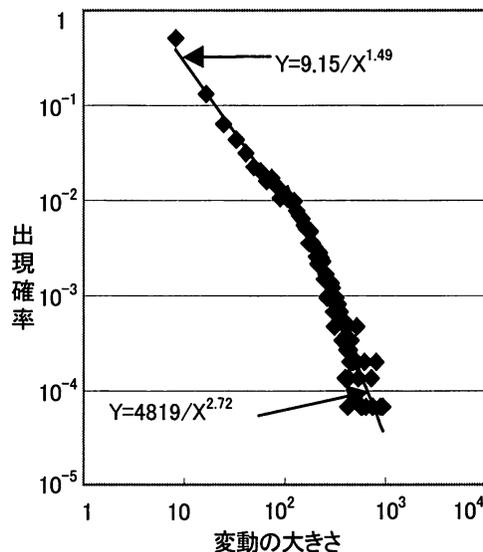


図19 日経平均 日足 (1949/5/16~2002/4/12)

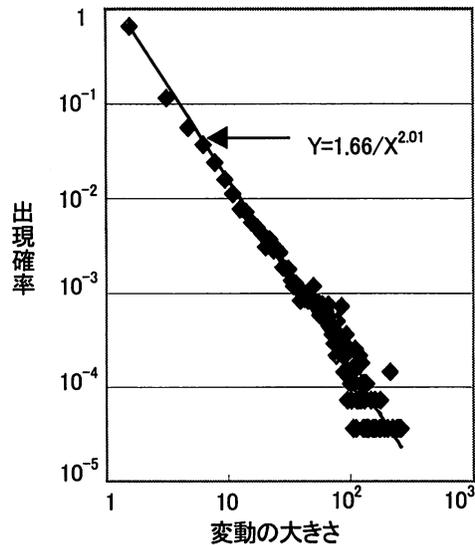


図20 NYダウ 日足 (1901/1/2~2002/4/12)

以下の表1は, [1]を参考に自然界に見られる自己相似構造のフラクタル次元を表にまとめたものである。

表1 自然界に見られる自己相似構造

自己相似構造	フラクタル次元
月のクレーター分布	約2
銀河の分布	約1.2
地図の海岸線	約1.3
植物の枝分かれ	1.28~1.79
コウモリの翼の血管の直径分布	約2.3
ヒトの肺	約2.17

4.2.2 リスクとリターン

次に図17のグラフでは変動を絶対値にしてプラスもマイナスも同じ変動として扱ったが, 日経平均株価でプラスの変動(正の傾き)とマイナスの変動(負の傾き)を別々に表示すると面白い事がわかった(図21). 図から変動の大きさが200を境にしてその分布が異なり, 変動が200より小さい時は相対的にプラスの変動の頻度が高いが, 200より大きい時はマイナスの変動の頻度が高くなっていることがわかる. これは全体的傾向として日本人が200円付近を境にしてリスクとリターンのどちらを相対的に重視しているかが, 現れていると考えられる. 例えると, 人は1日に財産の5%が増えるか4%を失うかでは勿論増やす方を選択するが, 50%増えるか40%失う

かではリスクを恐れるということである。リスクとリターンがほぼつりあう部分が1日100～300という変動であると考えることが出来る。

図22は同様の分析をNYダウについておこなったものである。アメリカの場合では、このリスクとリターンのつりあう価格が100ドル程度であるといえよう。

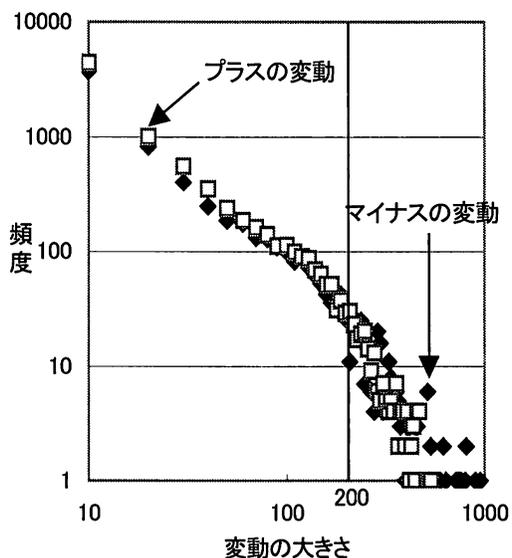


図21 日経平均株価 日足 (1949/5/16～2002/4/12)

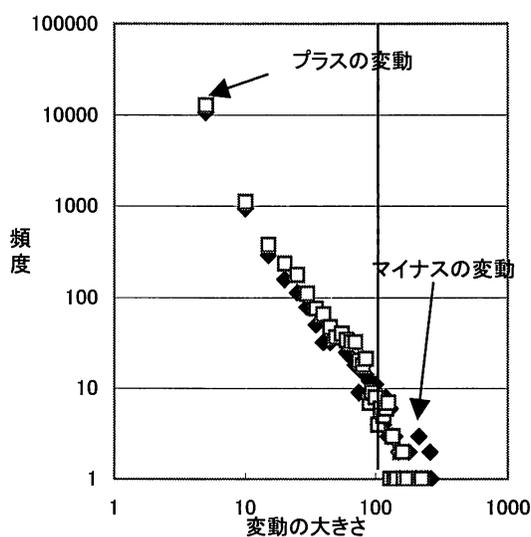


図22 NYダウ 日足 (1901/1/2～2002/4/12)

4.3 さまざまな経済データの頻度分布

経済のゆらぎの章で用いた代表的経済指標について頻度分布をとったものが次のグラフである。以下のグラフは全て月足データであり、変動の大きさは5項移動平均の値である。

図23で卸売物価指数はべき分布を示した。物価指数は市中に出回る貨幣の数量に依存しているようであるが、前期の物価指数に大きく影響されているという結果が出た。また分布のフラクタル次元は2.07であった。

図24の対ドル円レートは、指数関数的減衰を示し事象の相関の弱さが現れた⁴⁴。対ドル円レートが前期の値に対して、かなりランダムに決定されているということである。為替レートの決定理論にはフローアプローチ、アセットアプローチ、購買力平価説などがあるが、それぞれ取引量、金利、物価に決定要因を求めるもので、為替レートは理論の上でも前期の値に大きく依存しているわけではないことがわかる。図2の時系列波形を見ると、為替レートと株価は同じような変動の性質を持っていそうに見えるが、キャピタルゲインを重視する株価とは、全く違う決定要因を持つといえよう。

図25のコールレートでは、べき分布と指数分布の中間ぐらいに見える。弱い相関を持つといったところであろう。日経平均のように2つの部分から成るべき分布かもしれないが、サンプル数が少なくこれ以上は明らかにならなかった。

図26のマネーサプライでは、指数分布を180度回転させたような分布をしており、大きい変動の頻度が高い。マネーサプライが他の指標に比べて規則的であるという部分が出ていると言えよう。

総じて言えば、ジップの法則を適用した分析はフラクタル性を見出す点では成果があったが、予測については今後の課題であるといえよう。

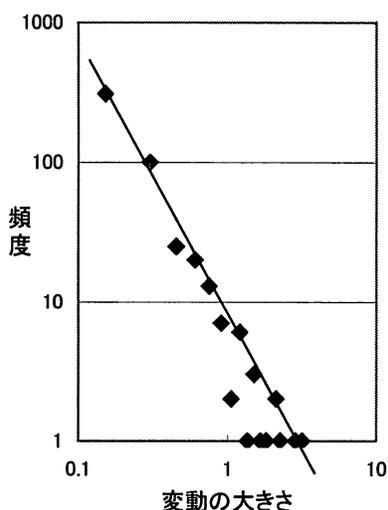


図23 卸売物価指数 月足 (1960/1~2001/8)

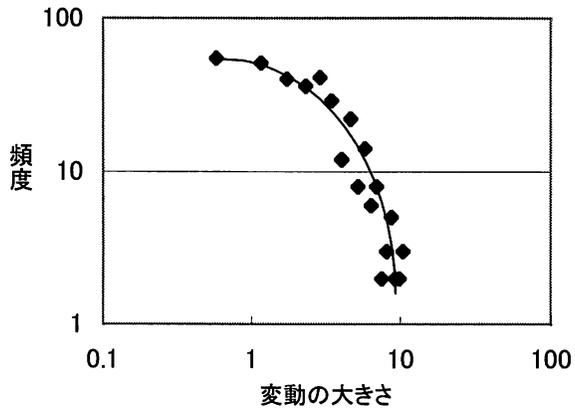


図24 対ドル円レート 月足 (1973/1~2001/8)

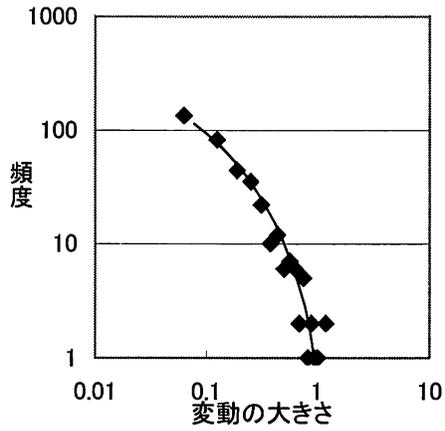


図25 コールレート 月足 (1970/1~2001/11)

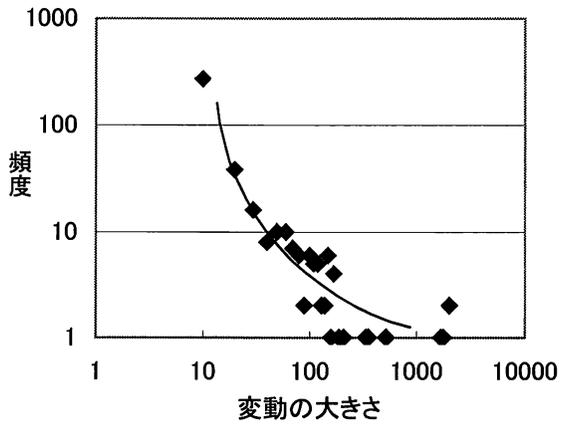


図26 マネーサプライ 月足 (1967/1~2001/8)

5. 投機的市場の中にある規則性

この章では、3. と 4. で扱ったフラクタルによる分析から離れ、カオスの定義にもなる①初期値に対する鋭敏性と②不規則に見える条件付の運動に注目し分析する。株価を回帰分析などの線形の単純な決定論的手法で予測することは困難であるが、もし分析対象の中に時間に対する規則性があれば、それを用いて未来を予測することが可能である。この章では移動勾配法による一次元位相図分析から、日経平均株価の規則性を見出し予測の可能性を検証する。N回移動勾配をとることにより、一見不規則に見える株価の変動の奥深くに隠された根源的で規則的な振動を引き出すことができる。

5.1 一次元位相図分析

普通我々が時系列グラフを描く時には横軸に時間軸 t 、縦軸にデータ X というように表示する。一次元位相図とはそのようなグラフとは異なり、変数を一つにしデータ X を横軸にとりデータ X の傾き dX/dt を縦軸にとったものである。傾きは微分係数として表されることが多いが、微分係数をとるためにはグラフの中で連続した点をとらなければならない。株価データなどは不連続な点であるので、ここでは微分係数の変わりに不連続なくつかの点をとって理想的な傾きを示すことができる移動勾配を用いる。

— t 期における移動勾配 B_t の求め方 —

- ・ (2P+1) 項の場合

$$B_t = [-PX_{t-p} - \dots - 2X_{t-2} - 1X_{t-1} + 1X_{t+1} + 2X_{t+2} + \dots + PX_{t+p}] \\ \div [P(P+1)(2P+1)/3].$$

移動勾配をとることは次の時点でどの方向へどれだけのエネルギーで変化するかを分析する上で有効な手段となる。またデータを捉えやすくするためにデータ X をそのまま使う代わりに前後何期分かのデータを合わせて平均をとる移動平均を横軸にして軌跡を描き位相図を分析する。

次の図 27 は日経平均株価の時系列データであり縦軸に株価、横軸に時間（月単位）としてとっている。

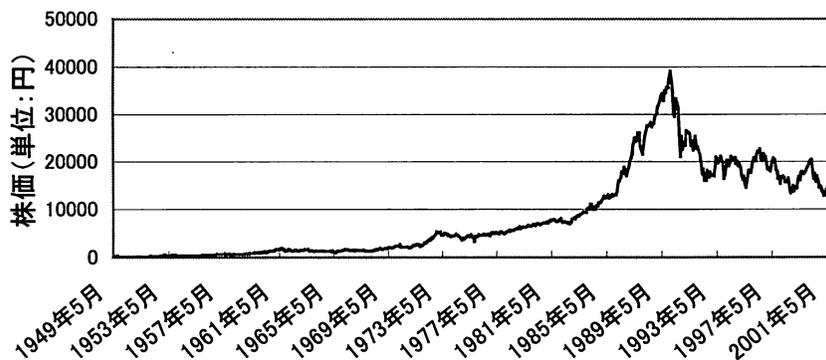


図27 日経平均株価 月足 (1949/5~2001/11)

図 27 を一次元位相図化すると図 28 のようになる。ここでは 9 項の移動勾配と 9 項の移動平均をとっている。上昇局面にあるか下降局面にあるかはグラフが 0 軸より上にあるか下にあるかで判断できて、その程度は移動勾配値の大きさでわかる。バブルについて見ると、その形成期は移動勾配 1 回の値が最大でも 800 くらいであるのに対して崩壊期は 1500 近い値を示し、その下落のスピードが崩壊の方がかなり速いということがわかる。また 2 万円付近で線が密集し、明らかに結節域²⁹⁾となっており、それ以上になるか以下になるかという分岐点になっていることがわかる。

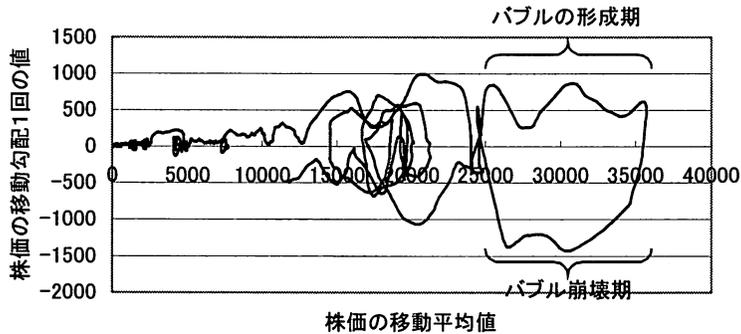


図 28 日経平均株価の一次元位相図 (1949/5~2001/11)

5.2 N 回移動勾配の規則性

移動勾配を 2 回、3 回と繰り返したりその位相図を分析していく事により、株価の深奥にある特徴が引き出され、規則性が見出されることがある。ここで移動勾配を 2 回とるということは 2 回微分、3 回とるとは 3 回微分に近似している。次の図 29 は、この操作のイメージである。

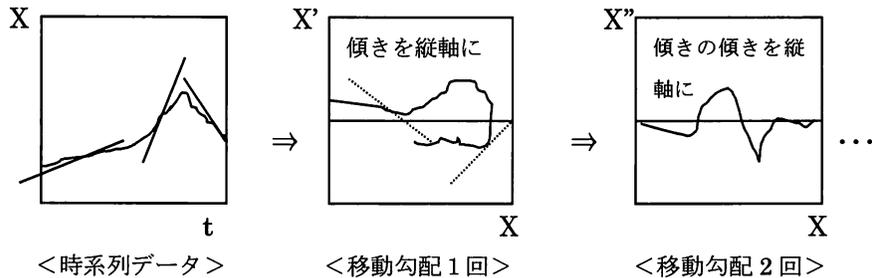


図 29 N 回移動勾配による一次元位相図のイメージ

この操作を 4 回行うことにより日経平均株価の規則性を見つけ出した (図 30)。この図はバブル景気を含む 1950/9~1989/10 までの日経平均株価月足の 9 項移動勾配 4 回を縦軸に 9 項移動平均を横軸にとったものである。また 4 回の移動勾配をとっているため 1 年 4 ヶ月先の 1991/2 までの原データを含んでいる。83 年付近から移動勾配 4 回の振動が規則的であり移動勾配の 1 周期は約 1 年となっていることがわかる。さらに興味深いことに 87 年 6 月まで順調に発散振動していた移動勾配が、一年後の 88 年 6 月には下がり以後減衰振動になっている。88 年 6 月は 89 年 10 月

までの原データを含んでいるが、表2に示すとおり89年10月にはまだ原データはバブルの崩壊以前であるため、この移動勾配における発散振動の減衰振動への変化はバブル崩壊のシグナルであったのではないかと考えられるのである。

図31は1989/10~2000/7の同グラフであるが、規則性を失い15000円~20000円付近で結節域となっていることがわかる。

これら図30、図31から、規則性が現れた時期がバブル期と重なっているため、この規則性は投機的な株式市場に一般的にいえるのではないかと考えることができるだろう。そしてこの規則

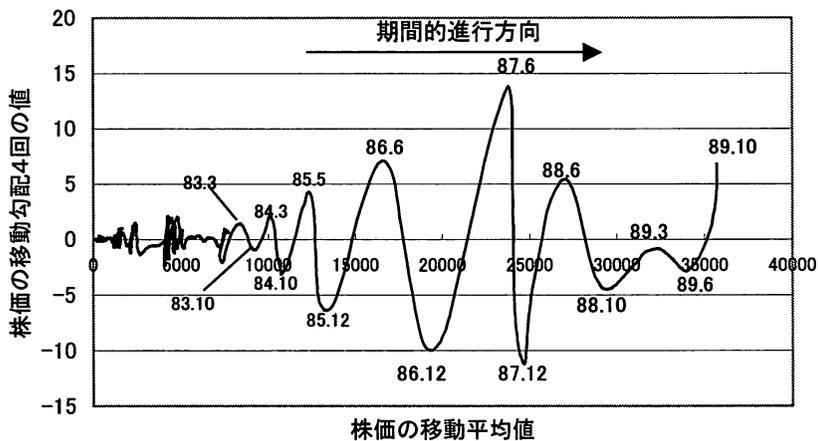


図30 日経平均株価月足

移動勾配値：1950/9~1989/10 原データ：1949/5~1991/2

[※移動勾配4回をとっているため図のデータは1年4ヶ月先(後)の原データを含む]

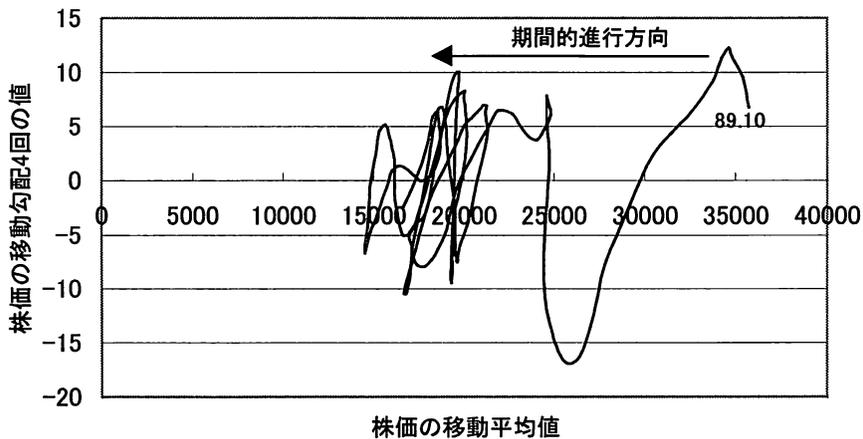


図31 日経平均株価月足

移動勾配値：1989/10~2000/7 原データ：1988/6~2001/11

表2 日経平均株価の時系列データ (1989年6月～1990年3月, 単位:円)

1989年6月	32948	1989年11月	37268
1989年7月	34953	1989年12月	38915
1989年8月	34431	1990年1月	37188
1989年9月	35636	1990年2月	34591
1989年10月	35549	1990年3月	29980

性が一般的にいえるのなら、時間に対して規則性が現れているので、予測に用いることができよう。次の節では、予測の可能性とアメリカの株価指標において同様の結果が得られるかを検証する。

5.3 移動勾配法による予測の一般性

図32は先ほどの移動勾配4回のグラフ(図30)でバブル崩壊以前つまり89年12月までのデータを太線で表したものである。太線から図のような発散振動と減衰振動の構造線をひくことができるなら移動平均値におけるバブル崩壊値ならだいたい予測が可能なのである。その予測値は移動平均値にしてA点付近の約35000円程となる。

図33はNYダウの5項移動勾配4回のグラフである([10]を参考に作成)。発散振動型の規則性が見られる。ここで注目したいのはNYダウにおいても98年8月から減衰型の振動になっているように見えることである。このことからこれらの規則性は投機的市場全般に見られ、この振動こそバブルそのものではないかという仮説が立てられる。移動勾配の値が膨らみしぼんでいく様はあたかもバブルの期待そのものようである。NYダウの振動が減衰しきらなかったのは、ニューエコノミー論に対する投資家の期待の表れではないだろうか。いずれにしてもこの規則性は偶然の中で現れた美しさと言えよう。

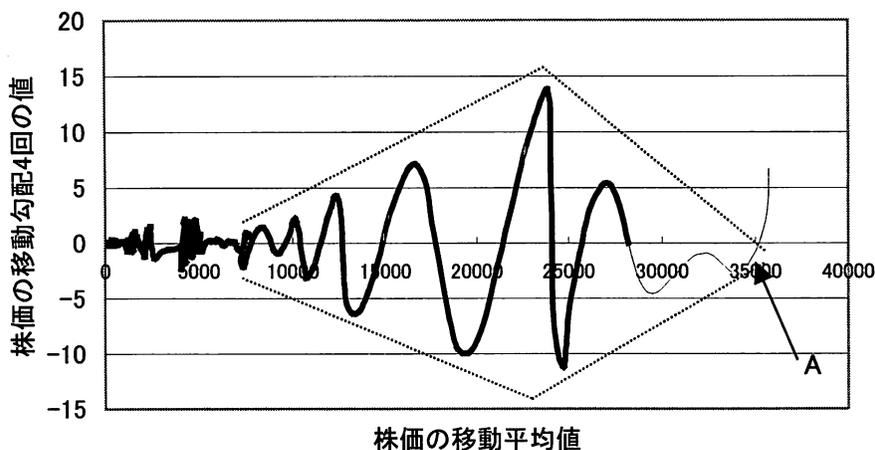


図32 日経平均株価月足

移動勾配値：1950/9～1989/10 原データ：1949/5～1991/2

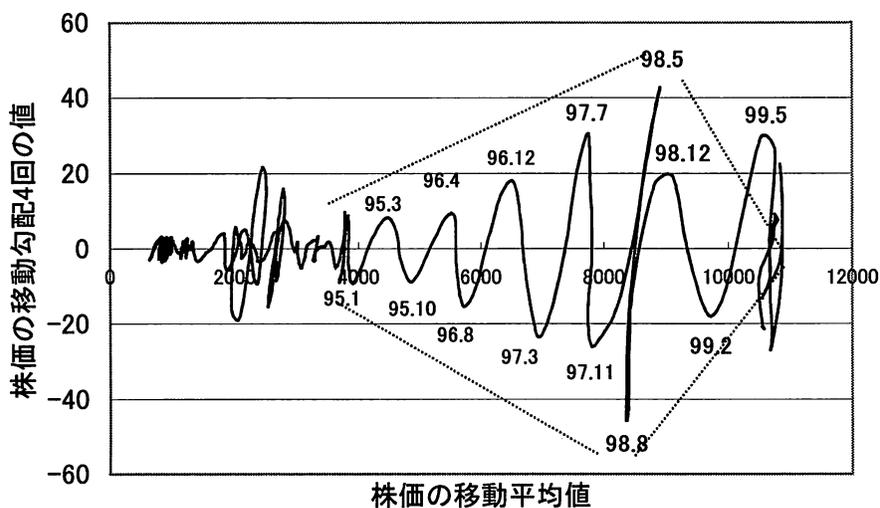


図33 NYダウ月足

移動勾配値1972/9～2001/3 原データ：1972/1～2001/11

6. まとめ

本研究では、複雑な経済変動の本質がカオス現象によるものであるという立場から解析を行った。それは経済変動がそのようなカオス現象であるならば、長期予測は困難であっても短期予測は可能であるという見解を意味する。そのような立場をより確かなものとするために、経済変動がどの程度カオス的であるかという問題は重要である。この問題はフラクタル次元解析によりア

トラクタの「自己相似性」の次元が何次元構造であるか、またリアプノフスペクトラム解析によりどの程度「軌道不安定性（初期値に対する鋭敏な依存性）」を持つのかを調べることにより定量的に評価できる。カオスダイナミクスに起因して複雑な挙動が生じていると考える実データを解析する際には、これらの両面から十分に解析し議論する必要がある。そしてこれらの値を推定することは、対象となる経済変動の数理的構造を明らかにし、それらをモデリングして予測を行う場合に重要となる。

音の分析においては、耳から経済変動の特徴を捉えられれば、多角的に対象を捉えられるという主旨のものであったが、今回の実験では唯一日経平均株価のバブル崩壊部分で爆発音が聞こえて、大きな違いとして捉えることができたという程度のものであった。その原因は多量なデータ数を要するため音声に変換できるサンプルに限りがあり、変換された音声の相違から特性を見出すという段階にまでは至らなかったからである。他にも日経平均株価と NY ダウの株価音は明確に聞き分けられる違いを持っていたので、音と波動特性の関係がより詳細に明らかにされていくならば、強力な分析手段になり得るであろう。

さてこれらのカオス的アプローチは、景気循環を含むあらゆる経済変動に対し新しいパラダイムを与えるものである。ゆらぎ、べき分布、様々なカオスの概念などは未だ明らかにされていないことも多くあるが、こうした研究の中で解明され、経済学を含むあらゆる研究分野で応用されていくだろう。

最後にこの研究で明らかになったことを各章ごとに以下にまとめておく。

1. カオス分析と経済

53 年間の日経平均株価日足の時系列データは、期間を 1/10 スケールで縮小して見ていくと同じような変動の性質が現れるので、その変動がフラクタル的であることがわかった。

2. 経済変動のゆらぎと音

平均株価のゆらぎが $1/f$ ゆらぎに近く、その変動は自然や人間によくなじむものであること、平衡状態から大きく動きがずれた時にも元の正しい動きに回復させる緩和現象を持つことが明らかになった。またさまざまな経済指標の特徴がゆらぎの面で明らかになった。それらについては以下の表 3 にまとめた。

4. 経済変動とジップの法則

平均株価の頻度分布がべき分布をしており、変動の大きさと頻度の間に強い相関があることがわかった。両株価のジップの法則性を用いて、その近似式から発生確率はだいたい推測可能であり、その法則性を用いることで日本において地価バブルにおける最大の変動が発生する確率は 125 年に 1 度程、リスク・リターンをほぼ同程度に感じるのは一日 200 円程度の変動であると推定できた。また他にも様々な経済指数の特徴が頻度分布という視点から明らかとなった。それらについてはゆらぎと同様に以下の表 3 にまとめた。

5. 投機的市場の中にある規則性

移動勾配法による規則性は、NY ダウだけではなく日経平均株価においても現れることがわかった。また両規則性はそれぞれ IT バブル、地価バブルの期間に現れているため、この規則性が投機的市場において一般的なものではないかという仮説を立てることが可能である。

表3 主な経済データの特性

	スペクトル分析によるゆらぎの現れ	ジップの法則による頻度分布の特徴	特 性
株 価	(日経平均) $1/f^{1.01}$ (NYダウ) $1/f^{0.83}$	べき分布	ゆらぎ、頻度分布に相関が強い(フラクタル的)。回復力を持った心地よい変動。
卸売物価指数	$1/f^{0.19}$	べき分布	頻度分布の相関は強いが、ゆらぎの傾きは緩やかで、変動は短期においてはランダム。
対ドル円レート	$1/f^{0.55}$	指数分布	頻度分布は無相関。ゆらぎは $1/\sqrt{f}$ に近い。
コールレート	$1/f^{0.87}$	少し弱いべき分布	頻度分布に相関があり、変動は生命体のような回復力を持つ。
マネーサプライ	$1/f^{0.691}$	逆指数分布	変動が一部規則的部分を持つ。

参考文献

- [1] 逢沢明：複雑系はいつも複雑，現代書館，(1997)
- [2] 合原一幸：カオス時系列解析の基礎と応用，産業図書株式会社，(2000)
- [3] Alan Sokal・Jean Bricmont：Impostures Intellectuelles (1997) <田崎春明〔他〕共訳，知の欺瞞，岩波書店(2000)>
- [4] E. N. Lorenz：カオスのエッセンス，共立出版株式会社(1997)
- [5] 井庭崇・福原義久：複雑系入門——知のフロンティアへの挑戦——，NTT出版(1998)
- [6] 井上政義：やさしくわかるカオスと複雑系の科学，日本実業出版社(1996)
- [7] 井上政義・秦浩起：カオス科学の基礎と展開——複雑系の理解に向けて——，共立出版株式会社(1999)
- [8] 伊藤敬祐：カオスって何だろう，ダイヤモンド社(1993)
- [9] 今野紀雄：複雑系，p74~75，ナツメ社(2000)
- [10] 岩田年浩：A Positive Approach to Chaotic Economic Phenomena，関西大学総合情報学部，情報研究，第12号(2000)
- [11] 岩田年浩：移動勾配法とスペクトル分析による株価変動の予測，関西大学，経済論集，第50巻，第4号(2001)
- [12] 岩田年浩：ダイナミック経済学，窓社(1999)
- [13] 武者利光：ゆらぎの発想， $1/f$ ゆらぎの謎にせまる，NHK出版(1994)
- [14] 並木美喜雄：解析力学，丸善株式会社(1991)
- [15] 岡本清郷：フーリエ解析の展望，朝倉書店(1997)
- [16] 酒井博司・長野護：経済指標の読み方・使い方，税務経理協会(1999)
- [17] 下條隆嗣：カオス力学入門，近代科学社(1992)
- [18] 寺本英・広田良吾・武者利光・山口昌哉：無限・カオス・ゆらぎ，培風館(1985)

- [19] 塚崎公義：景気の見方・読み方，東洋経済（2000）
 [20] 白田昭司・東野勝治・井上祥史・伊藤敏・葭谷安正：Excelで体験 カオスとフラクタル，オーム社（1999）
 [21] 和田昇：線形・非線形力学とカオスへの入門，サイエンティスト社（1998）
 [22] 山口昌哉：カオスとフラクタル 非線形の不思議，講談社（1986）

註

- (1) 決定論的カオスの特徴を逆に捉えると，短期の予測になる程に指数関数的に誤差が縮小されるので，完全に規則性を捉えなくても十分良い予測結果が得られる。
- (2) 測時系列から時間遅れ座標系への変換。この変換が埋め込みであることは，数学的にはいくつかの仮定の下で Takens の埋め込み定理により保証される。一変数時系列よりアトラクタを再構成する方法として現在最もよく用いられる。
- (3) k 次元状態空間内での力学系の漸近的な振舞い。カオスの状態を表すものをストレンジ・アトラクターというが，これは一定空間内において決して同じ値をとらず，周期的な運動にならないものである。なお本研究ではこのようなアトラクターの分析は扱っていない。
- (4) 「ゆらぎ」という言葉を明瞭に定義することは議論の中にあるが，①学術的には時系列データの周波数とパワーの関係を表すスペクトル図で示されることが多いようである。また②一般的には変化が不規則な様子を指す場合が多い。自然や生命体は，このような不規則さを持ち，その不規則さの中でバランスを保っているといえる。
- (5) $1/f$ ゆらぎの傾きは，対数グラフにおいて -1 （右下がり 45° ）である。
- (6) グラフでは右にいくほど高周波，左にいくほど低周波となっている。
- (7) 周期と周波数の関係は，[周期 = $1/\text{周波数}$] で定義される。
- (8) 計算方法

$$\log P / \log f = -0.55$$

$$\log P = -0.55 \log f$$

$$\log P = \log f^{-0.55}$$

$$P = f^{-0.55}$$

$$P = 1 / f^{0.55}$$
- (9) コールレートとして，一番データの充実していた有担保コール翌日物月末値を用いた。無担保コール翌日物，公定歩合もこれとほぼ同様の変動を持っている。
- (10) 人間に聞こえる音の範囲は，周波数にして $20\text{Hz} \sim 20\text{kHz}$ ほどである。
- (11) 音の3要素とは大きさ，高さ，音色であり，それぞれ振幅，周波数，スペクトルの違いによって現れてくる。
- (12) 株価や綿価などの変動の大きさと頻度を両対数グラフにプロットすると，べき乗法則が成り立つことが発見されているが，その関係を用いて株価の特性を探るのは本研究が初の試みである。
- (13) 多数の要素が相互作用しているような系は自ら臨界状態へ遷移するという説。べき分布はフラクタルや臨界状態に特有の分布のようである。
- (14) フラクタル次元は，両対数グラフにおける右下がりの近似直線における傾きの絶対値によってあらわされる。それゆえ分布がフラクタル的でない経済指標では，フラクタル次元を求めることはできない。
- (15) 位相図においてグラフがある点に戻ってくる頻度の高い部分。