ショートノート

ピースに制約を加えた 2次元ビン・パッキング問題に対する近似解法

正員 榎原 博之[†] 正員 中野 秀男[†]
正員 中西 義郎[†] 非会員 村松 俊昭[††]

Approximation Algorithms for the Constrained Two-Dimensional Bin Packing Problem

Hiroyuki EBARA[†], Hideo NAKANO[†], Yoshiro NAKANISHI[†], *Members and* Toshiaki MURAMATSU[††], *Nonmember*

† 大阪大学工学部通信工学科，吹田市
Faculty of Engineering, Osaka University, Suita-shi, 565 Japan
†† 三菱商事株式会社，東京都
Mitsubishi Corporation, Tokyo, 100 Japan

あらまし　ピースの種類を限定した2次元ビン・パッキング問題を考え，それに対する近似解法を提案し，計算機実験を通して評価している．

1. まえがき

2次元ビン・パッキング問題[1]とは，

“幅Wで，高さが無限大のオープン・エンドの矩形のビンBと，幅がw_i，高さがh_iのn個の矩形のピース$p_i(1 \leqq i \leqq n)$が与えられたとき$(w_i \leqq W)$，すべてのピースp_iを互いに重なることなく，高さが最小となるように詰める問題”

である．なお，n個のピースはリストLの中に添字の順に入っているものとし，またピースの回転を許さないものとする．

筆者らは，先に，ビンの幅，ピースの幅，高さをすべて整数値にするとともに，ピースの種類を$w \times h$の部分矩形に限定した場合を取り上げ，4×1，1×4，2×2の場合には時間複雑度がピース数nの線形時間で解けることを見い出した[2]．wおよびhの値が上述の整数値を越えると，もはや時間複雑度がピース数nの線形時間となる厳密解法は期待できそうにない状況にあり，近似解法を主題とせざるをえないと思われる．このような場合でも，wおよびhの値によっては，良い近似解法の構成に，先に見い出した厳密解法の考えおよび解法そのものを活用できる可能性がある．

本論文では，ピースの種類を$w\times1$および$w\times2$$(w \geqq 5)$の部分矩形に限定した場合について，ピースの種類を$4\times1$の部分矩形に限定した場合の厳密解法[2]を利用した近似解法を提案し，その良さを既存の近似解法であるレベル・アルゴリズムとの比較実験を通して評価している．ここで，文献(2)で提案したピースを4×1の部分矩形に限定した場合の厳密解法をアルゴリズム1と呼ぶことにする．また，この解法の時間複雑度は線形時間である．

2. $w\times1$および$w\times2$の部分矩形である場合の近似解法

まず，ピースの種類を$w\times1$$(w \geqq 5)$の部分矩形に限定した場合を問題にする．この場合には，ピースをwが5以上のものと4以下のものに大別して処理する手法が考えられる．アルゴリズム2[3]はこの考えのもとで考察したものである．

アルゴリズム 2

step1　幅wから幅5までのピースを幅の大きなピースから順にBLで詰める；

step2　step2で詰められた高さまで，幅4から幅1までのピースをその順にBLで詰める；

step3　残った幅4から幅1までのピースをアルゴリズム1で詰める；

ここで，“BL(ボトム・レフト)[1]で詰める”とは，空き地も考慮して，ピースを詰めることができる最も底に近い位置で，かつその中で最も左の位置に詰めることである．

次に，ピースの種類を$w\times2$$(w \geqq 5)$の部分矩形に限定した場合を問題にする．この場合には，高さ1のピースを縦に二つ重ねてすべて高さ2のピースとして扱うものと，高さ1のまま残るたかだかそれぞれ1個のピースに大別して処理する手法が考えられる．アルゴリズム3[3]は，この考えのもとで，高さが2のピースに対してアルゴリズム2を適用するとともに，高さ1のピースを常にBLで詰めるのではなく，より良い解にするための交換手続きを工夫したものである．

アルゴリズム 3

step1　幅2以上で高さ1のピースについて，同じ幅のピースを縦に二つ並べて高さ2のピースとする．但し，ピースが一つ余る場合はそのまま残しておく；

step2　高さ2のピースを前述のアルゴリズム2で詰める；

step3　タイトでない領域のm個$(m \geqq 2)$のp_{22}を高さ1のピースを重ねて作られたp_{m2}と交換する；

step4　タイトでない領域のp_{12}が一つのときは，タイトな領域からp_{12}を一つ取ってきて，それらのピースを高さ1のピースを重ねて作られたp_{22}と交換する；

step 5　タイトでない領域の高さ2のピースで作られたピースとタイトな領域の高さ1のピースを重ねて作られた同一幅のピースを交換する；

step 6　タイトでない領域に p_{12} がまだ一つだけ残っている場合は，p_{11} 2個より p_{12} を作り，これらの p_{12} 2個を高さ1のピースを重ねて作られた p_{22} と交換する；

step 7　残っている高さ1のピースと交換された高さ1のピースを幅の大きなピースから順にBLで詰める；

step 8　p_{11} をBLで詰める；

ここで，"タイト"とは，空き地がなく，ピースがぴったりと詰まっている状態を表す．また，p_{ij} は幅 i，高さ j の矩形のピースを表す．

3. 実験による評価

前章で提案した近似解法を，実験によって既存の近似解法であるFFDH-レベル・アルゴリズムとの比較で評価することにする．比較基準として，FFDH-レベル・アルゴリズム[1]を取り上げたのは，このアルゴリズムが最悪の場合の解の振舞いの点から考えて，最も良い近似解法の一つであることが知られているからである．

ふつう，近似解法での評価基準は，"近似解/最適解の平均値"である近似度を用いる．しかし，本論文では，"すべての近似解の中で最適解と一致した解の割合(%)"を最適率と呼び，これを評価基準に用いる．この理由は，アルゴリズム2，アルゴリズム3で求まった近似解がすべて最適解+1で収まり，近似度に差異が少なかったからである．

計算機実験にあたっては，問題例を(1)矩形分割法(RDG)，(2)乱数ピース発生法(RPG)によって生成するものとし，ビンの幅を10から40の範囲で，ピース数を40から400の範囲で変更して試行し，各試行に対しては100個の問題例を生成している．なお，RPG法により生成される問題例に対しては，ピースの面積の総和から下界を求め，それを最適解の代りに用いる．

1) アルゴリズム2の評価

アルゴリズム2とレベル・アルゴリズムの実験による最適率を表1に示す．ピースの幅の最大値が5の場合は，RDGもRPGも16試行(1600例)行い，ピースの幅の最大値が8と15の場合は，いずれも，RDGもRPGも8試行(800例)行った．アルゴリズム2は問題例6400すべてに対して最適解を得ている．

表1　アルゴリズム2の実験結果(最適率)

ピースの幅の最大値(w)	レベル・アルゴリズム		アルゴリズム2	
	RDG	RPG	RDG	RPG
5	69.9%	94.0%	100.0%	100.0%
8	24.6%	75.3%	100.0%	100.0%
15	15.4%	69.3%	100.0%	100.0%

表2　アルゴリズム3の実験結果(最適率)

ピースの幅の最大値(w)	レベル・アルゴリズム		アルゴリズム2	
	RDG	RPG	RDG	RPG
5	4.6%	46.1%	100.0%	100.0%
8	0.6%	19.8%	99.6%	98.9%
15	0.3%	12.3%	96.9%	97.3%

表1からわかるように，RPGよりRDGで問題例を生成した方が解が悪い傾向にある．これはRDGで生成した最適解はすべてタイトな最適解であり，最適解の自由度が少ないためであると考えられる．また，表1ではわからないが，各試行による最適率の差は大きく，ピース数が多くなればなるほど最適率が良くなる傾向にあった．

2) アルゴリズム3の評価

アルゴリズム3とレベル・アルゴリズムの実験による最適率を表2に示す．ピースの幅の最大値が5の場合は，RDGは20試行(2000例)，RPGでは16試行(1600例)行い，ピースの幅の最大値が8と15の場合は，いずれも，RDGもRPGも8試行(800例)行った．アルゴリズム3はいずれの場合にも95%以上の最適率を得ている．

アルゴリズム2の場合と同様に，RPGよりRDGで問題例を生成した方が解が悪い傾向にある．また，表2ではわからないが，アルゴリズム2の場合と同様に，各試行による最適率の差は大きく，ピース数が多くなればなるほど，最適率は良くなる傾向にあった．また，ピースの幅の最大値 w が大きくなればなるほど，すなわち，ピースの種類が多くなればなるほど，最適率は悪くなる傾向にあった．

4. むすび

本論文では，ビンの幅，ピースの幅，高さを整数値に制約し，ピースの種類を $w\times1$ および $w\times2$ ($w\geqq5$) の部分矩形に限定した2次元ビン・パッキング問題を取り上げ，その近似解法を考察した．二つの近似解法

を提案し，これらの近似解法を，実験によって既存の近似解法であるレベル・アルゴリズムと比較検討した．実験結果から，提案した二つの近似解法は，計算時間も妥当であり，性能の点でも良い近似解法であると評価している．

文 献

(1) M.R. Garey and D.S. Johnson："Approximation Algorithms for Bin-Packing：An Updated Survey"，Algorithm Design for Computer System Design (edited by G. Ausiello，M. Lucertini and P. Serafini)，Springer-Verlag，pp.49-106 (1984)．

(2) 榎原，中野，中西："ピースに制約を加えた2次元ビン・パッキング問題"，信学論(A)，J69-A，3，pp.350-358 (昭61-03)．

(3) 榎原，中野，中西，村松："ピースに制約を加えた2次元ビン・パッキング問題に対する近似解法"，信学技報，CAS85-88 (1985)．

(昭和61年3月3日受付)