

# 水平流路内気液界面波動 (流動液体上の孤立波の挙動) \*

Interfacial Waves in a Horizontal Channel  
(Behavior of a Solitary Wave on Flowing Liquid)

塩見 洋一\*  
SHIOMI Yoichi

小澤 守\*\*  
OZAWA Mamoru

坂口 忠司\*\*  
SAKAGUCHI Tadashi

**Abstract** Experiments and numerical calculations were carried out on the dynamic behavior of the solitary wave of a flowing liquid. Data on the wave propagation velocity, the wave profile, and the liquid velocity profile were presented. Results of the numerical calculations agreed with the experimental results in respect of the above-mentioned qualities which characterize the solitary wave. Thus, the applicability of this numerical calculation method was verified. Based on the experimental results and the numerical calculations, simple correlation equations, which express the relationships between the solitary waves of the stationary liquid and of the stratified liquid flow were deduced. The applicability of Benjamin's theory on the solitary wave of a flowing liquid was also verified.

**Keywords:** Solitary wave, Stratified flow, Wave propagation velocity, Wave profile, Liquid velocity profile

## 1. 緒言

気液二相流の界面には種々の波動現象が認められ、これらの波は二相流における流動特性や伝熱特性に対して大きな影響を与えるものと考えられている。

Taitel & Dukler<sup>1)</sup> および Sakaguchi<sup>2)</sup> は気液両相流量一定のいわゆる定常状態でのスラッキングの過程を観察して液相上に形成される大振幅の波の安定性がスラッキング過程に大きく関与していることを報告している。その他、Wallis & Dobson<sup>3)</sup>、Kordyban & Ranov<sup>4)</sup>、Mishima & Ishii<sup>5)</sup>、Hihara & Saito<sup>6)</sup> などの研究においても基本的には同様のメカニズムが想定されている。また、Taitel<sup>7)</sup> や Hihara<sup>8)</sup> の研究においてはその大振幅の波を孤立波と呼んでいる。

Sakaguchi<sup>2)</sup> は既に水平管内気液二相流において気相流量を段階的に増加させた場合に発生する過渡スラグ流について報告した<sup>2)</sup>。その過渡スラグ流においては、気相流量を階段状に増

\* 1989. 10. 30 受付

\*\* 龍谷大学理工学部 〒520-21 大津市瀬田大江町横谷 1-5 (0775)43-7458

\*\*\* 神戸大学工学部

する過渡スラグ流について報告した<sup>2)</sup>。その過渡スラグ流においては、気相流量を階段状に増加させた後、管路に沿うある位置に液体の大きな盛り上がりが発生し、これが流動するとともに急速に成長し、管路を閉塞することによってスラッキングに至ることを確かめている。

これらのことからスラッキング過程と言うのは、人為的であれ、自然発生的であれ、何らかの原因で気液界面上に有限振幅の波が形成され、気相自身の流れならびに気相によるせん断力が原因となって、この有限振幅波が不安定つまり急成長して管路を閉塞するような現象と考えられる。したがって、気液二相流中の有限振幅波の動的挙動を解明することは Sakaguchi らの行った過渡スラグ流もしくは Taitel らの行った定常スラグ流の発生条件およびその発生過程を理解する上で極めて重要なものであると思われる。

本一連の研究では気液二相分離流中の流動液体上に波そのものの特性を表す波形、伝播速度、流速分布などを明確に同定できる有限振幅の波である孤立波を入力する波として与え、その孤立波の気液二相分離流中における動的挙動、スラッキングおよび過渡スラグに至る過程の解明を行う。

本報ではその第一段階として気流の存在しない開水路における流動液体上の孤立波の波形、伝播速度、流速分布などの流動特性に及ぼす流動液体の影響について、実験結果および数値計算結果に基づいて議論する。

流動液体上の孤立波の流動特性を議論する上で基礎となるのは静止液体上の孤立波の流動特性である。これについては、Scott-Russell<sup>7)</sup>、McCowan<sup>8)</sup>、Laitone<sup>9)</sup>、Daily & Stephan<sup>10)</sup>、Sakaguchi<sup>11)</sup>をはじめとする多数の研究者によって数多くの研究が報告されている。しかしながら流動液体上の孤立波の挙動に関してはほとんど報告されておらず、わずかに Benjamin の理論的研究<sup>12)</sup>がある程度である。Benjamin は流動液体上の孤立波の伝播速度、波形と流動液体との関係式を提示しているが、その妥当性の実験的検証は未だなされていない。そこで本報では、Benjamin の理論の妥当性についても検討する。

#### 使用記号

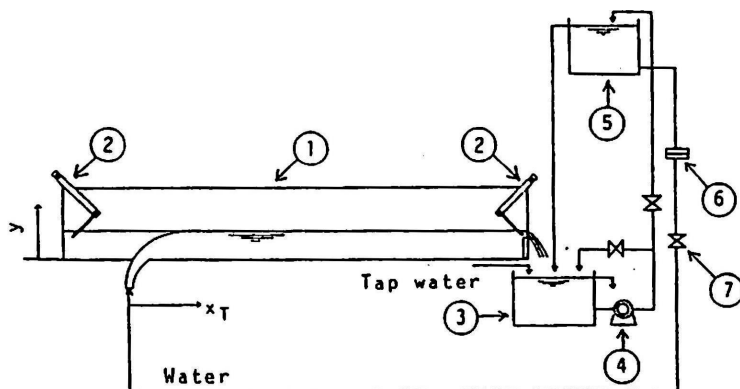
$C$	伝播速度	[m/s]	$V_{30}$	30度方向速度	[m/s]
$Fr_c$	修正フルード数	[-]	$V_{330}$	330度方向速度	[m/s]
$Fr_i$	フルード数	[-]	$v$	垂直方向速度	[m/s]
$g$	重力加速度	[m/s <sup>2</sup> ]	$x$	水平方向距離(波頂位置を零)	[m]
$H$	水位	[mm]	$x_r$	水平方向距離(流入位置を零)	[m]
$H_0$	波高	[mm]	$x_{0.5}$	半値幅	[m]
$H_i$	初期水位	[mm]	$x_{0.5}^*$	修正半値幅	[m]
$u$	水平方向速度	[m/s]	$y$	垂直方向距離	[m]
$\bar{u}$	平均流速	[m/s]	$\Delta$	運動量補正係数	[-]

#### 添字

o	静止液体上	max	最大値
i	初期流れ		

## 2. 実験装置、実験方法および実験条件

本研究で用いた実験装置の概略を図1に示す。実験装置は、透明アクリル樹脂製の上部開放の水平矩形流路と水供給系からなる。流路寸法は幅100mm、高さ250mm、長さ10.3mである。



1: Test channel 2: Wave generator 3: Water reservoir 4: Pump  
5: Overflowing tank 6: Orifice 7: Flow control valve

Fig.1 Experimental apparatus

流路両端に設けた造波装置によって、水の流れと同じ方向に進む孤立波（以後、本論文では順行と呼ぶ）または流れと逆の方向に進む孤立波（逆行と呼ぶ）を発生させる。水平方向の原点 ( $x_T = 0$ ) は水流入位置とし、垂直方向の原点 ( $y = 0$ ) は流路底とした。

水は流路から約4m上部にあるオーバーフロータンクからオリフィス、流量調節バルブを経て流路に流入し、試供流路を通り、流路端に設置したせきから貯水タンクへ流出する。その一部はポンプによってオーバーフロータンクに戻される。

孤立波を発生させる前の流れの状態を本論文では初期流れと呼ぶ。初期流れの水位はせきの高さを調節することにより、所定の値に設定した。

流速測定は  $x_T = 5.2\text{m}$  の位置で、水位測定は流速測定と同じ位置ならびに  $x_T = 5.9\text{m}$  の位置で行った。なお、流路に沿ういくつかの点での伝播速度、波形、流速分布の測定により、流れと孤立波は上記の測定位置で十分発達していることが確かめられている。

本論文で対象とする特性量は初期水位  $H_i$ 、波高  $H$ 、水位  $H$ 、伝播速度  $C$ 、波形（波の空間的形状）、液体の水平方向速度  $u$ 、垂直方向速度  $v$  であり、それらの特性値の定義を図2に示す。水位  $H$  はコンダクタンスプローブ<sup>10)</sup>により測定し、その測定値に基づいて初期水位  $H_i$ 、波高  $H$ 、伝播速度  $C$ 、波形を求めた。伝播速度は流路長手方向に0.7m離れた2ヶ所の測定点間の波頂の平均伝播速度として定義した。波形はコンダクタンスプローブによって測定した水位の時間変化を空間変化に変換して得た<sup>10)</sup>。この変換は、孤立波がコンダクタンスプローブを通過する間に波形と伝播速度は変化しないと仮定して時間に伝播速度を乗じて行った。なお、 $x_T = 5.2\text{m}$  とその前後  $\pm 0.1, \pm 0.15, \pm 0.2, \pm 0.25, \pm 0.3\text{m}$  の位置で水位を同時に求め、上記変換によって得られた波形と比較して、本実験範囲では両者はよく一致することを確認している。

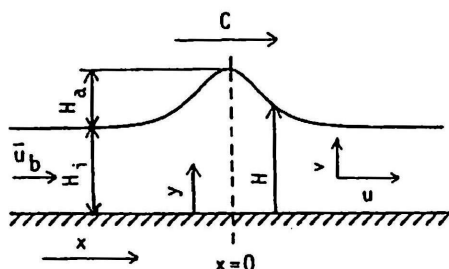


Fig.2 Definition of variables

流速測定はHe-Neレーザドップラ流速計(LDV)によって測定した。本実験では、垂直方向速度 $v$ の絶対値が小さく、また、水位測定用のコンダクタンスプローブがレーザ光を遮り、直接に垂直方向速度 $v$ が測定できなかったので、水平方向速度 $u$ と水平より $\pm 30$ 度傾いた面における速度 $V_{30}$ 、 $V_{330}$ の測定値より垂直方向速度 $v$ を計算した<sup>10)</sup>。

本実験でのLDV系ではすべての流速を高さ方向に同時に測定することが出来ないのと、上述のように $u$ 、 $V_{30}$ 、 $V_{330}$ を1つの測定高さについて別々に測定しなければならないので、同じ波を何度も発生させて実験を行った。その際の波の再現性は波高の偏差でチェックし、その偏差は波高10mmに対して $\pm 0.3$ mm以内であった。この程度の波高の差では流速についてみると、例えば $y=45$ mmでの流速値の $u=0.13$ m/sに対して波頂部で $\pm 3.6$ mm/s程度の偏差に対応し、ほとんど同じ値とみなして差し支えない。流速の空間的な分布は測定点における流速の時間変化から波形と同じように時間に伝播速度を乗じて変換された<sup>11)</sup>。

本実験における初期流れの流速分布を図3に示す。図中の実線および破線は各初期流れの平均速度 $\bar{u}_b$ ごとの流速分布の近似式であり、以下の式で表される。

$$\bar{u}_b = \pm 0.0094 \text{ m/s} : u_b = \pm 0.0186 \left\{ 1 - \left( \frac{y}{0.05} - 1 \right)^2 \right\} \quad (1)$$

$$\bar{u}_b = -0.173 \text{ m/s} : u_b = -0.209 \left\{ 1 - \left( \frac{y}{0.035} - 1 \right)^2 \right\}^{0.275} \quad (2)$$

$$\bar{u}_b = 0.179 \text{ m/s} : u_b = 0.209 \left\{ 1 - \left( \frac{y}{0.035} - 1 \right)^2 \right\}^{0.264} \quad (3)$$

なお、開水路においては二次流れが存在し、その大きさは主流の水平方向速度の最大値の3%程度であると報告されている<sup>10)</sup>。したがって、相対的に二次流れの孤立波への影響は小さいものと考えられる。また、主流と二次流れとを明確に区別することが困難であったので、本研究では二次流れの影響も含んだ流れと孤立波の関係として議論する。

実験条件は、初期水位 $H_i=50$ mm、波高 $H_w=8.6, 10, 10.8$ mm、初期流れの平均流速 $\bar{u}_b$ は、主に図3に示す $\pm 0.0094, -0.173, 0.179$ m/sで行った。ここで、孤立波の伝播の方向を正の向きとしたとき、孤立波が初期流れに順行する場合に正の平均流速を、負のものは孤立波が初期流れに逆行する場合に用いるものとする。

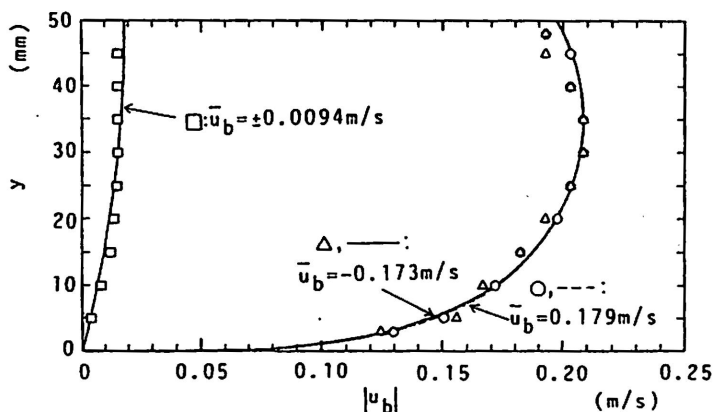


Fig.3 Velocity profile of initial liquid flow

### 3. 数値計算

流動液体上の孤立波に対する数値計算は、静止液体上の孤立波の場合と同じく、SOLA-SURFコード<sup>13)</sup>に修正を施したものによって行った<sup>11)</sup>。このコードは自由表面をもった二次元流体に対して連続の式とナビエ・ストークスの運動方程式を差分法により解くプログラムである。

初期条件として計算時間の短縮をはかり、できるだけ速やかに流動液体上に孤立波を実現することを意図して、流速分布の初期条件は、McCowanの式(4)、(5)による静止液体上の孤立波の流速分布に式(1)~(3)で与えられる本実験の初期流れの流速分布を線形的に加えたものとした。ただし、初期水位より上の波の盛り上がり部分については初期流れの界面の高さ $H_i$ における流速に式(4)、(5)による値を加えたものとしている。

$$u = C_0 N \frac{1 + \cos\left(\frac{My}{H_i}\right) \cosh\left(\frac{Mx}{H_i}\right)}{\left\{ \cos\left(\frac{My}{H_i}\right) + \cosh\left(\frac{Mx}{H_i}\right) \right\}^2} \quad (4)$$

$$v = C_0 N \frac{\sin\left(\frac{My}{H_i}\right) \sinh\left(\frac{Mx}{H_i}\right)}{\left\{ \cos\left(\frac{My}{H_i}\right) + \cosh\left(\frac{Mx}{H_i}\right) \right\}^2} \quad (5)$$

ここで、 $C_0$ はBoussinesq<sup>7)</sup>の式(6)で表される静止液体上の孤立波の伝播速度である。

$$C_0 = \sqrt{g(H_a + H_i)}$$

式(4)、(5)での定数 $M, N$ は以下で与えられる。<sup>7)</sup>

$$\frac{H_a}{H_i} = \frac{N}{M} \tan \left\{ \frac{M}{2} \left( 1 + \frac{H_a}{H_i} \right) \right\} \quad (7)$$

$$N = \frac{2}{3} \sin^2 \left\{ M \left( 1 + \frac{2H_a}{3H_i} \right) \right\} \quad (8)$$

波形の初期条件は、Laitone<sup>9)</sup>の式(9)による静止液体上の孤立波の波形で与えた。

$$H = H_i + H_a \left\{ \operatorname{sech}^2(A\omega x) - \frac{3}{4} \left( \frac{H_a}{H_i} \right) \operatorname{sech}^2(A\omega x) \right. \\ \left. \times \left[ 1 - \operatorname{sech}^2(A\omega x) \right] \right\} \quad (9)$$

ここで  $A\omega x = (x/H_i) \sqrt{\{3H_a/(4H_i)\}\{1-5H_a/(8H_i)\}}$

水平方向軸 $x$ の原点は波頂位置である。なお、静止液体上での式(4)~(9)の各式の有効性は既報で確認されている。<sup>11)</sup>

### 4. 流動液体上の孤立波の特性

本節では、流動液体上の孤立波の伝播速度、波形、流速分布についての実験結果を提示し、それらの特性について論じるとともに流動液体が流動液体上の孤立波の流動特性に及ぼす影響を表す近似式を求める。また数値計算結果およびBenjaminの理論との比較検討を行う。

#### 4.1 伝播速度

一般に、静止液体上の孤立波の伝播速度は、初期水位  $H_i$  と波高  $H_a$  が与えられると一義的に決まる。Boussinesq の式 (6) は静止液体上の Sakaguchi らの実験値および Daily & Stephan による実験値<sup>10)</sup> とよく一致することが確認されている<sup>11)</sup>。

以下に流動液体上の孤立波の伝播速度の実験結果を示すとともに、数値計算結果および Benjamin<sup>12)</sup> の式の妥当性および流動液体上の孤立波と初期流れとの関係について検討を行う。Benjamin は流動液体上の孤立波の伝播速度を以下の式で与えた。

$$C = \bar{u}_b + \sqrt{gH_i \left\{ 1 + 3Fr_i^2 \Delta + \frac{H_a}{H_i} (1 + 4Fr_i^2 \Delta) \right\}} \quad (10)$$

ここで、 $Fr_i$  は初期流れのフルード数であり、液体の流速分布に依存する運動量補正係数  $\Delta$  とともに以下の式で定義される。

$$Fr_i \equiv \frac{|\bar{u}_b|}{\sqrt{gH_i}} \quad (11)$$

$$\Delta \equiv \int_0^{H_i} \left\{ \frac{u_b(y) - \bar{u}_b}{\bar{u}_b} \right\}^2 dy / H_i \quad (12)$$

式 (10) より伝播速度は初期流れの平均流速に深く関係していると考えられるので、 $H_i$ 、 $H_a$  を一定にした場合の本実験範囲内での実験結果と数値計算結果および本実験範囲外での数値計算結果の伝播速度  $C$  を初期流れの平均流速  $\bar{u}_b$  に対してプロットした結果を図 4 に示す。実験結果は与えられた  $H_a$ 、 $H_i$  に対して平均流速  $\bar{u}_b$  の一次関数となっている。実験結果は Benjamin の式による値と  $\pm 5\%$  以内でよく一致している。また、数値計算結果は差分メッシュの大きさにより、若干 Benjamin の式による値と異なるが、全体的には実験結果と Benjamin の式による値にはほぼ一致している。これより本実験範囲内および範囲外で Benjamin の伝播速度の式はその妥当性が確認でき、本数値計算も流動液体上の孤立波に対して有効であると言える。

ところで、元来 Benjamin の式そのものは  $\bar{u}_b$  の一次関数ではなく式 (10) 中には流動液体の慣性力を考慮にいたした項  $Fr_i^2$ 、 $\Delta$  が存在する。本実験範囲の各  $\bar{u}_b$  に対する  $Fr_i$ 、 $\Delta$  と  $Fr_i^2 \Delta$  の値を表 1 に示す。表 1 より  $Fr_i^2 \Delta$  の値は本実験範囲において 1 と比べて非常に小さいのでこ

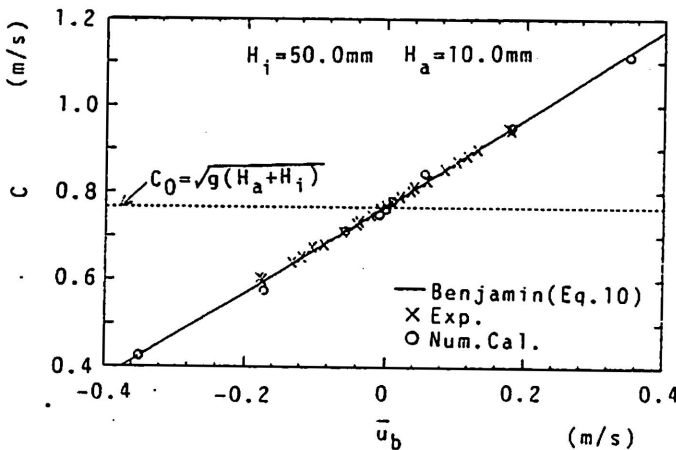


Fig. 4 Wave propagation velocity

Table 1 Values of  $Fr_i$ ,  $\Delta$  and  $Fr_i^2 \Delta$

$\bar{u}_b$ (m/s)	$Fr_i$	$\Delta$	$Fr_i^2 \Delta$
-0.0094	0.0134	0.45	$8.08 \times 10^{-5}$
0.0094	0.0134	0.45	$8.08 \times 10^{-5}$
-0.173	0.247	0.037	$2.26 \times 10^{-3}$
0.179	0.256	0.029	$1.90 \times 10^{-3}$

の  $Fr_i^2 \Delta$  項を無視しても差し支えない。したがって、式(10)は次式のように近似できる。

$$C = C_0 + \bar{u}_b \quad (13)$$

静止液体上での孤立波の伝播速度は  $\Delta = 0$  かつ  $\bar{u}_b = 0$  であるから式(13)は式(6)と一致する。したがって式(13)は静止液体上の孤立波の場合も含んだ流動液体上の伝播速度の式であることがわかる。

もし流動液体上の孤立波の伝播速度が式(13)で近似的に表せるならば、流動液体上の孤立波の伝播速度から初期流れの平均流速を引いたものは静止液体上の孤立波の伝播速度に対応できるはずである。そこで、流動液体上の伝播速度から平均流速を引いたものを浅水波の伝播速度の  $\sqrt{gH_i}$  で除した無次元伝播速度  $(C - \bar{u}_b) / \sqrt{gH_i}$  と波高を初期水位で除した相対波高  $H_a / H_i$  を座標軸にとって流動液体上の実験値を静止液体上の Sakaguchi らの実験値<sup>11)</sup>、Daily & Stephan<sup>10)</sup> の実験値とともに図5に示す。すべてのデータは、静止液体上の伝播速度とよく一致していた Boussinesq の式(6)で近似的に表されることがわかる。したがって、式(13)は本実験範囲において妥当な近似式であると考えられる。

一般に  $\bar{u}_b$  が小さく流れが層流である場合には  $\Delta$  の値は相対的に大きくなるが、逆に  $Fr_i$  の値は小さくなる。一方、 $\bar{u}_b$  が大きく流れが乱流となると  $\Delta$  の値は小さく、 $Fr_i^2$  の値が大きくな

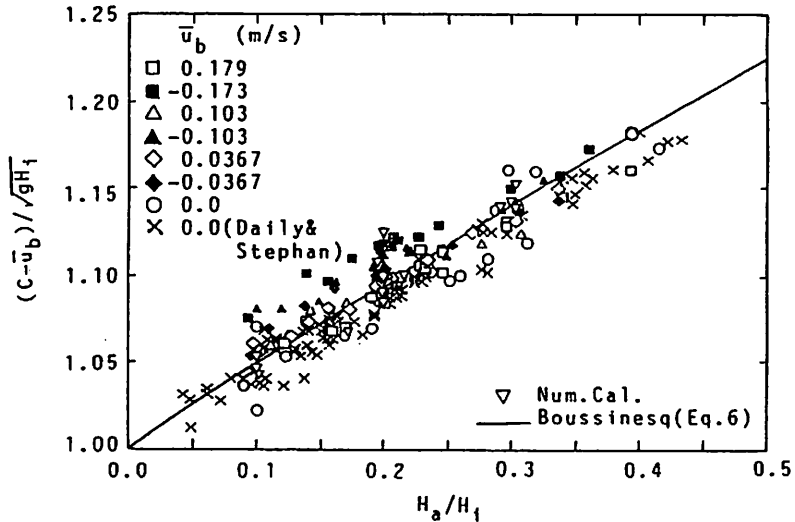


Fig. 5 Dimensionless wave propagation velocity

る。いずれにしても、 $F r_i^2 \Delta$ の値は1に比べてかなり小さい。そのため例えば、 $H_i=50\text{mm}$ 、 $H_o=10\text{mm}$ で、 $\bar{u}_b=-2\sim 3\text{m/s}$  ( $F r_i=0\sim 4.29$ )の範囲では式(10)と式(13)の相違は3%以内であり、 $\bar{u}_b=0.2\text{m/s}$  ( $F r_i=0.29$ )、 $H_o/H_i=0.2$ に対して初期水位 $H_i$ を1mmから100mmまで変化させても、式(10)と式(13)の相違はせいぜい5%以内である。このことから、本実験範囲外でも式(13)は式(10)のよい近似式であると言える。したがって、流動液体上の孤立波の伝播速度は本実験範囲のみならずかなり広い範囲で式(13)でよく近似できることになる。言い換えれば、流動液体上の孤立波の伝播速度は静止液体上の孤立波の伝播速度に初期流れの平均流速を加えたもので近似的に表される。このことは、長波に対する線形理論から得られるものと同じであり<sup>10)</sup>、伝播速度に関しては流速分布が一様でないことによる運動量の補正項の効果が小さいと考えられる。すなわち、流動液体上の孤立波の伝播速度は、液相の局所の流速によるよりは、流動液体全体の運動によって決定されると考えられる。

#### 4.2 波形

静止液体上の孤立波の波形は、伝播速度と同様に $H_o$ と $H_i$ が与えられると一義的に決まり、Laitone<sup>9)</sup>の式(9)でよく表すことができる<sup>11)</sup>。

以下に流動液体上の孤立波の波形の実験結果を示すとともに、数値計算結果およびBenjamin<sup>12)</sup>の式の妥当性および流動液体上の孤立波と静止液体上の孤立波との関係について検討を行う。

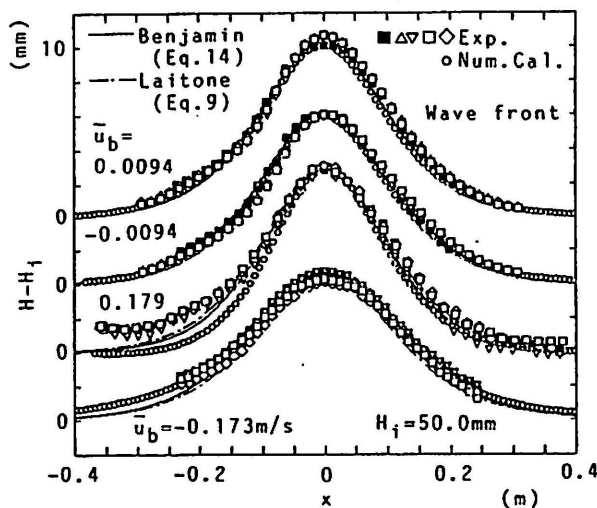


Fig.6 Wave profile

流動液体上の孤立波の波形の実験結果と数値計算結果を図6に示す。図中の実線は式(14)で与えられるBenjaminによる結果であり、一点鎖線は静止液体上のLaitoneの式(9)である。なお、式(14)における波高を表すパラメータ $a$ 、波の幅を表すパラメータ $b$ については付録に示している。

$$H = H_i + a \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{x}{b}\right) \quad (14)$$

波形は前面と後面で主として平均流速が大きい場合に二次波の影響のために少し異なる。本実験もしくは数値計算では二次波の影響がさげられず、したがってここでの議論は波の前面に限定して行う。波の前面に限定すると実験結果とBenjaminの式(14)による値およびLaitoneの式



(9)による値との差は±2%以内にある。したがって、流動液体上の孤立波について本実験範囲内ではBenjaminの式(14)は有効であると言える。また、本実験範囲内では流動液体上の孤立波の波形は近似的に静止液体上の孤立波に対するLaitoneの式(9)でも表すことができると言える。

前述のように数値計算は本実験とよく一致していたので、波形が流動液体の影響を受けないことが本実験範囲を越えたより広い範囲でも成り立つか否かについて、数値計算結果とBenjamin、Laitoneの式とを比較することによって調べておく。計算条件としては $\bar{u}_b = \pm 0.35\text{m/s}$  ( $Fr_i = 0.5$ )とした場合において数値計算結果とBenjaminの式(14)およびLaitoneの式(9)による結果の比較を図7に示す。初期流れの流速分布としては数値計算に対しては1/7乗則を、Benjaminの式に対しては彼の論文で用いている界面で最大値、底面で零である直線分布をそのまま用いた。図中の二点鎖線と点線はそれぞれBenjaminの式の順行と逆行の波形であり、実線は静止液体上のLaitoneの式による波形である。

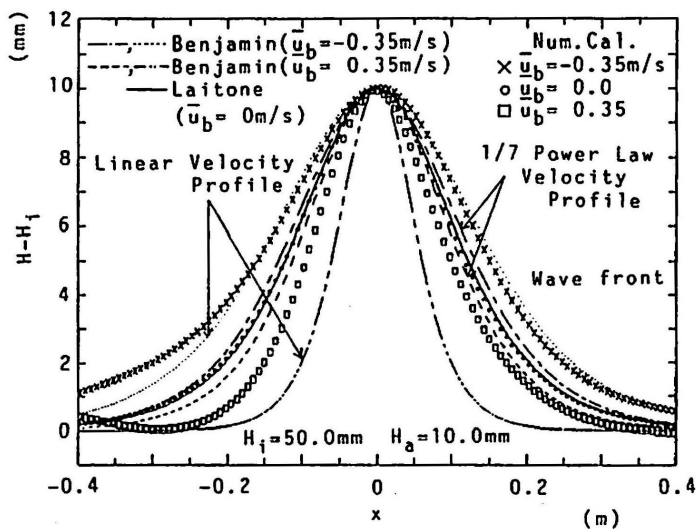


Fig. 7 Wave profile

数値計算結果間の比較および数値計算結果とLaitoneの式との比較より、この程度の大きさの平均流速となると波形に及ぼす液体の流動の影響が顕著になる。つまり、順行の場合、流動液体上の波形の幅は静止液体上のものと比べて狭くなり、逆行の場合は静止液体上のものと比べて広がる。この傾向はBenjaminの式でも見られるが、静止液体上のものからの相違は数値計算結果よりかなり大きい。

Benjaminの式において初期流れの流速分布に数値計算の場合と同じ1/7乗則を用いてパラメータ $a$ 、 $b$ を数値積分によって計算して求めた波形を図7に、破線(順行)と一点鎖線(逆行)で示す。この場合は、波形の静止液体上のそれからの偏差は先の初期流れの流速分布が直線の場合よりもかなり小さくなり、数値計算結果はこれら二つのBenjaminの結果の間に位置することになる。Benjaminの解析では解析解を求めるという目的のために孤立波の存在する部分での流速分布は孤立波の存在しない初期流れにおける流速分布と相似なものと仮定されており、後述のように実際の流れ場を正しく評価したものになっていない。元来、波形と流速分布は互いに密接な関係で結ばれているので、流速分布が異なれば波形も当然異なったものになる。し

たがって、Benjaminの解析は数値計算と定性的な一致はみられるが、流動液体上の孤立波の波形に関して初期流れの平均流速の大きな範囲では適用しがたい。このことは、伝播速度に関しては運動量の補正項の効果が小さいと考えられたが、波形に関しては運動量の補正項の効果を無視することができず、流速分布そのものの影響を受けることを意味する。

ところで、孤立波の波形を表す際に、静止液体上の孤立波の波形は、波頂と $H-H_i=0.5H$ となる位置との距離で表される半値幅 $x_{0.5}$ を用いて次式のように表すことができた。

$$\frac{H-H_i}{H_a} = \operatorname{sech}^2 \left\{ 0.867 \left( \frac{x}{x_{0.5}} \right) \right\} \quad (15)$$

Benjaminは流動液体上の孤立波の波形を波とともに移動する座標系を用いて表しているので、流動液体上の孤立波の波形は伝播速度 $C$ に関係していると考えられる。したがって、流動液体上の孤立波の波形の半値幅 $x_{0.5}$ も伝播速度 $C$ に関係していることが予想される。その半値幅を求めるには、Laitoneの波形の式(9)を用いたのでは解析的に定式化が困難である。そこで、より定式化が簡単な静止液体上のMcCowanの波形の式(16)を用いることにする。

$$H = H_i + H_a \cdot \operatorname{sech}^2 \left\{ \sqrt{\frac{3H_a}{4(H_i + 19H_a/12)}} \cdot \frac{x}{H_i} \right\} \quad (16)$$

ただし、McCowanの波形の式による半値幅は実験結果より1.11倍大きい。したがってここでは、流動液体上の孤立波の半値幅 $x_{0.5}$ をMcCowanの波形の式(16)から得られる半値幅に修正係数0.903を乗じた半値幅 $x_{0.5}^*$ で正規化した無次元半値幅 $x_{0.5}/x_{0.5}^*$ と流動液体上の孤立波の伝播速度に対応した修正フルード数 $F_{ra}$ との関係をプロットしたものを図8に示す。本実験における $F_{ra}$ は比較的狭い範囲に限られるため、より広い範囲における半値幅と修正フルード数の関係を明らかにするために、 $x_{0.5}$ には流動液体上の孤立波の数値計算結果から得られた半値幅を用いた。また半値幅 $x_{0.5}^*$ は式(17)で表され、修正フルード数 $F_{ra}$ は式(18)で定義される。

$$x_{0.5}^* = 0.903 \times 0.881 \cdot H_i \sqrt{\frac{4}{3} \left( \frac{H_i}{H_a} + \frac{19}{12} \right)} \quad (17)$$

$$F_{ra} \equiv \frac{C}{\sqrt{g(H_a + H_i)}} = \frac{\bar{u}_b}{\sqrt{g(H_a + H_i)}} + 1 \quad (18)$$

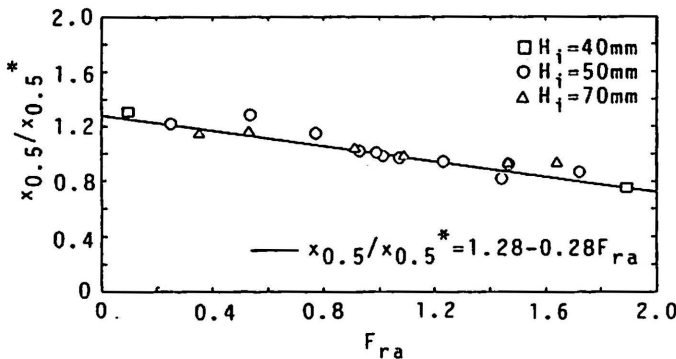


Fig.8 Half-value distance of wave profile

無次元半値幅 $x_{0.5}/x_{0.5}^*$ は修正フルード数 $F_{r_0}$ が増加するにつれて減少する。なお、図中の実線は数値計算結果を回帰したものであり、次式で表される。

$$\frac{x_{0.5}}{x_{0.5}^*} = 1.28 - 0.28 F_{r_0} \quad (19)$$

そこで、流動液体上の孤立波の半値幅を用いて無次元化した数値計算結果の波形を図9に示す。図中の実線は式(15)、(17)~(19)を用いて求めた波形である。波の前面において各数値計算結果はほぼ一本の曲線で表されることがわかる。また実線と無次元化された数値計算結果はよく一致している。したがって、式(17)~(19)を用いると流動液体上の孤立波の波形は静止液体上の場合と同じ式(15)で表されることがわかる。

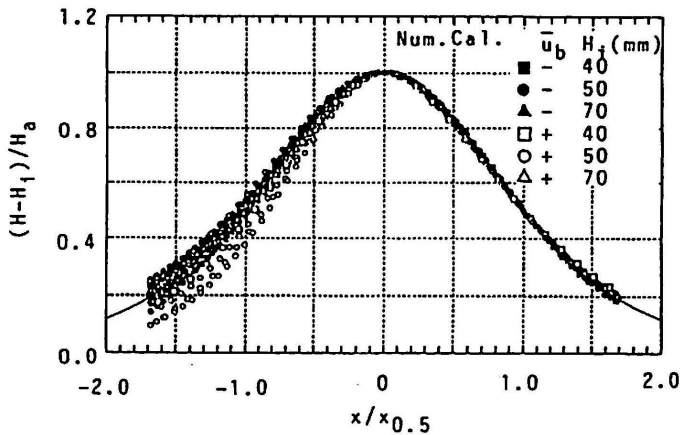


Fig. 9 Dimensionless wave profile

#### 4.3 流速分布

静止液体上の孤立波の流速分布は既報<sup>11)</sup>に詳述しているので、ここではまずその概要について述べておく、静止液体上の孤立波に関する流速分布の実験結果、数値計算結果および McCowan の式によれば、一般に水平方向速度  $u$  は水平方向座標軸  $x$  に沿って増加し、波頂下で最大値をもってその後減少する。 $u$  の分布は波の前後で二次波の影響が小さければほぼ対称となる。垂直方向速度  $v$  は波の前面で正の極大値を持ち、波の後面では負の極小値を持つ。また、波頂位置で  $v$  は零となる。これらの傾向はどの高さにおいても変わらない。つまり、波の前面で流速ベクトルは斜め上方を示し、液体を持ち上げる方向を向き、後面では押し下げる向きを示す。このことによって波が移動していくことになる。

次に、流動液体上の孤立波に関する実験結果について述べる。ここではまず、 $\bar{u}_b = \pm 0.0094, -0.173, 0.179 \text{ m/s}$  の条件のもとで行われた流速分布の実験結果を各速度成分  $u, v$  を別々に図10~13に数値計算結果とともに示す。なお、本実験では液体界面のごく近傍での流速は測定できなかった。また、実験結果は3回の実験の平均値であり各高さにおける標準偏差は表2に示される。一般に流動液体上の孤立波に関しても静止液体上の孤立波の場合と同様に水平方向速度  $u$  は波頂位置で最大値をとり、波頂から離れるにつれ減少する。また一方、垂直方向速度  $v$  は静止液体上のものと同様に、波の前面で正の値で極大値をもった後、波頂位置で零、波の後面では負の値で極小値をもって零に漸近する。 $u$  の値については順行の  $\bar{u}_b = 0.0094 \text{ m/s}$  の場合は、静止

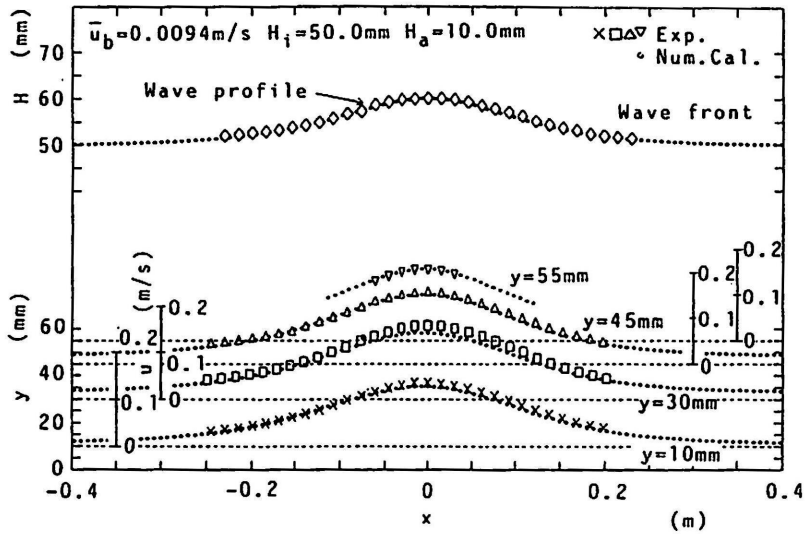


Fig.10(a) Horizontal component of liquid velocity ( $\bar{u}_b=0.0094\text{m/s}$ )

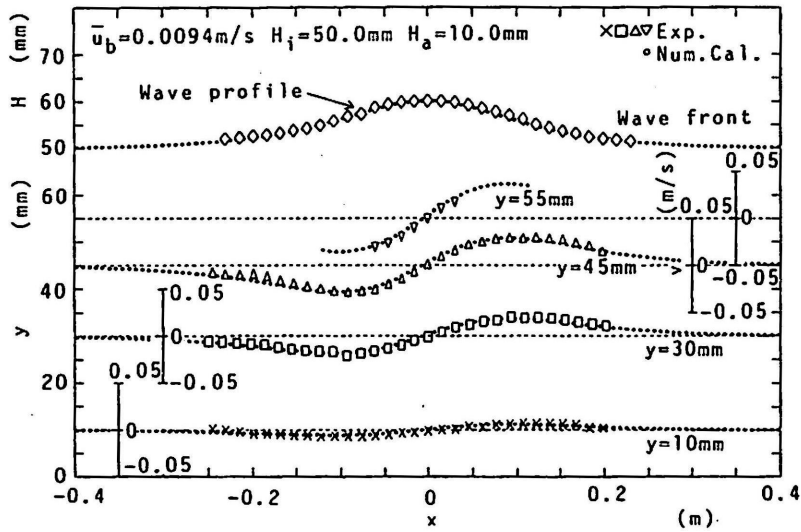


Fig.10(b) Vertical component of liquid velocity ( $\bar{u}_b=0.0094\text{m/s}$ )

液体上のものより大きく、逆行の $\bar{u}_b=-0.0094\text{m/s}$ の場合は、静止液体上のものより小さい。順行の $\bar{u}_b=0.179\text{m/s}$ の場合は、静止液体上のものより、また順行の $\bar{u}_b=0.0094\text{m/s}$ のものより大きい。逆行の $\bar{u}_b=-0.173\text{m/s}$ の場合は、 $u$ の値は負となるが、 $v$ の値は波の前面で正、後面で負の値であり、図13(a)で右方向に波が伝播していることがわかる。

数値計算結果も実験結果と同様な特性を示し、かつまた両者はよく一致している。このことから本数値計算は流動液体上の孤立波に対しても有効であると言える。

以上のように水平方向速度 $u$ に及ぼす $u_b$ の影響は顕著で、ある高さにおいて $u_b$ が孤立波の流速 $u$ より大きい場合には負の値になる場合もある。ここで、このような流速分布、主として $u$ の

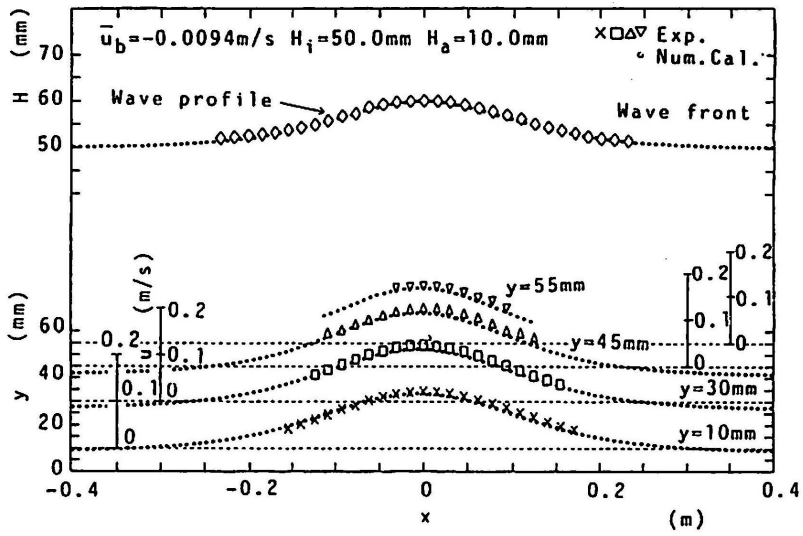


Fig.11(a) Horizontal component of liquid velocity ( $\bar{u}_b = -0.0094\text{m/s}$ )

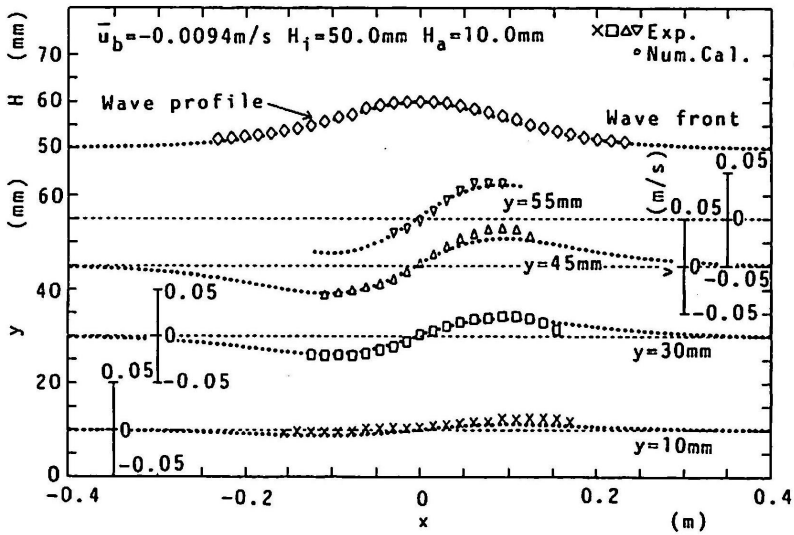


Fig.11(b) Vertical component of liquid velocity ( $\bar{u}_b = -0.0094\text{m/s}$ )

分布に関して孤立波と流動液体の間の相互関係について議論する。流動液体上の孤立波の伝播速度は近似的に初期流れの平均流速と静止液体上の孤立波の伝播速度の和で表すことができたので、この考えを流速分布について拡張して用いる。つまり、流動液体上の孤立波の流速分布は初期流れの流速分布と静止液体上の孤立波の流速分布の和で表すことができると仮定すると、各測定高さにおいて流動液体上の孤立波の流速から初期流れの流速を引くと静止液体上の孤立波の流速と同じになるはずである。なお初期水位以上のところでは元来液体の盛り上がりがなく初期流れが存在しないので、式(1)~(3)から得られる流動液体の界面 ( $y = H_i$ ) での値を初期流れの流速とする。各高さにおいて流動液体上の孤立波の流速の水平方向速度から初期流れ

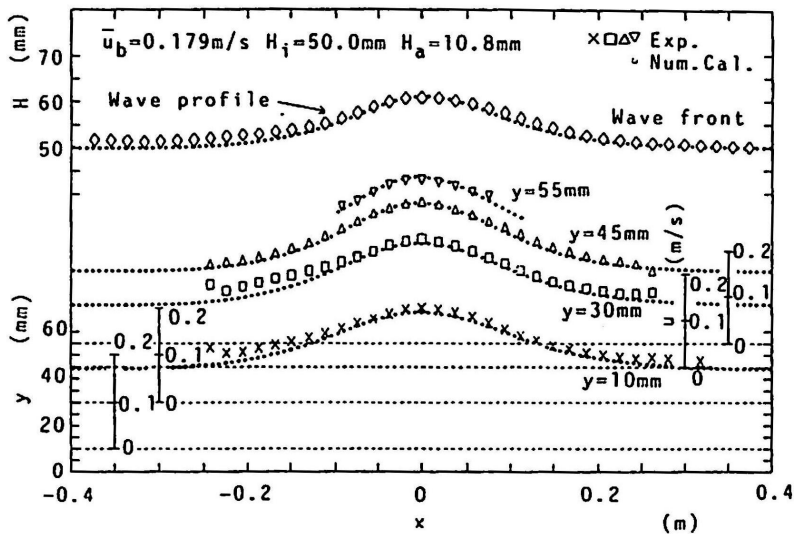


Fig.12(a) Horizontal component of liquid velocity ( $\bar{u}_b=0.179\text{m/s}$ )

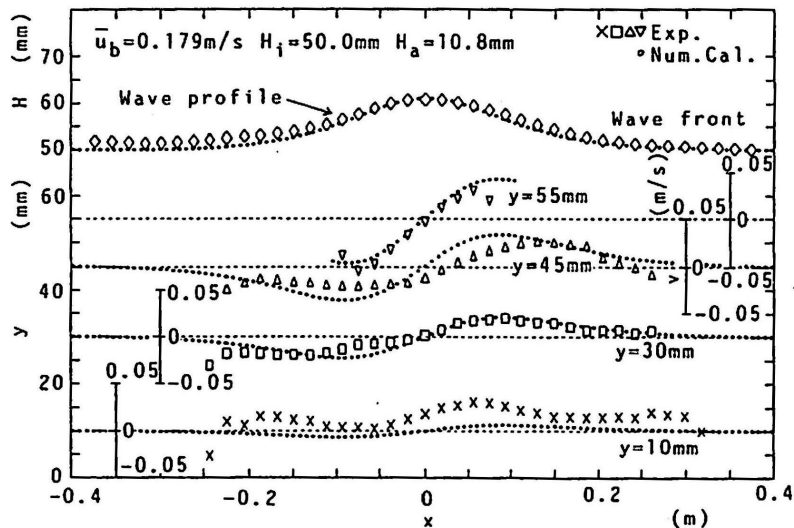


Fig.12(b) Vertical component of liquid velocity ( $\bar{u}_b=0.1794\text{m/s}$ )

の流速を引いた  $u-u_b$  の一例を図14~15に示す。 $u-u_b$  の実験結果も数値計算結果も、静止液体上の結果とよく一致していたMcCowanの式(4)とほぼ一致している。なお、初期水位以上のところでは、 $u-u_b$  の値がMcCowanの式による値より少し異なっているが、ここでは元来初期流れが存在しないので流動液体の界面での値を初期流れの値としたためであると考えられる。したがって、本実験範囲では流動液体上の孤立波の流速の水平方向速度分布は初期流れの流速分布と静止液体上の孤立波の水平方向速度の分布の和、つまり  $u(y) = u_b(y) + u_0(y)$  ほぼ表すことができることがわかる。

初期流れにおいて  $v(y)$  は二次流れによるもので、主流のせいぜい数%で非常に小さい。<sup>17)</sup>ま

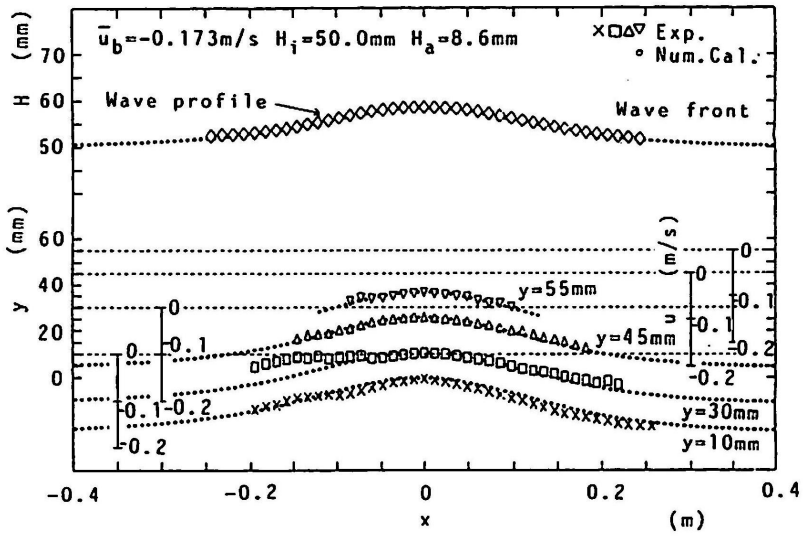


Fig.13(a) Horizontal component of liquid velocity ( $\bar{u}_b = -0.173\text{m/s}$ )

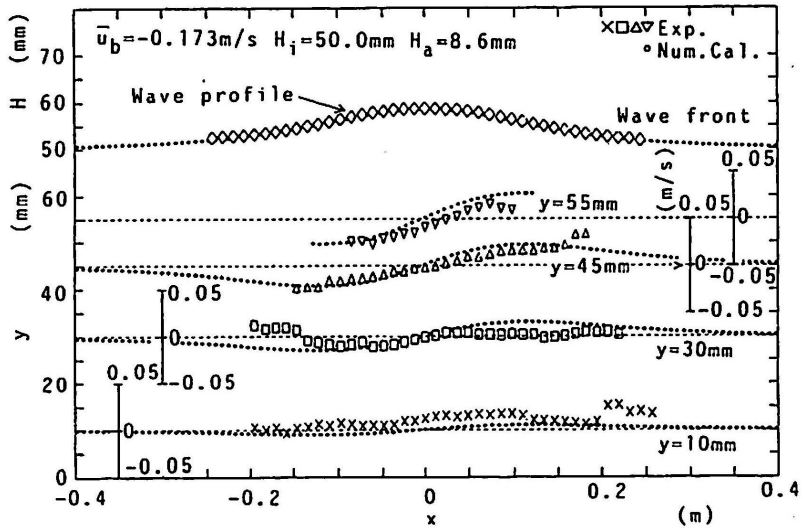


Fig.13(b) Vertical component of liquid velocity ( $\bar{u}_b = -0.173\text{m/s}$ )

た、本研究ではこれの定量的な評価は現時点では困難であるので、近似的に  $v_b(y) = 0$  とする。したがって、流動液体上の孤立波の流速の垂直方向速度分布は、 $v(y) = v_0(y)$  と書ける。

上述のことが本実験範囲外でも成り立つかどうかを数値計算を用いて議論する。計算条件として、 $\bar{u}_b = \pm 0.35\text{m/s}$  ( $Fr_i = 0.5$ ) と  $\bar{u}_b = 0\text{m/s}$  でまた波形の場合と同様に数値計算の初期流れの初期条件としては  $1/7$  乗則を用いた。この程度の平均流速になると、波形の場合と同じように順行の場合にはその分布の幅が静止液体上のものより狭くなり、逆行の場合には広がる。そこで  $(u - u_b)/u_{m,x}$  と距離  $x$  を波形に関して用いた半値幅  $x_{0.5}$  で除して示した流速分布を図16に示す。図より、半値幅を用いて表すと各  $\bar{u}_b$  はそれぞれの高さで一本の曲線で表される。したがっ

Table 2 Standard deviations of velocity profiles

$\bar{u}_b$ (m/s)	$y$ (mm)	S.D. ( $\times 10^{-2}$ m/s)	
		$u$	$v$
-0.0094	10	0.208	0.305
	30	0.104	0.171
	45	0.487	0.417
	55	0.535	0.548
0.0094	10	0.488	0.170
	30	0.142	0.245
	45	0.393	0.305
	55	0.240	0.311
-0.173	10	1.543	1.516
	30	1.450	1.204
	45	0.775	0.994
	55	0.903	0.931
0.179	10	0.439	2.240
	30	1.059	1.169
	45	0.743	0.633
	55	0.764	0.718

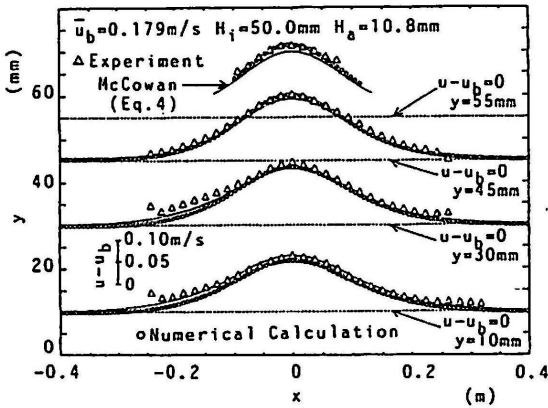


Fig. 14 Horizontal component of liquid velocity relative to initial liquid flow ( $\bar{u}_b = 0.179$  m/s)

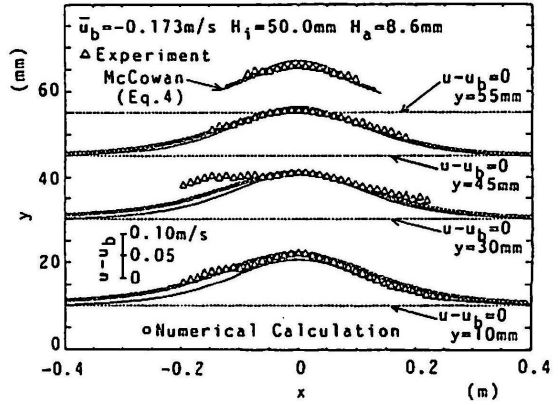


Fig. 15 Horizontal component of liquid velocity relative to initial liquid flow ( $\bar{u}_b = -0.173$  m/s)

て、この半値幅には流動液体の影響も含まれているので、このような流速分布は以下に示される近似式として与えられる。

$$\frac{u - u_b}{u_{max}} = \text{sech}^2 \left\{ 0.867 \left( \frac{x}{x_{0.5}} \right) \right\} \quad (20)$$

また、 $\bar{u}_b = \pm 0.07$  m/s ( $Fr_i = 0.1$ )、 $\bar{u}_b = \pm 0.35$  m/s ( $Fr_i = 0.5$ )における相対波高  $H_o/H_i = 0.1$ 、



0.2, 0.3の場合の各高さ $y$ における $u_{max}$ から、各高さの初期流れの流速 $u_b$ を引いたものを図17に示す。なお実線は静止液体上の孤立波に対するMcCowanの式(4)から求めた $u_{max}$ の値である。 $H_a/H_i$ の大きいもの、また $y$ が低い領域では $u_{max}-u_b$ の値はMcCowanの式による値とは異なっているが、 $H_a/H_i$ が小さいもの、また $y$ が界面よりやや下の領域では $u_{max}-u_b$ の値はよく一致している。したがって、 $u_{max}-u_b$ の値は相対波高が大きく、また高さが低い領域を除いて、静止液体上の孤立波に対するMcCowanの(4)と1/7乗則よりほぼ予測することができる。

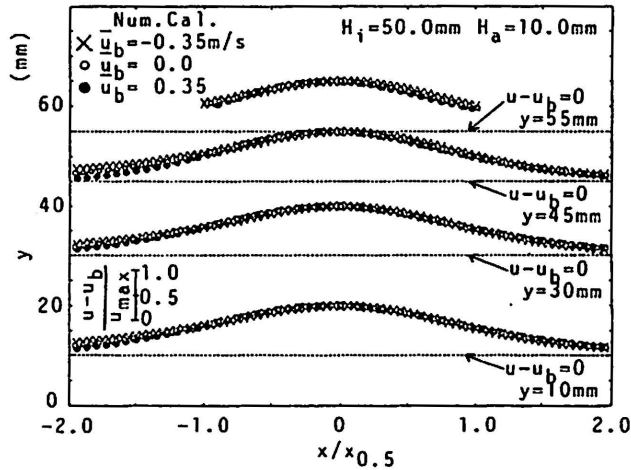


Fig.16 Dimensionless horizontal component of liquid velocity

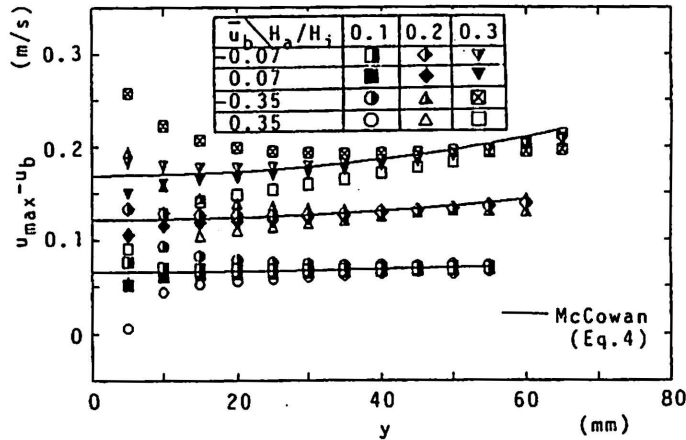


Fig.17 Maximum horizontal component of liquid velocity relative to initial liquid flow

### 5. 結論

気液二相分離流中における孤立波の動的挙動やスラッシングおよび過渡スラグに至る過程の解明を行う第一段階として、気流の存在しない流動液体上の孤立波について実験および数値計算を行い、その伝播速度、波形、流速分布のデータおよびその関係式を提示した。また、数値計算結果は実験結果とよく一致し、このことから本数値計算は流動液体上の孤立波に対して有

効であることがわかった。

Benjaminの理論は本実験範囲においては伝播速度、波形について実験結果とよく一致し、その妥当性が検証された。しかし本実験範囲外では伝播速度は平均流速の比較的広い範囲でその妥当性が検証されたが、波形は平均流速が大きくなると定性的には一致するが定量的には一致しないことがわかった。

流動液体上の孤立波の伝播速度は、初期流れの平均流速の比較的広い範囲で初期流れの平均流速と静止液体上の孤立波の伝播速度の和で表すことができた。波形は初期流れの平均流速が小さい範囲では、静止液体上の孤立波の波形とはほぼ同じであったが、平均流速が大きくなると順行の場合にはその波の幅が静止液体上のものより狭くなり、逆行の場合には広くなることがわかった。流速分布は初期流れの平均流速が小さい範囲では、初期流れの流速分布と静止液体上の孤立波の流速分布の和で表すことができたが、平均流速が大きくなると、線形和で表すことができず、波形の場合と同じように順行の場合にはその分布の幅が静止液体上のものより狭くなり、逆行の場合には広くなることがわかった。また、波形、流速分布とも半値幅を用いて整理するとほぼ一本の曲線まわりに分布することがわかり、半値幅を用いて波形、流速分布の関係式が得られた。

#### 謝辞

本研究の実験を遂行するにあたり、協力頂いた当時神戸大学工学部の学生の井上誠司、樋口徹、村井泰彦、宮崎和之の諸氏に感謝する。最後に、本研究は昭和57年度文部省科学研究費奨励研究Aを受けたことを付記し、謝意を表する。

#### 参考文献

- (1) Taitel, Y. and Dukler, A. E.: AICHE J., Vol. 22-1, 47-55 (1976).
- (2) Sakaguchi, T. et al.: Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 26, 445-459, University of Tokyo Press (1978).
- (3) Wallis, G. B. and Dobson, J. E.: Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1, 173-193 (1973).
- (4) Kordyban, E. S. and Ranov, T.: Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 92, 857-864 (1970).
- (5) Mishima, K. and Ishii, M.: Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 102, 441-445 (1980).
- (6) Hihara, E. and Saito, T.: ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Vol. 1, 19-24 (1983).
- (7) Wiegand, R. L.: Oceanographical Engineering, Prentice-Hall, 65-76 (1964).
- (8) McCowan, J.: Phil. Mag., Ser. 5, Vol. 32-7, 45-48 (1891).
- (9) Laitone, E. V.: J. Fluid Mech., Vol. 9-3, 430-444 (1960).
- (10) Daily, J. W. and Stephan, S. C. Jr.: Trans. ASCE., Vol. 118, 575-587 (1953).
- (11) Sakaguchi, T. et al.: Memoirs of Faculty Engineering, Kobe Univ., No. 33, 33-62 (1986).
- (12) Benjamin, T. B.: J. Fluid Mech., Vol. 12, 97-115 (1962).
- (13) Sakaguchi, T. et al.: Multiphase Transport, Fundamental Reactor Safety, Vol. 1, Hemisphere Pub., 45-74 (1980).
- (14) Nezu, I. and Rodi, W.: J. Hydro. Eng., Vol. 112-5, 335-355 (1986).
- (15) Hirt, C. W. et al.: L. A. 5852, Los Alamos, 1-50 (1975).
- (16) バーナード・デ・メオーテ著、堀川清司訳：応用流体力学入門、東京大学出版会、197-272 (1979).

(17) Banat, M. and Masbernat, L.: 混相流シンポジウム'88講演論文集、29-32(1988).

付録

流動液体上の孤立波の波形をBenjaminは式(14)で与えた。式中で用いられている波高を表すパラメータ $a$ 、波の幅を表すパラメータ $b$ は以下に示される。

$$b = 2H_i \left\{ \frac{I_2(1) \beta(1) - \alpha(1)}{g^{-1} - I_2(1)} \right\}^{1/2} \quad (\text{A-1})$$

$$a = H_i \frac{g^{-1} - I_2(1)}{g I_4(1)} \quad (\text{A-2})$$

$$I_2(1) = \int_0^1 \frac{dZ}{W^2(Z)} \quad (\text{A-3})$$

$$I_4(1) = \int_0^1 \frac{dZ}{W^4(Z)} \quad (\text{A-4})$$

$$\alpha(1) = \int_0^1 \int_0^X \int_0^Y \frac{W^2(Y)}{W^2(X) \cdot W^2(Z)} dZ dY dX \quad (\text{A-5})$$

$$\beta(1) = \int_0^1 \int_0^Y \frac{W^2(Y)}{W^2(Z)} dZ dY \quad (\text{A-6})$$

$$W(y) = u_b(y) - C \quad (\text{A-7})$$