多数目的非線形ナップザック問題の応用と可視化

仲川　勇二*　　ノーマン・D．クック*　　上島　紳一*
林　　武文*　　井浦　　崇*

要　旨

非線形ナップザック問題（分離形非線形離散最適化問題）は，よく知られたナップザック問題をその特殊な場合として含み応用範囲が広いにも関わらず，研究者は非常に少ない．本稿では，非線形ナップザック問題の研究の歴史を概観し，その拡張形である多目的非線形ナップザック問題（目的関数が4個以上の多数目的の場合を含む）の厳密解法を説明し，多目的非形ナップザック問題の実用化についても考察する．また，多目的最適化の場合，複数の評価基準を取り扱うことが必要であり多目的最適化問題を解いて得られたパレート解集合の個々の解は互いに一長一短の特性をもつ．このパレート解の集合から意思決定者にとって最も良い解を選択するために役立つ可視化の技術について提案する．

キーワード：組み合わせ最適化，多目的，多数目的，非線形ナップザック，可視化

Application and Visualization of the Many-objective Nonlinear Knapsack problem

Yuji NAKAGAWA　　Norman D. COOK　　Shinichi UESHIMA
Takefumi HAYASHI　　Takashi IURA

Abstract

Nonlinear knapsack problems, which are also called “separate nonlinear discrete optimization problems,” include the (0−1) knapsack problem, which is well known as a special case. Of course the application range of the nonlinear knapsack problem is wide, but the number of researchers is very few. In this paper, we describe a general view of the history of the research on the nonlinear knapsack problem. We explain the exact method for solving multi-objective nonlinear knapsack problems, which is an extension of the nonlinear knapsack problem and includes four or more objective functions. Practical usages of the multi-objective nonlinear knapsack problem are considered. Furthermore, we handle two or more criteria of multi-objective optimization problems when we solve the multi-objective

* 関西大学総合情報学部

optimization problem. Each of the obtained Pareto solutions, which have characteristic merits and demerits, is evaluated by using multiple criteria. We propose a visualization technology, which a decision-maker uses in choosing the best compromised solution out of these Pareto solutions.

Key word: Combinational Optimization, Many-objective Optimization,
Multi-objective Optimization, Visualization

1．はじめに

本稿においては，目的関数が４個以上の多数目的の場合を含む多目的非線形ナップザック問題の応用とその際必要となる可視化技術について議論する．

非線形ナップザック問題は，数理計画の重要な分野で組合せ最適化問題のひとつである，多次元非線形ナップザック（multidimensional nonlinear knapsack）問題は，多制約分離形非線形離散最適化問題（multiple-constraint separable nonlinear discrete optimization problem）のことである．非線形ナップザック問題の特別な場合として，非線形の資源配分問題（resource allocation problem）がある．多次元非線形ナップザック問題は，線形のナップザック問題のほとんどをその特別な場合として含んでおり，ナップザックと名前がつく問題の中ではもっとも解くことが難しい問題である．当然，実用面では他のナップザック問題よりも応用範囲が広く重要な問題である．

非線形ナップザック問題が文献において最初に現れたのはIEEEの信頼性工学の分野であると考えられる．1956年のMoskowitz，McLean[1]あるいは日本人として最初の1959年のMine[2]の論文では，信頼度を最大化する最適化問題が取り扱われた．複数のサブシステムからなるシステムは，サブシステムを複数個並列冗長することでシステムの信頼度を向上させることができる．このとき全体のコストが許容制限内で信頼度を最大にする冗長配分を決定する問題が最適冗長配分問題である．この問題は少し規模が大きくなると厳密に解くことができないため，ヒューリスティック解法が活発に研究されたが，厳密解法の研究は極めて少なかった．非線形ナップザック（Nonlinear Knapsack）という用語が初めて登場するのは，1976年のMorin，Marsten[3]においてである．

非線形ナップザック問題の厳密解法としては，1978年に発表されたMarsten，Morin[4]の動的計画法と分枝限定法のハイブリッド解法が有名である．しかしこの解法では複数制約の大規模な非線形ナップザック問題を解くことは困難であった．制約が複数であるという困難（DPでいう次元の呪い）を突破するための光が，Glover[5]の代理制約の考え方である．複数の制約条件式の各制約に重み（代理乗数）を付けて足し合わせ一つの制約（代理制約）とし，複数制約の代わりをさせるという考えである．この代理制約問題の最適な代理制約乗数を決定することは，線形の問題の場合は比較的簡単であるが，問題が非線形の場合は容易ではなかった．

この代理制約法に対して，多次元非線形ナップザック問題に利用可能な最適な代理乗数を決定するアルゴリズムを提案したのが，1980年の英国数学者Dyer[6] および仲川等の1981年[7]，1984年[8] の研究である．しかし，代理制約法を用いた解法は代理ギャップ（ギャップのため厳密解が見つからない場合）がある問題に対しては無力であった．この代理ギャップの問題を解決することは極めて困難で，Dyerらのグループも新たな成果を出すことができずに十数年が経過した．この代理ギャップの問題を解決したのが2003年の仲川[9] である．このとき用いたのが標的解法で，代理ギャップがある近辺の解を完全列挙することで厳密解を見つけることに成功している．

2007年にこの代理制約法を信頼性工学の分野で超難問として知られていたマルチコンポーネント混合選択問題に適用し，世界で初めて厳密解と保証された解を見つけることに成功した．1968年にFyffeら[10] は，二つの制約条件のもとで各サブシステムにおいて複数のコンポーネントから一つを選択し並列冗長として用いるマルチコンポーネント選択問題を提案し，また，2制約の最適化問題をDP（動的計画法）で解くために制約条件の一つにラグランジュ乗数を掛けて目的関数に移動して，制約条件が一つの非線形ナップザック問題へ変換することを試みた．このシステム信頼性最適化問題はコンポーネント選択と冗長数を同時に決定するため，当時としては厳密に解くことが極めて難しい問題であった．Nakagawaら[7] はこのマルチコンポーネント選択問題に対して代理制約を用いて二つの制約条件を一制約条件の問題に変換し原問題の代理双対問題を考え，さらに最適な代理乗数を決定する方法を提案し，Fyffeらのラグランジュ関数を用いたDPと性能比較するために，マルチコンポーネント選択問題の例題を変形し33問のテスト問題を作成した．実験結果よりラグランジュ関数を用いたDPよりも代理双対問題を解く代理制約問題の方が代理ギャップの面で優れていることが示された．その後，厳密解法の研究としての進展はなかったが，1996年にCoit, Smith[11] はNakagawaら[7] のマルチコンポーネント選択問題33問において，複数のコンポーネントの混合使用を許すことで困難度を更に高くしたマルチコンポーネント混合使用選択問題33問として再提案した．この組み合わせ最適化問題は，解空間の規模が7.6×10^{33}と非常に大きいため，既存の解法では厳密解を求めることができないと考えられ，様々なメタヒューリスティク解法を用いて近似解を求め，得られた解の品質を競う研究が十数年に渡り活発に行われた．大西ら[12] は，仲川が開発した改良代理制約法（ISC法：Improved Surrogate Constraint Method）[9] を，この問題に適用して，短いCPU時間で厳密解を求めることに成功した．

この標的解法を多目的の問題に適用したのが［13］－［16］の一連の研究である．文献［13］において，複数目的の離散最適化問題に対して代理乗数を用いて単一の目的関数の問題（代理目的問題）に変換し，この代理目的問題を解くことで原問題のパレート解（有効解，非劣解とも呼ばれる）を効率よく求めることができることを示した．Isadaら[14] は単一の制約条件式をもつ多目的問題の大規模問題に対して，意思決定者にとって必要とされるパレート解の部分集合を実用的な時間で求めることが可能であることを示した．この時一部のパレート解が欠ける

可能性があったが，仲川ら[15]においては，欠けるパレート解がないように列挙の時の標的の値を決定する方法を提案した．また，仲川ら[16]においてはある与えられた二目的のナップザック問題に対して厳密に全てのパレート解（欠けることがなくパレート解であることが保障された解）を列挙する解法を提案し，計算機実験で既存の解法と比べ格段に高速であることを示した．

2．多目的多次元非線形ナップザック問題

一般的によく知られたナップザック問題は，子供が遠足に行くときに，できるだけ好きな品物をナップザックに一杯詰めて持っていきたいときの問題である．詰め込みすぎると重たくて持っていけなくなる．重さの制約のもとで好ましさを最大にする品物（代替項目）の組み合わせを決定する問題がナップザック問題である．n 個の品物の好ましさの度合いと重さをそれぞれ c_i, a_i とし，重さの最大許容量を b とすると，0−1 ナップザック問題は次のように書ける．

$$\mathrm{P}^1\!: \max f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{s.t.} \quad g(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le b$$

$$x_i \in \{0, 1\} \, (i \in N)$$

と書ける．ここで，$x_i=1$ または 0 はナップザックに品物 i をそれぞれ入れるか入れないかを意味する．このナップザック問題で，重さの制約だけではなく容積やコスト等の制約を考えた場合，複数の制約条件式をもつ多次元(1) ナップザック問題となる．また，同じ品物を複数個入れることを許した問題は，整数値ナップザック問題と呼ばれる．

ナップザック問題で子供に好きなものばかり入れさせると，弁当を入れずにお菓子ばかり入れてしまうかもしれない．そこで，お菓子のグループからは一つの品物，弁当のグループからは一つの品物というように採用する品物に制約を入れると非線形ナップザックになる．

多次元非線形ナップザック問題（分離形離散最適化問題とも呼ばれる）は，n 個のプロジェクトがあり，そのプロジェクトに対して投入可能な m 種類の資源（人，費用，原材料等）があるものとする．それぞれのプロジェクト $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$ には k_i 個の考慮可能なレベル（代替項目）があるものとする．もしプロジェクト i でレベル $x_i \in \{1, \cdots, k_i\}$ を採用したとき，資源 $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$ の消費量は $g_{ji}(x_i)$ とし，その時のリターン（満足度，収益等）の量は $f_i(x_i)$ とおく．また，資源 j の最大許容消費量は b_j とすると

(1) 多次元という言葉は，複数の制約条件式をもつナップザック問題を動的計画法（Dynamic Programming）で解くときに多段決定過程で複数次元の取り扱いを必要とするためこの言葉が使われるようになった．当初，ナップザック問題は動的計画法が最も有効な解法と考えられていた．

$$\text{P: } \max f(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i)$$

$$\text{s.t. } g_j(x) = \sum_{i=1}^{n} g_{ji}(x_i) \le b_j \ (j \in \mathrm{M})$$

$$x_i \in \mathrm{K}_i (i \in \mathrm{N})$$

と書ける．ここで $\mathrm{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ は決定すべき変数ベクトルで，$\mathrm{M} = \{1, 2, \cdots, m\}$ は資源に対する制約条件式の添え字集合，$\mathrm{N} = \{1, 2, \cdots, n\}$ 決定変数の添え字集合，$\mathrm{K}_i = \{1, 2, \cdots, k_i\}$ は各変数 x_i の値は採用すべき代替項目を示す．

この多次元非線形ナップザック問題に q 個のリターンを考慮したのが多目的多次元非線形ナップザック問題である．すなわち

$$\text{P: } \max f(\mathrm{x}) = \left(f_1(x), f_2(x), \cdots, f_q(x)\right)$$
$$\text{s.t. } \mathrm{x} \in \mathrm{X}$$

ただし，$f_s(\mathrm{x}) = \sum_{i=1}^{n} f_{si}(x_i) \ (s = 1, 2, \cdots, q)$，$\mathrm{X} = \{x \in \mathrm{K} | g_j(x) \le b_j (j \in \mathrm{M})\}$，$\mathrm{K} = \{(x_1, x_2, \cdots, x_n) | x_i \in \mathrm{K}_i (i \in \mathrm{N})\}$．

3．多目的多次元非線形ナップザック問題の解法

3.1　加重和単一目的問題と代理目的標的問題

多目的多次ナップザック問題に対応した加重和（weighted sum scalarization）単一目的問題 $\mathrm{P}^s(\mathrm{w})$ と代理目的標的問題 $\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$ [14] は以下のように記述できる．

$$\mathrm{P}^s(\mathrm{w})\text{: } \mathrm{Max} \sum_{s=1}^{q} w_s f_s(\mathrm{x}) \text{ s.t. } \mathrm{x} \in \mathrm{X}$$

および

$\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$: 次の標的に当ったすべての実行可能解を列挙する

標的: $\sum_{s=1}^{q} w_s f_s(x) \ge f_T$

s.t.　$\mathrm{x} \in \mathrm{X}$,

ここで，$w_s \ge 0$（$s=1, 2, \cdots, q$）は各目的関数に対する重みで $\sum_{s=1}^{q} w_s = 1$ であり，f_T は解を列挙するための標的値である．

原問題 P の有効解の種類としては，加重和単一目的問題 $\mathrm{P}^s(\mathrm{w})$ を解くことで得られる支持（supported）有効解と，加重和問題を解くことでは得られない非支持（unsupported）有効解がある．支持有効解はウエイト w の値を変化させて加重和問題 $\mathrm{P}^s(\mathrm{w})$ を厳密に解くことで比較的簡単に得られるが，くぼんだ場所に存在する非支持有効解を求めるには何らかの工夫が必要となる（図 1 参照）．

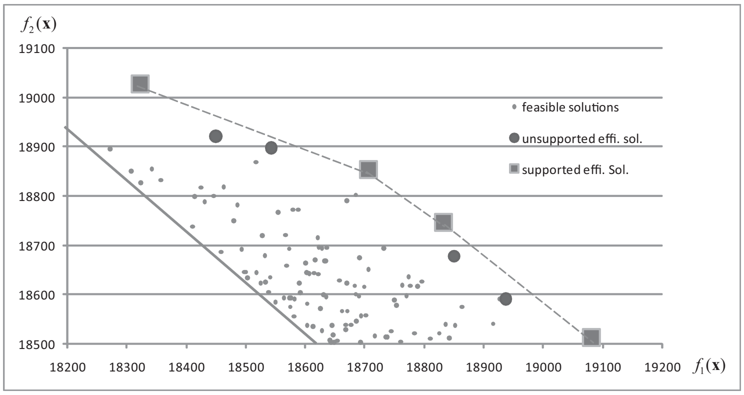

図１　実行可能標的解，支持有効解および非支持有効解

本論文で扱うパレート解を求めるための標的解法は，あるウエイト $\mathrm{w}^{(l)}$ ($l \in L = \{1, 2, \cdots, l_U\}$) とある標的値 $f_T^{(l)}$ をもつ標的問題 $\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}^{(l)}, f_T^{(l)})$ を改良代理制約法[9] で厳密に解き得られた標的解集合（$f_T^{(l)}$ 以上の標的値を持つ実行可能解の集合）の中だけで比較することで原問題Pの有効解が得られることに着目した解法である．この事実は下記の定理１で示される．問題 $\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}^{(l)}, f_T^{(l)})$ に対して制約条件 $x \in \mathrm{X}$ を満たし標的値 $f_T^{(l)}$ 以上の目的関数値をもつ標的解の集合を $\mathrm{X}_T^{(l)}$ とする．また，原問題Pの二個の目的関数を用いて $\mathrm{X}_T^{(l)}$ 内のすべての要素間において優越操作を行い，明らかに劣った解を取り除き得られた解集合を $\mathrm{X}_\mathrm{E}^{(l)}$ とする．すなわち，

$$\mathrm{X}_\mathrm{E}^{(l)} = \left\{ \mathrm{x} \in \mathrm{X}_T^{(l)} \middle| \mathrm{f}(\mathrm{x}') \geq \mathrm{f}(\mathrm{x}) \text{ かつ } \mathrm{f}(\mathrm{x}') \neq \mathrm{f}(\mathrm{x}) \text{ となる } \mathrm{x}' \in \mathrm{X}_T^{(l)} \text{ が存在しない} \right\}$$

このとき次の定理１[13] が成り立つ．

［定理１］　解 $\mathrm{x} \in \mathrm{X}_E^{(l)}$ は原問題Pの有効解である．証明略．

定理１より，標的解集合 $\mathrm{X}_T^{(l)}$ の中だけで比較することで得られた有効解集合 $\mathrm{X}_E^{(l)}$ は原問題Pの有効解集合である．

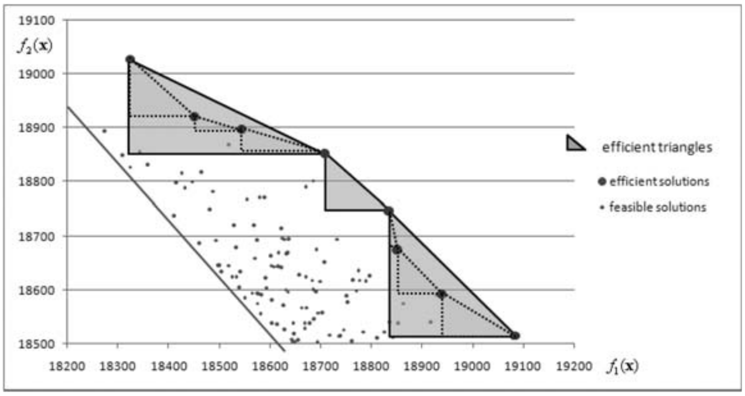

図２　有効三角形

次にすべての有効解を欠けることなく列挙するために，有効三角形（図 2）を利用する．本論文では，支持有効解だけではなく既に得られている非支持有効解も含めて，目的関数値において隣接する二個の有効解により構成される有効三角形（図 2）を考える．この有効三角形全体が列挙領域内に完全に含まれていれば，この隣接する二個の有効解の区間は列挙が終了したことになる．有効三角形部分が完全に列挙されているかどうかを検査することを，二個の有効解に対する有効三角形テストと呼ぶ．これを q 個の目的関数の場合に拡張したのが，次の定理である．

［定理 2］ 目的関数値において隣接する q 個の有効解 $\mathrm{x}^1, \mathrm{x}^2, \cdots, \mathrm{x}^q$ を考える．ある有効解 $\mathrm{x}^r (r \in \{1, 2, \cdots, q\})$ に対して隣接した $q-1$ 個の $\mathrm{x}^s (s \in \{1, 2, \cdots, q\}, s \neq r)$ の参照点は，

$$\mathrm{f}^R(\mathrm{x}^r, \mathrm{x}^s) = \rho_{rs}\mathrm{f}(\mathrm{x}^s)\ (s = 1, \cdots, q)$$

となる．ここで，

$$\rho_{rs} = \min_{j=1,\cdots,q}\left\{\frac{f_j(\mathrm{x}^r)}{f_j(\mathrm{x}^s)}\right\}\ (s \in \{1, \cdots, q\}, r \neq s)$$

である．証明略.

定理 2 より有効解の目的関数値集合 $\mathrm{f}(\mathrm{x}^1)$，$\mathrm{f}(\mathrm{x}^2)$，…，$\mathrm{f}(\mathrm{x}^q)$ と原点 0 で構成された凸包には，新たな有効解が存在しないことが分かる．

3.2 複数制約を持つ代理目的標的問題を解くための解法

複数制約を持つ標的問題（代理目的標的問題）を厳密かつ効率よく解くために，代理制約法を用いる[9]．代理制約法は複数の制約条件式を持つ原問題に対して，代理乗数を用いて単一制約条件式の代理問題からなる代理双対問題へ変換し，この双対問題を解くことで原問題の最適解を求めようとする方法である．しかし多くの離散最適化問題では，代理双対問題に双対ギャップ（duality gap）が存在することが多く，代理制約法は解決が困難な問題点を持つ解法と考えられていた[7]．この問題点を解決するために，仲川[9] は標的（標的に当たった解を列挙する）問題を解くことで代理双対ギャップを閉じ，原問題の厳密解を求めることができる改良代理制約法（ISC 法）を提案した．この解法により 3 個の制約条件式を持ち1000変数で各変数20個の代替項目を持つ問題や 8 制約で500変数50代替項目の問題のように，極めて大規模な多制約非線形ナップザック問題も厳密解を求めることが可能になった．従来の解法では30変数でも解くことができなかったことを考えると，500変数や1000変数の問題が厳密に解けるようになったことからＩＳＣ法が卓越した計算性能をもつことがわかる．

代理目的標的問題を厳密に解くために ISC 法を用いるとき，代理制約法の代理双対ギャップを閉じるための最適な代理乗数をもつ $\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$ の双対問題は，

$\tilde{\mathrm{P}}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$: 次の標的に当ったすべての実行可能解を列挙する

標的: $\sum_{s=1}^{q} w_s f_s(\mathrm{x}) \geq f_T$

s.t.　$\mathrm{x} \in \tilde{\mathrm{X}}$

と表せる．ただし，$\tilde{\mathrm{X}} = \{\mathrm{x} \in \mathrm{K} \mid \sum_{j=1}^{m} \tilde{u}_j g_j(\mathrm{x}) \geq \sum_{j=1}^{m} \tilde{u}_j b_j\}$.

ここで，最適な代理制約乗数$\tilde{\mathrm{u}}$は，仲川ら[8],[17]によって提案されたCOP（Cutting-Off Polyhedron）アルゴリズムで求めることができる．双対問題$\tilde{\mathrm{P}}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$を解き原問題の実行可能領域$\mathrm{x} \in \mathrm{X}$を満たす標的解を求めることで$\mathrm{P}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$の標的解が得られる．

双対問題$\tilde{\mathrm{P}}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$は，制約条件式が一つである．この代理双対問題は，モジュラ法[18],[19]を用いて高速に解くことが可能である．モジュラ法は分枝限定法の分枝操作で幅優先探索を用いた場合を拡張したもので，次の１）と２）の操作を繰り返して原問題をより規模の小さい等価問題へ変換する．

１）等価問題に対して深測操作を適用し決定空間（変数の項目空間）を縮小する．

２）等価問題の変数の中から二個の変数を選び一つの変数に統合することで，変数の数を一つ減らした等価問題を作る．ここで，決定空間とは探索する解空間のことであり，深測操作とは等価問題の決定空間を狭めるために，変数の項目を固定してできた部分問題に対して次の二つのテストを行う操作である．

１）実行可能性テスト

部分問題が実行可能解を含むかどうかテストする．

２）限界値テスト

部分問題の限界値を求め，標的値f_Tと比較し標的値よりも良い解を含むかどうかを判定する．

また，二つの変数を一つの変数に統合する統合政策は，各変数に対して上界値の最大と最小の差（上界値差）の大きい二つの変数を優先選択する．この上界値差は後の研究[20]で，変数の困難度と密接に関係していることが分かった．仲川[20]では複数制約の0−1ナップザック問題の計算の困難度を測るために，エントロピーを用いた新しい推定法を提案している．問題の各変数において，代替項目（変数がとりうる値０または１）がよく似た特質を持ち共に最適解となる可能性が高い場合と，全く違う特質を持ち明らかに一方の代替項目が最適解になる可能性が高い場合が考えられる．代替項目がよく似た特質（上界値差で測る）を持ちどちらが最適解になるか予想しにくい変数を困難度の高い変数と呼ぶと，難しい問題は困難度の高い変数を多く含む問題であることが実験的にも示された．

また，モジュラ法で代理双対問題$\tilde{\mathrm{P}}^{\mathrm{T}}(\mathrm{w}, f_T)$を解く際に計算効率を更によくするために，変数を統合し変数の数が十分少なくなった（約20個）後に，Jamesら[21]は変数の数が少なくなった問題に対してConstraint-based ApproachとState Search enumeration等の全実行可能解を列挙する方法を適用することを提案している．計算実験ではナップザック問題に対しては世界で最も高速と評価の高いCPLEXよりも計算効率で優れていることを示している．本論文の計算実験では，モジュラ法と全実行解列挙法（State Search enumeration）のハイブリッド法[21]を用いている．

3.3　意思決定者の求めるパレート解の列挙

意思決定者が希望するパレート解を求めるための手順を図3に示す．初期代理目的乗数 $w^{(l)}$ と初期標的値 f_T の決定は，経験的な数値を用いる．また，標的解集合 X_T の大きさについてはプログラムの中では要素の数で判定している．

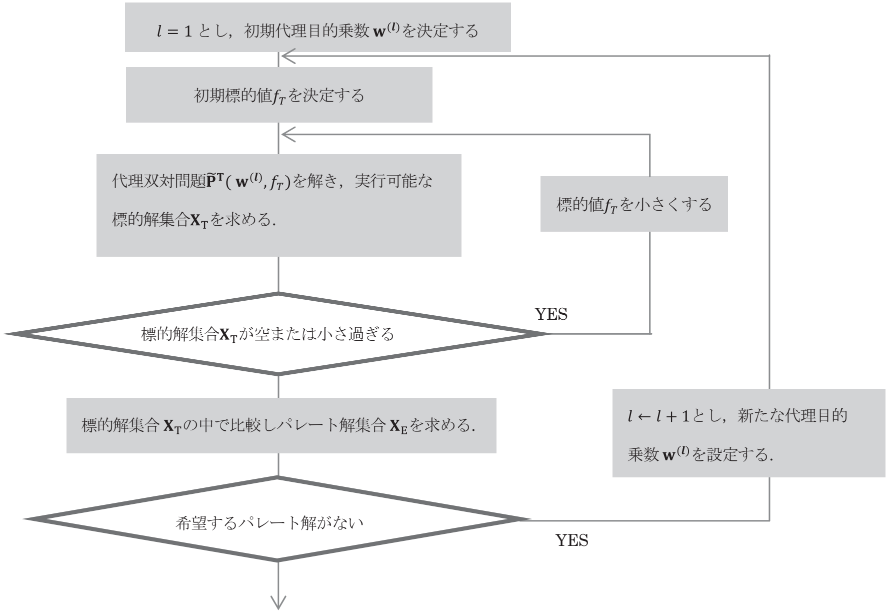

図3　意思決定者にとって好ましいパレート解列挙の手順

4．多数目的最適化のための情報可視化

q (≥ 4) 個の評価関数（目的関数）の情報を可視化することで，意思決定者が最善の妥協解を見つけることを支援する．提案する支援システムは，まず意思決定者が重要と考える3つの評価関数を選択する．得られたパレート最適解集合 $X_E^{(l)}$ ($l \in L$) に対して，この3つの評価関数値を用いて図4のように三角グラフ（ternaryplot）を描く，この三角グラフ上においてカーソルで選択されたパレート解の q 個の評価関数値をレーダーチャートで表示することができる．このレーダーチャートを参考に意思決定者が最善の妥協解見つける．

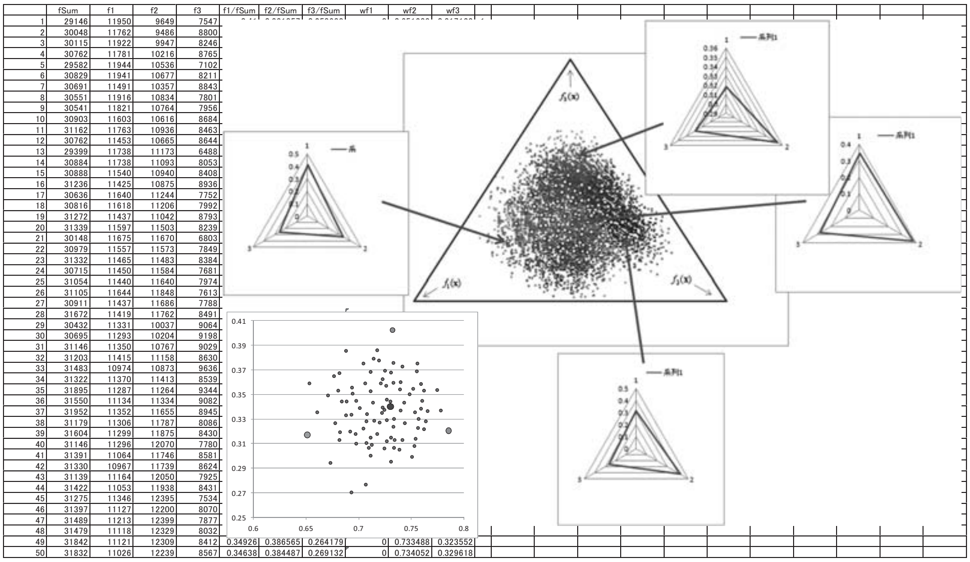

図4　パレート解の三角グラフとレーダーチャート

5．多目的最適化の応用例

1）応用例1．テキサス州の道路補修問題

単一年度だけを考えて道路補修をしていくと，各年度の予算を有効に使えず数年後に多大の出費を強いられる場合がある．そこで今後5年間を考えて補修計画を作るものとする．n 個の補修すべき区間があり，区間 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$ には代替案として k_i 個の5年間の補修計画があるものとする．目的関数としては5年間の年度ごとの道路状況を用いる．制約条件は各年度の予算執行額が許容予算額内であることを用いる．

2）応用例2．動圧気体軸受の設計システムの開発

動圧気体軸受は，相対運動する軸と軸受間の微少な隙間で発生する動圧力によって負荷能力と剛性を確保している．この適用事例として，磁気ディスク装置の浮上型ヘッドスライダが挙げられる．高速走行するディスク表面とヘッドスライダの間の隙間を10 nm 程度に保ち，ディスクの振動や外乱に対して安定に動作させるためには，軸受面の形状の最適設計が不可欠となる．通常，軸受面は，イオンビームエッチングで形成された6～12程度のパーツで構成されるが，パーツの数，縦横寸法，配置，押付荷重，溝深さなどのパラメータによって軸受の性能が決められる．これまで試行錯誤の繰り返しにより，パラメータの選択を行っていたが，本研究の結果を適用することにより設計効率の飛躍的な向上が期待される[22]．

3）応用例 3．棚割りシステムの開発

商品の陳列の仕方は，販売実績に大きな影響を与えることが知られている．陳列対象の商品は店舗規模が大きくなると商品数も増加し，陳列方法の組み合わせの数が指数関数的に増え複雑になってくる．そのため従来の人が作成する棚割り表では最適なものを作成するのが困難であった．この棚割り最適化では，事業目標や制約事項が数多く重なり，競合し合う状況で利益を最大にすることである．利益を最大にする為に，基礎需要量，位置効果，フェイシング効果を考慮してモデル化を行なう．最終的に得られたパレート解（商品を制約条件の下で最適化された解）から最適な妥協解を求めるために棚割り表として可視化をおこなう．

〔謝辞〕本研究の一部は，平成22，23年度関西大学重点研究による成果である．

参考文献

［1］ Moskowitz, F., & McLean, J. W.（1956）Some reliability aspects of system design, IRE Trans. on Qual. Contr. Vol.RQC-8, pp.7-35.
［2］ Mine, H.（1959）Reliability of physical system, IRE Trans. on Information Theory, Vol.5, pp.138-151.
［3］ Morin, T. L., & Marsten, R. E.（1976）An algorithm for nonlinear knapsack problems, Management Science, Vol.22, pp.1147-1158.
［4］ Marsten, R. E., & Morin, T. L.（1978）A hybrid approach to discrete mathematical programming, Mathematical Programming, Vol.14, pp.21-40.
［5］ Glover, F.（1968）Surrogate constraints. Operations Research, Vol.16, pp.741-749.
［6］ Dyer, M. E.（1980）Calculating surrogate constraints, Mathematical Programming, Vol.19, pp.255-278.
［7］ Nakagawa, Y., & Miyazaki, S.（1981）Surrogate constraints algorithm for reliability optimization problems with two constraints, IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-30, No.2, pp.175-180.
［8］ Nakagawa, Y., Hikita, M., & Kamada, H.（1984）Surrogate constraints algorithm for reliability optimization problems with multipleconstraints, IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-33, No.4, pp.301-305.
［9］ Nakagawa, Y.（2003）An improved surrogate constraints method for separable nonlinear integer programming. J. Oper. Res. Soc. Jpn. Vol.46, pp.145-163.
［10］Fyffe, D. E., Hines, W. W., & Lee, N. K.（1968）System reliability allocation and a computation algorithm, IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-17, pp.64-69.
［11］Coit, D. W., & Smith, A. E.（1996）Reliability Optimization of Series-Parallel Systems Using a Genetic Algorithm, IEEE Trans. on Reliability, Vol.45, pp.254-260.
［12］Onishi, J., Kimura, S., James, R.J.W., & Nakagawa, Y.（2007）Solving the Redundancy Allocation Problem with a Mix of Components using the Improved Surrogate Constraint Method, IEEE Trans. on Reliability, Vol.R-56, No.1, pp.94-101.
［13］仲川，疋田，（2000）多目的離散最適化問題のための対話型意思決定アルゴリズム，日本経営工学会論文誌，Vol.51，No.3，pp.197-202.
［14］Isada, Y., James, R. J. W., & Nakagawa, Y.（2005）An approach for solving nonlinear multi-objective separable discrete optimization problem with one constraint, Euro. J. Oper. Res., Vol.162, pp.503-513
［15］仲川勇二，施，阿辻，木村，仲川希（2010）二目的多制約非線形ナップザック問題のための対話型改良代理制約アルゴリズム，日本経営工学会論文誌，Vol.61，No.1，pp.17-22.
［16］仲川勇二，檀寛成，疋田光伯，仲川希（2011）二目的多次元ナップザック問題の全有効解列挙のための標的解法，電子情報通信学会論文誌，Vol.J94-A，No.8，pp.639-648.

［17］仲川勇二，並川哲郎，木村作郎，太田垣博一（2004）代理制約法における最適代理乗数の決定法，電子情報通信学会論文誌，Vol.J87-A，No.3，pp.364-374.
［18］仲川勇二（1990）離散最適化問題のための新解法，電子情報通信学会論文誌，Vol.J73-A，No.3，pp.550-556.
［19］Nakagawa, Y., & Iwasaki, A.（1999）Modular Approach for Solving Nonlinear Knapsack Problems, IEICE Trans. Fundamentals, Vol.E82-A, No.9, pp.1860-1864.
［20］仲川勇二（2004）多次元非線形 0-1 ナップザック問題のためのエントロピーを用いた問題困難度推定法，電子情報通信学会論文誌，Vol.J87-A，No.3，pp.406-408.
［21］James, R. J. W., & Nakagawa, Y.（2005）Enumerations Methods for Repeatedly Solving Multidimensional Knapsack Sub-Problems, Trans. IEICE Inf & Syst, Vol.E88-D, No.10, pp.2329-2340.
［22］Hayashi, T., Yoshida, H., & Mitsuya, Y.（2009）A Numerical Simulation Method to Evaluate the Static and Dynamic Characteristics of Flying Head Sliders on Patterned Disk Surfaces, Trans. ASME J. Tribology, Vol.131, No.2, 02190_1-5.