

# 正射投影を仮定した単眼視からの2回転角の算出

深田 陽司

## 要 旨

本論では、円図形を対象とし正射投影を仮定することによって、実際には中心投影された1枚の画像を用い、3次元空間における物体の2つの回転角と半径を復元する理論を述べる。3次元空間で任意の位置・姿勢にある物体は6自由度をもつが、円を対象とし正射投影を仮定することにより、2回転角復元問題になる。まず、3次元空間の円は中心投影でも正射投影でも、像が楕円になることを確認する。次に、正射投影を仮定した画像から、円面の法線ベクトル算出式を導出し、法線ベクトルから円面の2回転角および半径を算出する。最後に、これらの結果を用いたシミュレーション実験を行い、復元精度を検証する。

## Calculation of 2 Rotational Angles from a Single View Supposing Orthographic Projection

Youji FUKADA

### Abstract

In this paper, a theory which recovers 2 rotational angles and the radius of a circle using an image by supposing orthographic projection is described. Although any object having any position and pose in the 3-dimensional space has 6 degrees of freedom, our subject becomes the recovery problem of 2 rotational angles of a circle under such a supposition. First, we certify that an image of a circle is an ellipse either by perspective projection or by orthographic projection. Second, the equations for calculating the normal vector of a circle are derived using an image which is supposed to be projected orthographically. Then 2 rotational angles and the radius of a circle are calculated using the normal vector. Last, several experiments are simulated and the recovering accuracy is examined.

## 1. まえがき

我々人間は環境情報の大部分を眼から得ており、知能ロボットを実現するためにはカメラを通して得られた環境画像の理解が必須である<sup>[1]</sup>。情景理解のためには、まず何の物体がどの位置にありどのような姿勢をとっているかを知ることである。人間は眼を通して得られた情景を実に容易にしかも高速に処理し、これらを検知している。眼および脳が物理的に並列処理機構を有していることが高速処理に寄与しているし、生まれて以来の概念学習によって物体を認識している。さらに物体の位置・姿勢の検出には2つの眼が重要な役割を演じている<sup>[2]</sup>。

一方ロボットにおいては、これらのどれもが実現困難な課題である。人間の優れた認識機構はいまだ解明されておらず、今のところコンピュータビジョンでは、物体認識は物体モデルとの照合としてとらえられている。モデルとしては自然物体も表現できる一般化円筒が提案されているが、室内などの人工的環境では多くの物体は多面体であり、幾何モデルは有効な表現である<sup>[3]</sup>。最近並列処理する網膜チップが開発されてきているが、一部の画像前処理が実現されているだけであり、殆どは汎用のWSやPCで順次処理されているのでかなりの処理時間を要している。

位置・姿勢の検出も困難な課題である。3次元空間で自由な位置・姿勢をとる物体は6自由度（回転3と遷移3）を持つが、物体の6自由度を復元するに際して、画像は3次元から2次元へ写像されて縮退しており、さらに中心投影によって画像に歪みが生じているのである。

まず、縮退により3次元情報は失われているので、6自由度を復元するには一般的に多数の画像を要する。しかし2眼以上の多眼視の場合、カメラ間の関係が厳密に測定されていなければならない。さらに正確に測定されていても、カメラの解像度が低いことやロボットではカメラ間の距離がそれほどとれないことにより、距離の算出値には一般的に大きな誤差が含まれる。しかし対象物体が既知でありかつ復元すべき自由度が少ない場合には、1枚の画像からでも3次元情報は算出できるので、単眼視は重要な手法であり1～6の各自由度がそれぞれ復元されている<sup>[4]</sup>。

次に、カメラはピンホールカメラでモデル化されるのが一般的であり、その場合撮像過程は中心投影である。しかし中心投影されると画像に歪が生じ、しかも歪は均一でなく画像周辺のほうが大きい。それゆえ中心投影画像からの自由度復元は困難であり<sup>[5]</sup>、難しさを回避するために擬似中心投影<sup>[6]</sup>や正射投影<sup>[7]</sup>を仮定した復元手法が試みられている。さらに焦点距離が不明の画像が与えられることもあるし、移動ロボットにおいては移動中にダイナミックに焦点距離が変化することもある。これらの場合に対して、中心投影のもとでは焦点距離が既知でないと復元できないが、正射投影を仮定できるなら復元は焦点距離には依存しない。

本論では、物体として平面上の大きさ不明の円を対象とする。このとき、円の描かれている面に垂直で、円の中心を通るベクトルまわりの回転は考えなくてよい。また、正射投影を仮定することにより遷移の3自由度は考えなくてよいので、回転が2つだけの2自由度問題になる。このような条件および仮定のもとで、実際には中心投影された1枚の画像を用いた円図形の2自由度復元のための理論を述べ、シミュレーション実験によって復元精度を検証する。

## 2. 問題設定

本章では問題を定式化するために、3つの座標系（カメラ座標系と物体座標系と画像座標系）を設定し、これらの座標系間の関係を述べる。さらに、2種類の撮像過程（実際の撮像過程である中心投影と復元時に仮定する正射投影）を述べる。なお、本論では奥行きを正とするために左手座標系を採用する。

### 2.1 カメラ座標系と物体座標系

移動ロボットを想定するなどの一般的な場合では、上記3つの他に基準となるワールド座標系が必要である。ロボット自身をとっても、カメラや腕や手はロボット本体とは別個の動きをするので、ロボット座標系以外にカメラ座標系、アーム座標系やハンド座標系が必要で、これらの間の関係はロボット座標系を介して述べられる。本論では、カメラと物体との関係のみを論じるので、カメラ座標系はワールド座標系と一致している。なお、画像座標系は次節で述べる。

カメラ座標系  $O_c X_c Y_c Z_c$  と物体座標系  $O_M X_M Y_M Z_M$  が一致した状態から、物体座標系が  $Y_M$  軸まわりに  $\beta$  ( $-\pi \leq \beta \leq \pi$ )、 $X_M$  軸まわりに  $\alpha$  ( $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ )、 $Z_M$  軸まわりに  $\gamma$  ( $-\pi \leq \gamma \leq \pi$ ) 回転し、その後カメラ座標系原点からカメラ座標系での値で  $\mathbf{T}$  ( $T_x, T_y, T_z$ ) 遷移した状態にあるとする（図1参照）。ただし、回転は各軸の正方向からみて時計方向を正とする。

各軸まわりの回転行列を順に  $R_Y, R_X, R_Z$  とすると、各々は以下のように

$$R_Y = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}, \quad R_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad R_Z = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

と表せ、点Pの物体座標系における座標値  $(X_M, Y_M, Z_M)$  と、カメラ座標系における座標値  $(X_c, Y_c, Z_c)$  は以下の関係にある。

$$(X_c, Y_c, Z_c) = (X_M, Y_M, Z_M) R_Z^{-1} R_X^{-1} R_Y^{-1} + \mathbf{T}.$$

ここで、各逆行列は以下のように表せる。

$$R_Y^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}, \quad R_X^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad R_Z^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

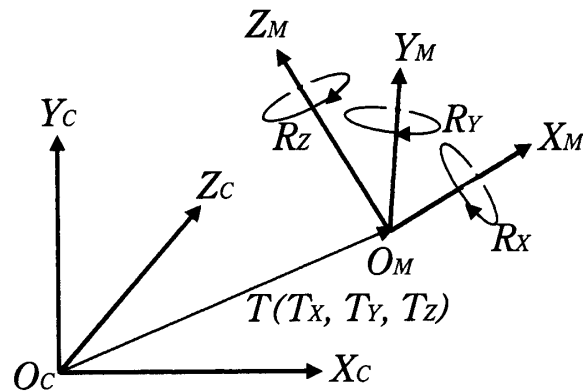


図1 カメラ座標系と物体座標系

物体として原点 $O_M$ を中心とする $X_M Y_M$ 面上の円を考えると、 $Z_M$ 軸に対して点対称だから、 $Z_M$ 軸まわりの回転は考えなくてよい。さらに $X_M Y_M$ 面が壁である場合には、カメラは壁の裏面をみることはできないので、 $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$ としてよい。

$$\begin{aligned} \therefore (X_c, Y_c, Z_c) &= (X_M, Y_M, Z_M) R_X^{-1} R_Y^{-1} + T \\ &= (X_M, Y_M, Z_M) \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta \\ \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} + (T_x, T_y, T_z). \quad (1) \end{aligned}$$

## 2.2 撮像過程

コンピュータビジョンでは、一般的にカメラはピンホールカメラでモデル化されている。このモデルでは、図2に示すようにカメラ座標系の原点をレンズ中心にとり、 $f$ を焦点距離とすると $Z_c=f$ の位置に、 $Z_c$ 軸に垂直に撮像面を設置する。画像座標系 $oxy$ は撮像面上にあり、原点 $o$ は $Z_c$ 軸との交点である。

2.1で述べたように、本論では物体として半径 $r$ の円を対象としており、円が単位法線ベクトル $\mathbf{n}(a, b, c)$ の面上に存在しているとする。ここで本節では、特に断らない限り座標値や位置ベクトルはカメラ座標系における値である。このとき円の中心 $P_0$ の位置ベクトルを $\mathbf{X}_0(X_0, Y_0, Z_0)$ 、円上の任意の点 $P$ の位置ベクトルを $\mathbf{X}(X, Y, Z)$ とすると、

$$(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2)$$

$$|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0|^2 = r^2. \quad (3)$$

2. 2. 1 中心投影

3次元空間における各点は中心投影されて画像が形成されている。このとき円の中心 $P_0$ と円上の任意の点 $P$ の像 $p_0$ と $p$ の位置ベクトルを、それぞれ $\mathbf{x}_0(x_0, y_0, f)$  および $\mathbf{x}(x, y, f)$  とおくと、これらの座標値の間には以下の関係がある。

$$X = \frac{xZ}{f}, \quad Y = \frac{yZ}{f}, \quad X_0 = \frac{x_0Z_0}{f}, \quad Y_0 = \frac{y_0Z_0}{f}. \quad (4)$$

これらの関係を式(2)に代入すると、

$$Z = \frac{(\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) Z_0}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}}. \quad (5)$$

さらに式(4)と(5)を式(3)に代入すると、以下の式が導出される。

$$\begin{aligned} & \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) x - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) x_0 \}^2 Z_0^2 + \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) y - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) y_0 \}^2 Z_0^2 \\ & + \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}_0) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}) \}^2 f^2 Z_0^2 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{x})^2 f^2 r^2. \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)を展開して整理すると、 $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$  と表せるので、任意の方向を向いた円の中心投影像は楕円である<sup>[1]</sup>。

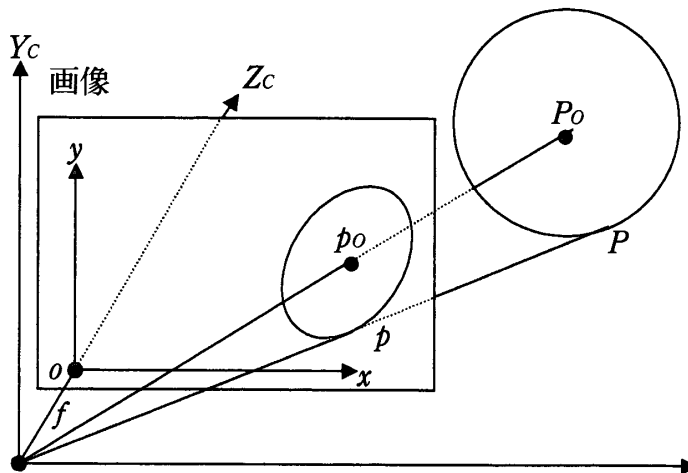


図2 カメラ座標系と画像座標系

## 2. 2. 2 正射投影

正射投影を仮定すると、点PおよびP<sub>0</sub>とそれらの像の座標値の間には以下の関係がある。

$$X=x, Y=y, X_0=x_0, Y_0=y_0. \quad (7)$$

これらを式(2)に代入して展開すると、

$$Z-Z_0 = -\frac{(x-x_0)a + (y-y_0)b}{c}.$$

式(7)および上式を式(3)に代入して展開すると、

$$(a^2+c^2)(x-x_0)^2 + (b^2+c^2)(y-y_0)^2 + 2ab(x-x_0)(y-y_0) = c^2r^2 \quad (8)$$

と表せるので、任意の方向を向いた円の正射投影像は楕円であり、中心は $(x_0, y_0)$ である。

ところで点PとP<sub>0</sub>が $t(t_x, t_y, t_z)$  遷移して点P'とP'<sub>0</sub>'に移動したとする。点P'とP'<sub>0</sub>'およびそれらの像の位置ベクトルを、それぞれ $X'(X', Y', Z')$ ,  $X'_0(X'_0, Y'_0, Z'_0)$ ,  $x'(x', y', f)$  および $x'_0(x'_0, y'_0, f)$  とすると、 $X'$ と $x'$ の座標値の間には式(7)と同じ関係があり、 $X'_0$ と $x'_0$ の座標値の間も同様に式(7)と同じ関係がある。したがって遷移した円の像に関して式(8)が成り立つ。つまり、

$$(a^2+c^2)(x'-x'_0)^2 + (b^2+c^2)(y'-y'_0)^2 + 2ab(x'-x'_0)(y'-y'_0) = c^2r^2$$

であり、遷移前の円の像である楕円と同じ形および大きさの楕円である。ここで $x'_0 = x_0 + t_x$ で $y'_0 = y_0 + t_y$ だから、楕円の中心は画像面上で $(t_x, t_y)$ だけ遷移している。

したがって、正射影のもとでは像の形と大きさは遷移に関係しないから、点の物体座標系とカメラ座標系における座標値の間には、式(1)において $T$ を無視した

$$(X_C, Y_C, Z_C) = (X_M, Y_M, Z_M) R_X^{-1} R_Y^{-1} \quad (9)$$

の関係、つまり2つの回転角にのみ依存していると考えてよい(ただし画像上では平行移動している)。

### 3. 法線ベクトルと回転角の算出

本章では、画像は実際には中心投影によって形成されているが、正射投影されていると仮定して、まず単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ の算出式を画像上の楕円像から導出する。馮らは、本論とは使用する楕円のパラメータは異なるものの、面の法線ベクトルの算出式を導出している<sup>[8]</sup>。次に算出された $\mathbf{n}$ を使って回転角を算出する。

#### 3.1 単位法線ベクトルの算出

$\mathbf{n} (a, b, c)$  は単位法線ベクトルだから、その要素の間には

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 \quad (10)$$

の関係がある。

ところで式(8)において、あらためて $x = x - x_0$ ,  $y = y - y_0$ とおくと、

$$(a^2 + c^2)x^2 + (b^2 + c^2)y^2 + 2abxy - c^2r^2 = 0 \quad (11)$$

と表せる。式(11)で表された楕円と、 $x$ の正軸および $y$ の正軸との交点の座標を $d_x$ および $d_y$ とすると(図3参照) ,

$$(a^2 + c^2) d_x^2 - c^2 r^2 = (1 - b^2) d_x^2 - (1 - a^2 - b^2) r^2 = 0, \quad (12)$$

$$(b^2 + c^2) d_y^2 - c^2 r^2 = (1 - a^2) d_y^2 - (1 - a^2 - b^2) r^2 = 0. \quad (13)$$

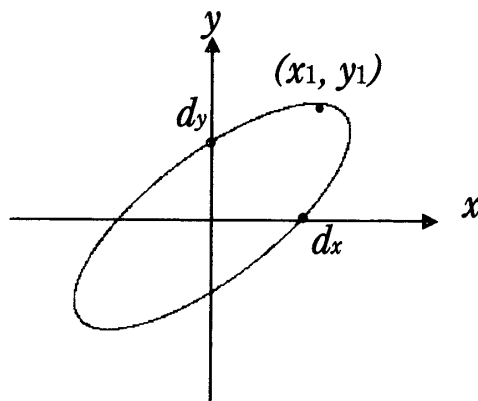


図3 中心投影像

ここで、楕円の微係数は

$$y' = -\frac{aby + (a^2 + c^2)x}{(b^2 + c^2)y + abx} = -\frac{aby + (1 - b^2)x}{(1 - a^2)y + abx}$$

であり、楕円の最高点の座標値を  $(x_1, y_1)$  と置くと、最高点における接線の傾きは0だから、

$$aby_1 + (1 - b^2)x_1 = 0. \quad (14)$$

式(12)~(14)より、3つの未知変数  $a$ ,  $b$  と  $r$  を算出することができる。まず式(12)と(13)より、

$$(1 - b^2) = (1 - a^2) \frac{d_y^2}{d_x^2}. \quad (15)$$

式(15)を式(14)に代入することにより、

$$b = -\frac{(1 - a^2)x_1}{ay_1} \frac{d_y^2}{d_x^2}. \quad (16)$$

式(16)を式(15)に代入して整理し、 $a^2 = A$  と置くと、

$$e_1 A^2 + e_2 A + e_3 = 0. \quad (17)$$

ここで、

$$e_1 = d_y^2 (d_x^2 y_1^2 - d_y^2 x_1^2), \quad e_2 = d_x^4 y_1^2 + d_y^4 x_1^2 + d_y^2 (d_y^2 x_1^2 - d_x^2 y_1^2), \\ e_3 = -d_y^4 x_1^2.$$

ところで対象とする壁面上の円を考えると、カメラは壁の真横から円を見ることはできないので、図3に示した円の像は一直線とはならず一般的な楕円の形をしている。つまり、 $d_x d_y \neq 0$  であり、 $(x_1, y_1)$  は最高点だから  $y_1 > 0$  である。この条件のもとで、式(17)の解（ただし正の解）について解析する。

(1)  $e_1 \neq 0$ , つまり  $|d_x y_1| \neq |d_y x_1|$  の場合

$$e_2^2 - 4e_1 e_3 = d_x^4 y_1^4 (d_x^2 - d_y^2)^2 + 4d_x^4 d_y^4 x_1^2 y_1^2 > 0$$

より、式(17)は  $A$  の実数解を2つもつ。



(1-1)  $e_1 > 0$ , つまり  $|d_{xy_1}| > |d_y x_1|$  の場合

$-4e_1e_3 = 4d_y^6x_1^2(d_x^2y_1^2 - d_y^2x_1^2) \geq 0$  より,  $\sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3} \geq |e_2|$ . よって,  
 $-e_2 + \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3} \geq 0$  で  $-e_2 - \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3} \leq 0$ . ここで  $A (=a^2)$  は正でなければならないので,

$$\therefore A = \frac{-e_2 + \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3}}{2e_1}.$$

(1-2)  $e_1 > 0$ , つまり  $|d_{xy_1}| < |d_y x_1|$  の場合

$-4e_1e_3 \leq 0$  より,  $\sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3} \leq |e_2|$ . さらに  $e_2 > 0$  だから,  $-e_2 \pm \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3} \leq 0$ .  
したがって解は2つとも正である.

$$\therefore A = \frac{-e_2 \pm \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3}}{2e_1}.$$

(2)  $e_1 = 0$ , つまり  $|d_{xy_1}| = |d_y x_1|$  の場合

$e_2 > 0$  で  $e_3 \leq 0$ .

$$\therefore A = -\frac{e_3}{e_2}.$$

以上をまとめると,

$$\begin{aligned} |d_{xy_1}| > |d_y x_1| \text{ のとき} & \quad a = \sqrt{\frac{-e_2 + \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3}}{2e_1}}, \\ |d_{xy_1}| < |d_y x_1| \text{ のとき} & \quad a = \sqrt{\frac{-e_2 \pm \sqrt{e_2^2 - 4e_1e_3}}{2e_1}}, \\ |d_{xy_1}| = |d_y x_1| \text{ のとき} & \quad a = \sqrt{-\frac{e_3}{e_2}}. \end{aligned} \tag{18}$$

式(18)によって算出される  $a$  を用いて式(15)より  $b$  が, さらに  $a$  と  $b$  を用いて式(10)より  $c$  が算出される。また, これらを用いて式(11)より  $r$  が算出される。

### 3. 2 回転角の算出

前節で算出された法線ベクトルを用いて回転角を求める。回転を施した後の $X_M Y_M$ 面の単位法線ベクトルは、物体座標系では $(0, 0, -1)$ でありカメラ座標系では $\mathbf{n}(a, b, c)$ だから、これらは式(9)より以下の関係

$$\begin{aligned} (a, b, c) &= (0, 0, -1) \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta \\ \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} \\ &= (-\cos\alpha\sin\beta, \sin\alpha, -\cos\alpha\cos\beta) \end{aligned}$$

にあるので、 $b = \sin\alpha$  かつ  $a = -\cos\alpha\sin\beta$  である。したがって、回転角 $\alpha$ と $\beta$ は以下の式で算出される。

$$\alpha = \arcsin b, \quad \beta = \arcsin \frac{-a}{\sqrt{1-b^2}}. \quad (19)$$

ここで $R_X^{-1}R_Y^{-1}$ を $\alpha$ と $\beta$ の関数 $R(\alpha, \beta)$ とおくと、

$$R(-\alpha, -\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & -\sin\alpha\cos\beta \\ -\cos\alpha\sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix}.$$

ところで対象は $X_M Y_M$ 面上に存在しているので $Z_M = 0$ である。すると $R(\alpha, \beta)$ と $R(-\alpha, -\beta)$ に対して、式(9)の右辺はそれぞれ

$$\begin{aligned} (X_M, Y_M, 0) R(\alpha, \beta) \\ = (X_M \cos\beta + Y_M \sin\alpha \sin\beta, \quad Y_M \cos\alpha, \quad -X_M \sin\beta + Y_M \sin\alpha \cos\beta), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (X_M, Y_M, 0) R(-\alpha, -\beta) \\ = (X_M \cos\beta + Y_M \sin\alpha \sin\beta, \quad Y_M \cos\alpha, \quad X_M \sin\beta - Y_M \sin\alpha \cos\beta). \end{aligned}$$

すると $(\alpha, \beta)$ と $(-\alpha, -\beta)$ のときの $X_c$ と $Y_c$ の値は等しく、このとき式(7)より各点の画像座標値は等しくなる。つまり $(\alpha, \beta)$ が解ならば $(-\alpha, -\beta)$ も解である。

#### 4. シミュレーション実験

画像は実際には中心投影により形成されているが、正射投影されていると仮定して、対象物体が載っている面のカメラ座標系における単位法線ベクトルを求め、単位法線ベクトルから対象物体が載っている面の回転角を算出する。算出された回転角 ( $\alpha'$ ,  $\beta'$ ) と画像生成に際して与えた回転角 ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) との誤差や、算出角だけ逆回転することによって楕円から円を復元し、その円の歪みの程度を調べて正射投影を仮定することの妥当性を検証する。

##### 4.1 画像生成と回転角算出

回転角算出に先立って、種々のパラメータを与えて円の中心投影像を式(1)と式(4)を適用して作成する。ここでパラメータのうち回転角には度単位で、その他には画素単位で値を与える。面  $X_M Y_M$  上に存在し原点  $O_M$  を中心とする円の円周を20'ごとに分割し、1080個の点を生成する。これらの点の各々に対して回転および遷移を施した後、中心投影像を作成する。

パラメータ値として、 $T = (500, 500, 1000)$ 、 $\alpha = 30$ 、 $\beta = 60$ 、 $f = 50$ 、 $r = 400$ を与えたときの中心投影像を図3に示す。原点を中心にとると楕円は原点对称なので(式(1)参照)、楕円の外接長方形の中心が楕円中心(式(8)における  $(x_0, y_0)$ )であり、この例では(31.7, 26.7)である。図3では、 $(x_0, y_0)$ を原点とする新しい座標軸を楕円に重ねて描画している。同図において、 $d_x$ と $d_y$ は新しい座標軸と楕円との切片であり、点  $(x_1, y_1)$ は楕円の最高点である。

本節では、回転角算出に際しての種々のパラメータによる影響を調べる。焦点距離については、その値を大小することは画像面が前後することであり、像は相似な楕円となるだけなので、本実験では焦点距離は $f = 50$ と固定する。残るパラメータを3つに分けてそれぞれの影響を調べる。

##### (1) 奥行き方向への遷移 ( $T_z$ ) の影響

実際には中心投影にもかかわらず、本論では復元に際しては正射投影を仮定しているので、算出直径は楕円の長径に近い値となってしまう。例えば、簡単にするためにy軸まわりの回転のみ ( $\alpha = 0$ ) を考えると、楕円の長径を円の直径としてしまう。x軸まわりの回転を追加しても、正射投影を仮定しているので、楕円の長径よりも少しだけ大きい値を円の直径と算出してしまう。しかし実際には中心投影されているので、楕円の長径よりももっと大きい直径をもっているはずである。この誤差は正射投影を仮定する以上避けようがない。

ところで奥行き  $T_z$  が大きいほど中心投影像は小さくなる。それゆえ上で述べた正射投影に起因する以外の原因でも、算出半径の誤差は大きくなってしまふ。そこで  $T_z$  の影響をなくすために、 $T_z/r$  に対する算出回転角の誤差を調べる。 $\alpha = 45$ 、 $\beta = 45$ 、 $r = 100$ 、 $T_x = 0$ 、 $T_y = 0$  で、 $T_z$  を100から1100まできざみ1で変えながら算出した回転角の誤差を図4に示す。 $T_z/r$  が5のあたりで誤差は収束しており、それ以降は多少の変動はあるもののほぼ一定である。

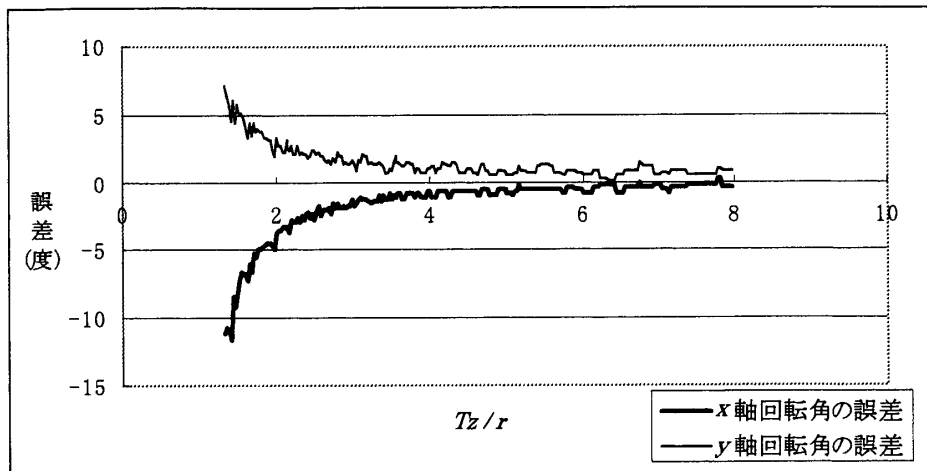


図4  $T_z/r$ に対する誤差

$T_z/r$ が小さいときに誤差が大きくなるのは、このとき円上の最近点と最遠点の画像面への距離の比が大きくなり、遠近効果が強く働くことによって像の歪みが大きくなってしまふことが原因と考えられる。図3の例では、 $(\alpha, \beta) = (30, 60)$ 、 $r=400$ で $T_z/r=2.5$ のときに $(\alpha', \beta') = (49.6, 47.1)$ と誤差は大きい。しかし他のパラメータは同じままで半径のみ $r=150$ と変えたとき、つまり $T_z/r=6.7$ のときには $(\alpha', \beta') = (-45.5, -57.6)$ であり、 $\alpha$ の誤差は大きいままであるが、 $\beta$ の誤差は大幅に改善されている。ここで算出回転角が負になっているが、3.2で述べたように $(-45.5, -57.6)$ が解のとき $(45.5, 57.6)$ も解なのである。なお算出半径 $r'$ は9.3 ( $r'/r=0.062$ )であり、上で述べた $r=400$ のとき ( $r'/r=0.067$ )と同様に、半径については正射投影を仮定したため必然的に誤差は大きい。

## (2) 縦横方向への遷移 ( $T_x$ と $T_y$ ) の影響

横方向への遷移 ( $T_x$ ) が大きいと画像の左右端に中心投影され、縦方向への遷移 ( $T_y$ ) が大きい場合には画像の上下端に中心投影される、つまり画像の周辺部に投影される。 $T_x$ と $T_y$ の影響は同等と考えられるので、ここでは $T_x$ についてのみ調べる。

$\alpha=0$ 、 $\beta=-45$ 、 $r=400$ 、 $T_y=0$ 、 $T_z=1000$ で、 $T_x$ を0から1000まできざみ50で変え、それぞれにおいて回転角 $\beta'$ を算出する。 $T_x$ を変えたときの21個の投影像の重畳図を図5に示す。 $T_x$ が1000のとき、円への視線方向と円面の法線ベクトルがほぼ $\pi/2$ の角度を成し、円は直線に見える(図5において右端の線分に圧縮された楕円)。この例では $T_x$ が1000より大きくなると円の裏側を見ることになるので、 $T_x=1000$ までを調べる。図5において楕円中心は、 $T_x=0$ のときには $(-0.6, 0.0)$ であり、 $T_x=1000$ のときには $(50.0, 0.0)$ である。

$T_x$ と誤差の関係を図6に示す。同図に示すように、遷移が大きくなるに従い誤差はほぼ線形で大きくなっている。言い換えると、物体が原点より縦横方向にずれるほど、つまり楕円が画像

の中心から離れるほど、算出回転角の誤差は大きくなる。この実験結果は、中心投影による図形の歪みが画像中心部では小さく、周辺部で大きくなる事実からもうなづける。

$r=100$ ,  $\mathbf{T} = (0, 500, 1000)$  に対して、4 個の回転角の組を与えて算出した回転角の結果を表 1 に示す。 $T_y=500$ と遷移が比較的大きいので、4 組とも誤差は大きい。

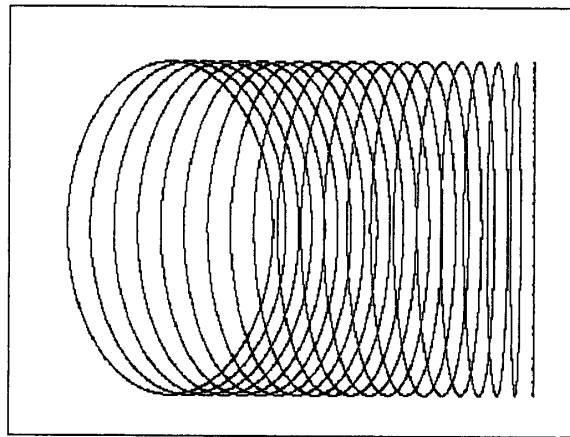


図 5 中心投影像群 ( $0 \leq T_x \leq 1000$ )

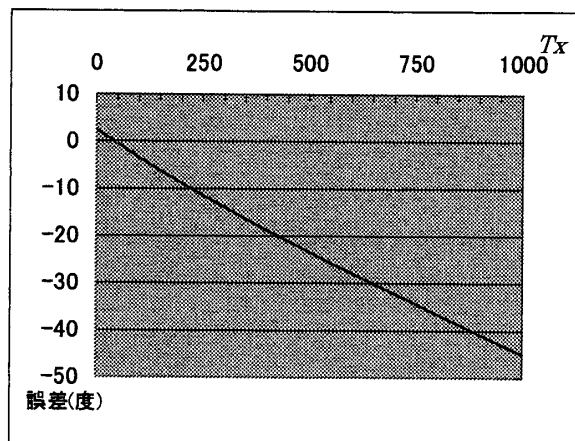


図 6  $T_x$  と誤差 ( $0 \leq T_x \leq 1000$ )

表 1 回転角と算出回転角 ( $\mathbf{T} = (0, 500, 1000)$ )

No.	$\alpha$	$\beta$	$\alpha'$	$\beta'$
1	30	-45	42.6	-63.7
2	50	60	-52.8	-90.0
3	70	-80	56.5	-43.3
4	40	0	63.5	0.0

(3) 回転角 ( $\alpha, \beta$ ) の影響

回転角が大きくなるにしたがい、一般的には扁平な楕円像になる(図8参照)。扁平な楕円では、画像から得られる値 ( $d_x, d_y, x_1$ と $y_1$ ) のデジタル誤差や測定誤差が相対的に大きくなる。ここでは回転角と誤差の関係について調べる。

$r=150$ ,  $T=(0, 0, 1000)$  として,  $(-10, 10)$  から始めて  $(-10, 10)$  のきざみで  $(-80, 80)$  までの, 8個の回転角の組 ( $\alpha, \beta$ ) に対する算出値の組 ( $\alpha', \beta'$ ) を表2に示す。8個の楕円像は図8に示したNo.1~No.8である。No.8の組に対しては $\beta'$ に約7度の誤差があるが、それ以外はほぼ1度以下の誤差である。表2より、回転角は誤差に大きくは寄与しないと推測される。

表2 回転角と算出回転角A ( $T=(0, 0, 1000)$ )

No.	$\alpha$	$\beta$	$\alpha'$	$\beta'$
1	-10	10	9.9	-9.9
2	-20	20	19.8	-19.7
3	-30	30	30.0	-29.9
4	-40	40	39.9	-39.6
5	-50	50	49.9	-49.5
6	-60	60	59.8	-60.1
7	-70	70	69.8	-71.5
8	-80	80	80.3	-72.9

## (4) 好条件下での復元実験

以上の3つの実験結果をまとめると、算出角の誤差を小さくするには $T_z/r$ が5以上で、画像の中心部近辺に楕円が撮像されている必要がある。このような条件を満たす場合についてさらに実験を行った。

$r=150$ ,  $T=(0, 0, 1000)$  として, (2)と同じ4個の回転角の組を与えて算出した回転角の結果を表3に示す。表1と比較すると、 $T_r$ の設定値が異なるのみであるが、表3に示すようにNo.3の $\beta'$ に約3度の誤差がある以外は全て1度以下であり、良好な結果が得られている。

表3 回転角と算出回転角B ( $T=(0, 0, 1000)$ )

No.	$\alpha$	$\beta$	$\alpha'$	$\beta'$
1	30	-45	29.8	-44.7
2	50	60	-49.9	-59.5
3	70	-80	69.8	-83.4
4	40	0	39.7	0.0

#### 4.2 正対画像の作成

前節ではパラメータの設定値と算出回転角の誤差との関係について調べた。本節では円の復元性について調べる。算出回転角の誤差が小さければ円に近い像が得られるが、その場合でも円内の各点の線形性が保たれている保証はない。つまり、等間隔に選定した円周上の点（円が復元されたとしても）復元像において等間隔になっているとは限らず、円内の点間の距離に伸縮が発生している可能性がある。そこで、対象となる点として円周上の点のほかに、円内の $x$ 軸と $y$ 軸を100分割して合計200点を追加し、復元像の歪みを調べる。

カメラ座標系において法線ベクトルが $\mathbf{n}(a, b, c)$ で原点を通る平面は、 $aX + bY + cZ = 0$ と表すことができる。すると、画像座標値が $(x, y)$ の点の3次元空間における座標値は、次のようにして定まる。正射投影を仮定しているから $X = x$ で $Y = y$ であり、これらを平面式に代入することによって $Z$ 値が決定する。3次元座標値が定まった各点に対して、回転 $R_Y R_X$ を施した後正射投影して、円および $x$ 軸と $y$ 軸を復元する。

$r = 150$ ,  $\mathbf{T} = (100, 100, 1000)$ ,  $\alpha = 30$ ,  $\beta = 60$  の場合の中心投影像は図7における楕円であり、楕円内部の十字状の2直線が $x$ 軸上および $y$ 軸上の点列の像である。このとき算出回転角 $(\alpha', \beta')$ は $(-33.2, -57.3)$ であり、誤差はそれぞれ約3度である。上で述べた方法により復元した円および十字を、与えられた楕円に重ねた結果を図7に示す。円自体はほぼ真円に近く復元されているが、この例では十字の中心が円の中心より少し左側にずれており、左側が圧縮され右側が伸張されている。

前節の(3)で行った8個の回転角の組に対する算出回転角(表2)を用いて復元した円および十字を、楕円および十字像に重ねて図8に示す。No. 8の例では $\beta'$ の誤差が約7度と大きく復元円に歪みがみられるが、他は全て円に近い像が復元されている。しかし円中心については、回転角が大きくなるにしたがい左側にずれていることが確認できる。

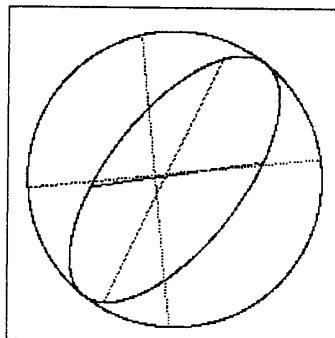


図7 楕円と復元円

表3に示した算出角を用いて復元した円を、楕円に重ねた結果を図9の上段に示す。同図におけるNo.3は算出回転角 $\beta'$ の誤差が他と比べて約3度と大きく、また楕円が扁平すぎるため復元円も真円とはいえない円が復元されている。 $T_r$ の影響を比較するために、表1に示した算出回転角を用いた結果を同図下段に示す。他のパラメータは同じで、上段は $T_r=0$ であり下段は $T_r=500$ である。表1におけるNo. $i$ がNo. $i+4$  ( $i=1\sim 4$ )に対応している。No.6については表1のNo.2から分かるように、 $\beta'$ の誤差が大きくなりすぎしかも90度といういわば臨界角になってしまい、単位法線ベクトルの算出式に不具合が生じたので円を復元していない。

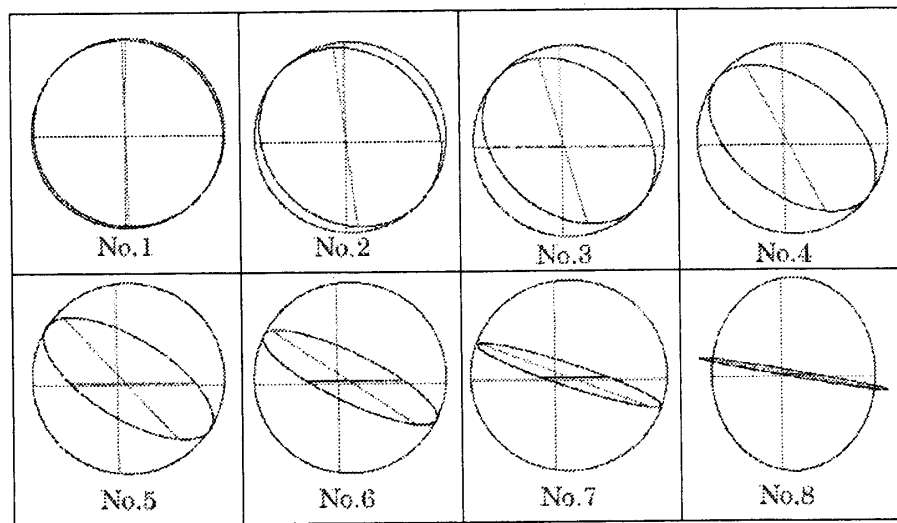


図8 復元円 (表2)

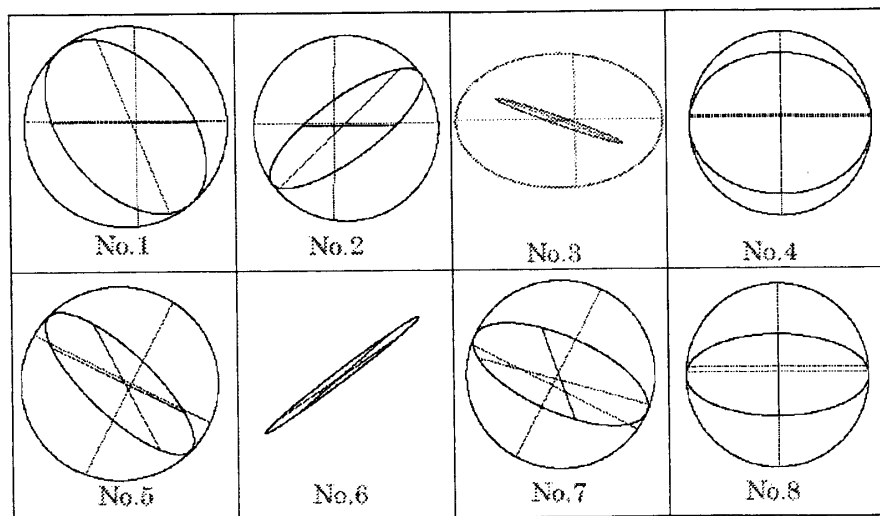


図9 復元円 (表3と表1)



## 5. おわりに

本論では、中心投影されている画像を正射投影されていると仮定すると、単眼視からの2回転角の算出が可能であることを示し、算出回転角を用いて楕円像から円を復元することの可能性を検証した。

まず、3次元空間の円は中心投影でも正射投影でも、像は楕円になることを確認した。次に、正射投影を仮定した画像から、円面の法線ベクトル算出式を導出し、法線ベクトルから円面の回転角算出式を導出した。最後にこれらの導出式を用いたシミュレーション実験を行った。

実験より次のことを確認した。 $T_z/r$ （つまり、奥行き方向遷移/半径）が5以上で画像の中心部に楕円が撮像されている場合は、精度的に問題がない程度の算出回転角を得ることができると推測される。誤差には、像が画像中心からどれぐらいずれて撮像されているかが、大きく関わっていると推測される。また正対像を得る実験では、楕円が直線に近い極端な扁平でなければ円に戻るが、円内の画像については回転角や遷移が大きい場合には歪みがでることを確認した。

今後の課題は、復元像の中心がずれる場合の歪みを補正する方式を考察することと、実際の画像について復元実験を行うことである。その一例として、キトラ古墳の天井の星座図の写真から正対画像を生成することである。

## 謝辞

シミュレーション実験における各種プログラムを、2001年度卒の佐藤真人氏に組んでいただいたことを感謝します。なお、本研究の一部は平成14年度関西大学重点領域研究助成による。

## 参考文献

- [1] 白井良明, 永井清, 深田陽司, 津村俊弘, 登尾啓史: ロボット工学, オーム社 (1999) .
- [2] Marr, D.: Vision, Freeman (1982) .
- [3] Fukada, Y., Doi, H., Nagamine, K. and Inari, T.: Relationships-based recognition of structural industrial parts stacked in a bin, *Robotica*, Vol.2, No.3, pp.147–154 (1984).
- [4] 深田陽司: 単眼視による物体の自由度復元と認識に関する研究, 東京大学博士論文 (1994).
- [5] Aloimonos, J.Y.: Detection of surface orientation from texture I: the case of planes, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.584–593 (1986).
- [6] Aloimonos, J. Y.: Perspective approximations, *Image and Vision Computing*, Vol.8, No.3, pp.179–192 (1990) .
- [7] Kanade, T.: Recovery of the three-dimensional shape of an object from a single view, *Artificial Intelligence*, Vol.17, pp.409–460 (1981) .
- [8] 馮開華, 杉原厚吉, 杉江昇: 多数の円錐光束を利用した三次元情報抽出法, *電子通信学会論文誌*, Vol.J68-D, No.9, pp.1697–1704 (1985) .