

# 砂粒の SALTATION に基づく飛砂量則について

京都大学防災研究所 正会員 土 屋 義 人  
 京都大学防災研究所 正会員 ○河 田 恵 昭

1. 緒 言 飛砂では、砂粒が浮遊しない場合、それらは saltation と呼ばれる特徴的な跳躍運動を行うことが知られている。一般に、静止砂粒は移動限界を越える流体力を受けて rolling などの形式で移動を始め、風下の砂粒と衝突の結果鉛直方向の速度成分をえて、first saltation に接続するものと思われる。跳躍中の砂粒は、流体力と重力の作用によって弾道に似た軌跡を描きながら飛行し、砂面上に再び落下する。この落下砂粒は大きな運動量を持っているため、砂面に衝突するとそれ自身が反発によって saltation を再び継続するか、あるいは静止砂粒を飛び出させたりする。

著者ら<sup>1),2)</sup>は、このような考え方で砂粒の saltation 機構を理論的に考察し、とくに反発機構を中心とした継続跳躍や定常跳躍の現象を明らかにしてきた。ここでは、まずこれらの成果を用いて、砂粒が集団として運動している saltation 層内の砂粒の運動の配分則を考察し、砂粒と流体を含む 2 相流に運動量保存則を適用して、plane bed を対象とした平衡状態の飛砂量則を誘導する。つぎに、これまでの飛砂量の実験値が各実験者によって非常に相違するので、実験方法および条件を詳しく検討して、正確な飛砂量の測定を行い、前述した飛砂量則と比較検討した結果を報告する。

## 2. 飛砂量則に関する理論

1) 砂粒の運動の配分則 一般に砂粒の輸送量は、(単位時間単位面積当り飛び出す砂粒の個数) × (砂粒の平均飛距離) によって求められる。飛砂では、図-1 に示すように飛距離が saltation の回数が増加とともに急激に大きくなり、first saltation と数回後の saltation の飛距離を比べると約 10 倍以上になる。したがって、その平均飛距離は頻度の一番大きい first saltation での値よりもかなり大きくなると推定されるので、真の平均飛距離を求めるためには、任意断面における各回数の saltation の割合、すなわち砂粒の運動の配分則を考察しなければならない。

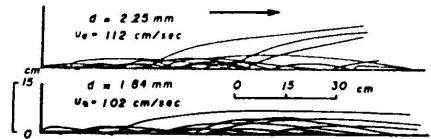


図-1 saltation の軌跡

いま、流体のもつ全エネルギーを  $E_0$ 、砂粒の運動エネルギーを  $E_s$  および流体と砂面との境界面における損失エネルギーを  $E_l$  とすれば、砂粒を含む定常、等流の 2 相流に關して次式が成立すると仮定する。

$$E_0 = E_s + E_l \quad \text{----- (1)}$$

著者らの掃流砂粒の saltation に關する考察から、 $(3/2) C_D (\bar{u} - \bar{U}_{oi}) \bar{W}_{oi} \tau_i \ll 1$  では第  $i$  回目の saltation の水平方向初速度および飛距離は等比数列として、それぞれ近似的につぎのように表わされる。

$$\bar{U}_{oi} = r^{i-1} \bar{U}_{o1} \quad \text{----- (2)}$$

$$\bar{L}_i = 2(\sigma/\rho + 1/2) \bar{U}_{oi}^2 (\tan\beta) \tau_i \quad \text{----- (3)}$$

ここに、無次元量は  $u_*$  および  $d$  を基準量としてつぎのように定義される。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u/u_*, \quad \bar{U}_{oi} = U_{oi}/u_*, \quad \bar{W}_{oi} = W_{oi}/u_*, \\ \tau_i &= u_*^2 / (\sigma/\rho - 1) g d, \quad r = e \{ 1 + (3/2) C_D A r^2 (\tan\beta) \tau_i \} \end{aligned} \quad \text{----- (4)}$$

ここに、 $U$  および  $W$  : それぞれ砂粒の水平および鉛直方向の速度成分、 $C_D$  : 抗力係数、 $\sigma$  および  $\rho$  : それぞれ砂粒と流体の密度、 $d$  : 粒径、 $\beta$  : 飛び出し角度、 $g$  : 重力の加速度および  $e$  : 砂粒の反発係数であり、また記号  $i$  は第  $i$  回目の saltation を示す。

Saltation 層内に運動砂粒が  $N$  個あるとし、そのうち第  $i$  回目の跳躍をする砂粒が  $n_i$  個であるとすれば、 $E_s$  は(2)および(3)式を用いると、つぎのように表わされる。

$$E_s = (1/2)mU_{01}^2 (1 + \tan^2 \beta) \sum_{i=1}^{\infty} n_i r^{2(i-1)}, \quad N = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 $m$ : 砂粒 1 個の質量である。いま、単位時間単位面積当り  $N$  個の砂粒が移動を開始し、継続確率  $P$  で跳躍を繰り返すと考えると、第  $i$  回目の跳躍で停止する砂粒の数  $n'_i$

はつぎのようになる。

$$n'_i = N' P^{i-1} (1 - P) \quad \text{----- (6)}$$

(5)および(6)式において、 $n_i/N = n'_i/N'$  と仮定すれば、

$E_s$  は次式で表わされる。

$$E_s = (1/2)mU_{01}^2 (1 + \tan^2 \beta) N (1 - P) \{ 1 - (Pr^2)^j \} / (1 - Pr^2); \quad (j = 1, 2, \dots) \quad \text{----- (7)}$$

$E_0$  が一定で、砂粒の運動エネルギー  $E_s$  が最大すなわち最大の飛砂量を保持する場合に飛砂現象が起こるものとすれば、 $\partial E_s / \partial P = 0$  ( $j \rightarrow \infty$ ) から継続確率  $P$  は近似的につぎのように与えられる。

$$P = 1 - 1/r^2 \quad \text{----- (8)}$$

図-2 は飛砂における運動砂粒の停止確率  $P' = 1 - P$  を計算した

ものであって、6 回目以上の跳躍を近似的に定常跳躍としてまとめた。図中には、高速度カメラとフィルムモーションアナライザーの解析によってえられた実験条件  $d = 2.25 \text{ mm}$ ,  $\tau_* = 0.0286$  の著者らの実験値を示してあり、それらは実線で示した理論結果と傾向がよく一致している。また、 $\tau_* \gg \tau_{*c}$  (限界掃流力) では、saltation 層内の大部分の運動砂粒は近似的に定常跳躍をしていることになり、この領域で定常跳躍の力学的関係が成立すると考えられる。

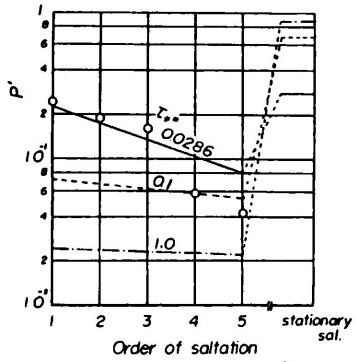


図-2 砂粒の停止確率

Saltation 層には first saltation から無限回の跳躍を継続している砂粒が含まれるが、数回の継続跳躍によっていわゆる定常距離に近づくことから、以上の結果を用いて運動砂粒の平均飛距離は、つぎのように表わされる。

(i) 全運動砂粒を、第 1, 2 回目およびそれ以上の継続跳躍を近似的に定常跳躍とする 3 つの集団に分けて考える場合

$$\bar{L}_m = 2 (\sigma/\rho + 1/2) \{ \bar{U}_{01}^2 \tan \beta + (\lambda/4) A_r^2 \{ (1+e) - (1-e) \sqrt{1 + 8/\{3(1-e)\lambda C_D A_r^2 \tau_*\}} \} \}^2 \times (1 - 1/r^2)^2 \} \tau_* \quad \text{----- (9)}$$

(ii) 第 4 回目以上の跳躍を定常跳躍とする 4 つの集団に分けて考える場合

$$\bar{L}_m = 2 (\sigma/\rho + 1/2) \{ \bar{U}_{01}^2 \tan \beta \{ 1 + r^2 (1 - 1/r^2)^2 \} + (\lambda/4) A_r^2 \{ (1+e) - (1-e) \sqrt{1 + 8/\{3(1-e)\lambda C_D A_r^2 \tau_*\}} \} \}^2 \times (1 - 1/r^2)^3 \} \tau_* \quad \text{----- (10)}$$

2) Saltation による飛砂量 いま、いわゆる plane bed の砂面形態を対象とし、saltation 層内の砂粒を含む 2 相流に対して運動量保存則<sup>3)</sup>を適用すれば、流れが等流で飛砂が平衡状態の場合、つぎのように表わされる。

$$\tau_0 = \tau_s + \tau_f \quad \text{----- (11)}$$

ここに、 $\tau_0$ : 全せん断応力、 $\tau_s$ : 運動砂粒と砂面の静止砂粒との衝突によって生ずるせん断応力および  $\tau_f$ : 流体によるせん断応力である。

飛砂では、Bagnold<sup>4)</sup> や河村<sup>5)</sup> らの実験結果からわかるように、砂面近傍の風速は saltation 層外の風速の大小に関係なく常に一定に保たれる傾向にある。したがって、砂面近傍では風によるせん断応力が静止砂粒を移動可能状態に保持する力、すなわち近似的に限界掃流力に等しいと考えられる。したがって、

$$\tau_f \approx \tau_c \text{ ----- (12)}$$

さて、砂粒が継続跳躍しているとすれば、降下砂粒の水平方向の運動量  $mU_1$  は衝突の瞬間  $mU_0$  に変化し、その差が単位面積の砂面に水平方向に働く力になると考えると、つぎの関係がえられる。

$$\Delta F_x = m(U_1 - U_0)/\Delta T \text{ ----- (13)}$$

ここに、 $\Delta T$ :力の作用時間および  $\Delta F_x$ : $x$ 方向の力の成分である。単位時間単位面積当り  $n$ 個の砂粒が衝突するとすれば、著者らの砂粒の saltation 機構についての関係式を用いると、 $x$ 方向に働く平均の力  $F_x$ は、つぎのように表わされる。

$$F_x = m(1/e - 1)\sqrt{2g(\sigma/\rho - 1)/(\sigma/\rho - 1/2)} \sum_{i=1}^n \sqrt{H_i} \cot \beta_i \text{ ----- (14)}$$

ここに、 $H_i$ :砂粒  $i$ の飛高である。飛高の分布を表わす確率密度関数  $f(H)$ の変数変換を行うと、 $F_x$ は平均飛高  $H_m$ を用いて、つぎのように表わされる。

$$F_x = mn(1/e - 1)\sqrt{2g(\sigma/\rho - 1)/(\sigma/\rho + 1/2)} \cot \beta_m \sqrt{H_m} \text{ ----- (15)}$$

(11)式に(12)および(15)式を代入すれば、単位時間単位面積当り砂面に落下する砂粒の質量は、次式で表わされる。

$$G_0 = \{e/(1-e) \tan \beta_m\} \sqrt{1/(2gH_m)(\sigma/\rho + 1/2)/(\sigma/\rho - 1)} (\tau_0 - \tau_c) \text{ ----- (16)}$$

ここに、 $G_0 = mn$ であり、平衡状態では、単位時間単位面積当り砂面から飛び出す砂粒の質量に等しい。したがって、saltationによる飛砂量  $q_{s*}$ は(9)、(10)および(16)式からつぎのようになる。

$$q_{s*} = \bar{G}_0 \bar{L}_m \text{ ----- (17)}$$

ここに、 $q_{s*} = q_s/u_* d$ および  $\bar{G}_0 = G_0/\sigma$ である。

3) Surface creepによる飛砂量 落下砂粒の衝突を受けた砂面上の静止砂粒が  $x$ 方向に速度  $U_3$  で移動を始め、距離  $L_{sc}$  滑動したとすれば、この砂粒が砂面の摩擦に抵抗してなした仕事は、砂粒の運動エネルギーの減少に等しいとして、次式がえられる。

$$(1/2)mU_3^2 = (\sigma - \rho)(\pi/6) d^3 \mu_f L_{sc} \text{ ----- (18)}$$

ここに、 $\mu_f$ :砂粒の動摩擦係数である。砂粒の反発機構において、砂面の静止砂粒が可動性をもつとすれば、砂粒の衝突点の接線方向の運動量保存則はつぎのように修正される。

$$-eV_2' \cos(\gamma - \alpha) = V_2' \cos(\pi - \beta - \gamma) + U_3 \cos \gamma \text{ ----- (19)}$$

ここに、 $\gamma$ :反発砂粒と静止砂粒の中心間を結んだ直線が水平軸となす角度、 $V_2'$ は衝突後の砂粒の速度であって、 $V_2'$ は移動床の場合のものである。

一方、著者らの継続跳躍の関係式を用いると、(18)および(19)式から surface creepの平均移動距離および移動床の砂粒の反発係数は、それぞれ次式で表わされる。

$$L_{scm} = (1/4)(\sigma/\rho)(1 - e/e_s)^2(1 + \epsilon^2) / \{(\sigma/\rho + 1/2)\mu_f \tan \beta_m\} L_m \text{ ----- (20)}$$

$$e = e_s / \{1 + 3/2 C_D A r^2 (1 - C)^2 (\tan \beta) \tau_*\} \text{ ----- (21)}$$

ここに、 $\epsilon$ :標準偏差、 $e_s$ :固定床の砂粒の反発係数および  $C$ :定数である。

いま、first saltationなどに比べて大きな落下速度をもつ定常跳躍によって surface creepが生ずると仮定すれば、単位時間単位面積当り surface creepをする砂粒の個数は、次式で表わされる。

$$n_s = P_s n \text{ ----- (22)}$$

ここに、 $P_s$ は定常跳躍する砂粒の割合いであって、(8)式から求めることができる。したがって、surface creepによる飛砂量  $q_{sc*}$ は、つぎのようになる。

$$q_{sc*} = \bar{G}_0 P_s \bar{L}_{scm} \text{ ----- (23)}$$

ここに、 $q_{sc*} = q_{sc}/u_* d$  である。

4) 全飛砂量 Saltation および surface creepによる全飛砂量  $q$ は、次式で表わされる。

$$q_* = q_{s*} + q_{sc*} \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 $q_* = q/u_* d$ である。したがって、(9), (10), (16), (20), (21)および(23)式を(24)式に代入すれば、無次元飛砂量 $q_*$ はつぎのように表わされる。

(i) すべての砂粒が近似的に定常跳躍するとした場合

$$q_* = (1/2)\sqrt{\lambda} A_1 A_2 \left\{ (1+e) - (1-e)\sqrt{1+8/\{3(1-e)\lambda C_D A_r^2 \tau_*\}} \right\} (\tau_* - \tau_{*c}) \dots\dots (25)$$

(ii) 第1, 2および定常跳躍の3つの集団に分けた場合

$$q_* = A_1 \left\{ 1 + A_2 (1 - 1/\tau_*^2) \right\} \sqrt{A_3 + A_4 \left\{ (1+e) - (1-e)\sqrt{1+8/\{3(1-e)\lambda C_D A_r^2 \tau_*\}} \right\}^2 (1 - 1/\tau_*^2)} \times (\tau_* - \tau_{*c}) \dots\dots\dots (26)$$

(iii) 第1, 2, 3および定常跳躍の4つの集団に分けた場合

$$q_* = \frac{A_1 \left\{ 1 + A_2 (1 - 1/\tau_*^2)^{3/2} \right\} \sqrt{A_3 \left\{ 1 + \tau_*^2 (1 - 1/\tau_*^2) \right\} + A_4 \left\{ (1+e) - (1-e)\sqrt{1+8/\{3(1-e)\lambda C_D A_r^2 \tau_*\}} \right\}^2}}{\times (1 - 1/\tau_*^2)^{3/2} (\tau_* - \tau_{*c})} \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 $A_1 = e_m / (1 - e_m) (2 + \rho/\sigma) \tan \beta_m / \sqrt{\lambda}$ ,  $A_2 = (1 + \epsilon^2) (\sigma/\rho - 1) (1 - e/e_s) / \{ 4 \mu_f (\tan \beta_m) \times (1 - \rho/\sigma) (\sigma/\rho + 1/2) \}$ ,  $A_3 = 2 N A_r^2 \tan \beta_m / (1 + \sqrt{2N})^2$ ,  $N = (3/4) \{ C_D / (\sigma/\rho + 1/2) \}$ ,

$A_4 = \lambda A_r^2 / 4$  および  $e_m$  ; 平均反発係数である。

### 3. 飛砂量に関する実験

1) 実験装置 実験に用いた風洞は、京都大学防災研究所宇治川水理実験所にある風洞水槽を改造したもので、図-3に示すように高さ39cm, 幅90cmおよび長さ20.8mであり、上面は合成樹脂板、床面は鋼板および側面は観察のためにガラス板からできている。さらに、上流端より1.8mの床面は任意の砂粒粗度を接着させるために全断面滑面であり、それより下流側は実験砂を敷くため約5cm低くなっている。側壁の影響は両側のガラス板に接するように幅10cmのアルミ板を設置して除去した。したがって、実験に用いる砂面の幅は70cmとなった。

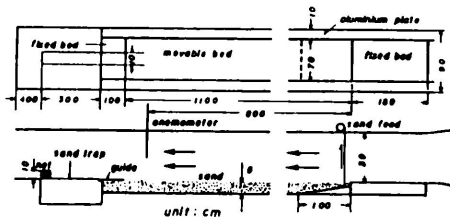


図-3 実験装置の概略図

風速は送風機によって、断面中央部で約2m/secから24m/secまで連続的に変化させることができ、その測定は上流から9.8mのところ設置した直読式の熱線風速計によって行った。給砂は、移動床の上流端において、幅70cm, 長さ1mの鋼板の一端を巻き上げ、砂面を常に一定の高さに保つようにした。捕砂器は、鉛直型の捕砂器の捕砂率が局所洗掘などのため風速の強弱や測定時間に依存して一定でないので、高さ25cm, 幅10cmおよび長さ3mの水平型のものを採用した。さらに、移動床下流端が捕砂器に接続する部分は、風洞断面変化による洗掘を防ぐため、一部ガイドを持つ固定床とし、その上流端を通過する等流状態の飛砂量を確実に測定できるように工夫した。

2) 実験方法 実験は砂面を平らにならした後、30secから30minにわたって行った。実験中は砂面の高さが一定に保たれるように上流から給砂したが、掃流力が限界掃流力を越え、その数倍程度の範囲では波高数mm, 波長2~3cmの砂れんの発生がみられた。実験砂の中央粒径は、0.21および0.30mmであって図-4にそれらの粒度分布を示す。

風速の測定は、前述したように熱線風速計によって、断面中央部で鉛直方向に約10点で行なった。従来の飛砂実験ではほとんどの場合、ピトー管などを用いて差圧から風速を求めているが、この方法はピトー管に砂がつまったり、差圧そのものが小さくて読み取り誤差が入りやすく、また風速変化に対してかなりの応答時間を必要とするなどの理由のために、あまり適当でないように思われる。

3) 実験結果とその考察 粒径0.21mmの実験砂に対する風速の測定結果の数列を図-5に示す。

これから、風速が大きくなり saltation 層が発達するに従って、砂面近傍の風速分布は対数則からはずれ、一様化する傾向をとることが認められる。

つぎに、飛砂量に関する Bagnold, Zingg, Belly, Kadib, 河村<sup>⑧</sup> および堀川<sup>⑨</sup>らの従来の実験結果を図-6に示す。移動限界付近を除いて、各実験者の無次元飛砂量が無次元掃流力によって、ほとんど同一な系統的变化を示すが、同一の掃流力に対して実験値が非常に相違するので、この原因を考えるとつぎのようである。すなわち、河村が用いた風洞の大きさは、高さ80cm、幅5cmおよび長さ1.5mであって、飛砂量の測定値の中に非平衡状態の飛砂や側壁の影響が入っている可能性が大であり、Belly および Kadib らの使用した捕砂器は捕砂率が100%以上であるために、実際より過大に飛砂量を測定していると思われる、また、Zingg や Bagnold らの飛砂量の測定値にも若干の問題点が認められる。堀川らの結果は、捕砂器の捕砂率を検定するために行った実験であるから、もっとも信頼できると思われるが、風洞下流端の構造などから考えて等流状態の飛砂量が測定されていないと推定される。

図-7は、無次元飛砂量と無次元掃流力の関係で著者らの実験結果を図示したものである。実験値は若干バラつくが、掃流力が限界掃流力の数倍程度以上では、1つの傾向を示すようであり、また、粒径の相違による影響はこの範囲ではほとんど認められない。移動限界付近で実験値がかなりバラつく原因は、この付近では風速変動(風の息)の飛砂量に与える影響が顕著になるためと思われる。図-6と図-7を比較すると、著者らの実験結果は移動限界付近を除いて堀川らの結果とかなりよく一致するが、無次元掃流力による無次元飛砂量の変化の割合が相違し、前者が後者に比べて若干大きいことがわかる。

図中の曲線は(26)式を計算したものであり、著者らの飛砂の saltation の実験結果から、 $\lambda = 0.26$ ,  $\mu_f = 0.35$ ,  $\epsilon = 0.2$ ,  $\tau_{c0} = 0.01$ ,  $e_m = 0.44$ ,  $C_D = 0.4$  および固定床の砂粒の反発係数  $e_s = 0.91$  として、

図-6 従来の飛砂量の実験値とし、飛び出し角度の値は従来の解析方法では精度が悪く思われたので、観察結果から  $\tan \beta_m = 1.5$  とした。移動限界付近を除いて掃流力のかなりの範囲にわたって実験値と計算値とがよい一致を示しており、また、(26)式と(27)式との差はほとんど認められなかった。

図-8は saltation や surface creep による飛砂量と全飛砂量との比を示したものである。移動限界付近から無次元限界掃流力の数倍程度の範囲では、first saltation などの非定常跳躍によって砂粒が輸送される割合が増加し、掃流力が大きくなるに従って、surface creep の形式で全飛砂量の約20%

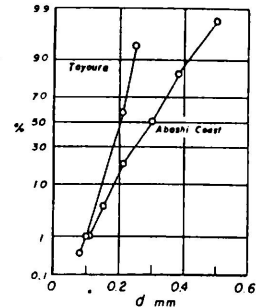


図-4 粒度分布

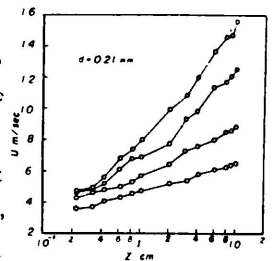


図-5 風速分布の数列

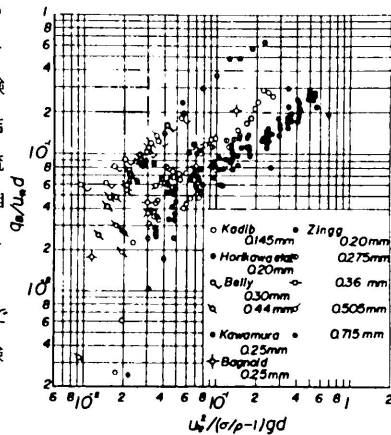


図-6 従来の飛砂量の実験値

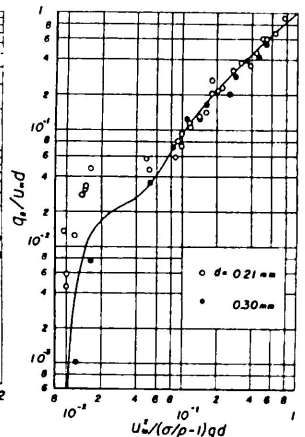


図-7 飛砂量の実験結果

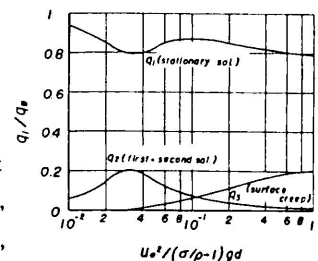


図-8 各飛砂量の割合

が輸送されることがわかる。後者については Bagnold や堀川らの実験結果とはほぼ一致する。

4. 結 語 以上、砂粒の saltation の機構に基づいて、飛砂量則に関する理論的考察と飛砂量の新しい詳細な実験を実施し、両者の比較検討を行った。本研究では、集団として運動する砂粒の力学機構は、それを構成する単一砂粒の力学的な挙動を明らかにすることによって解明されると考えた。この観点から、saltation の関係式を用いて、砂粒の運動の配分則を明らかにして飛砂量則を理論的に誘導した。もとよりこの理論的な考察が saltation についての簡単な力学モデルに立脚しているので、残された問題も少くないが、こうした統一的な取り扱いによって saltation 層の風速分布や非平衡飛砂量則に関する理論的考察も可能であろう。

#### 参 考 文 献

- 1) Tsuchiya, Y.: Mechanics of the successive saltation of a sand particle on a granular bed in a turbulent stream, Bulletin, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., Vol. 19, Part 1, No.152, 1969, pp.31-44.
- 2) Tsuchiya, Y. and Kawata, Y.: Characteristics of saltation of sand grain by wind, Proc. 13th Conf. on Coastal Engg., 1972, pp.1617-1625.
- 3) 土屋義人・河田恵昭: Saltationに基づく流砂の基礎方程式, 昭和48年度土木学会 年講概要, 1973, pp.302-303.
- 4) Bagnold, R.A.: The physics of blown sand and desert dunes, Mathuen & Co. Ltd., London, 1954.
- 5) 河村龍馬: 飛砂の研究, 東京大学理工学研究所報告, 第5巻, 昭26, pp.95-112.
- 6) Zingg, A.W.: Wind tunnel studies of the movement of sedimentary material, Proc. 5th Hyd. Conf., State Univ. of Iowa, Bulletin 34, 1952, pp. 111-135.
- 7) Belly, P.Y.: Sand movement by wind, U.S. Army Coastal Engg. Res. Center., Tech. Memo. No. 1, 1964, pp.1-37.
- 8) Kadib, A.A.: A function for sand movement by wind, Hyd. Engg. Lab., Univ. of California, 1965, pp.1-91.
- 9) Horikawa, K. and Shen, H.W.: Sand movement by wind action (on the characteristics of sand traps), Beach Erosion Board, Tech. Memo. No. 119, 1960, pp.1-51.