「分かる」授業の探求

その他のタイトル	Quest for meaning making lessons
著者	田中 俊也, 秋田 知洋, 中村 康高, 前田 智香子, 高吉 幸治, 藤原 梓
雑誌名	文学部心理学論集
巻	2
ページ	7-16
発行年	2008-03-31
URL	http://hdl.handle.net/10112/7945

「分かる」授業の探求

田 中 俊 也[1]・秋 田 知 洋[2]・中 村 康 高[2]
前 田 智香子[2]・高 吉 幸 治[2]・藤 原 梓[2]

はじめに

2000年から始まったOECD（経済協力開発機構）の国際学習到達度調査（Programme for International Student Assessment ; PISA）の結果が2003年以来3年ぶりに公表された。2006年調査分の最新結果発表である。

学力の国際比較は古くからIEA（国際教育到達度評価学会）の調査結果があった。これは1964年以降継続的に4年ごと調査が行われているもので、小学校4年生と中学2年生を対象に算数・数学の「問題」（小4、中2）と「質問紙」から成る。文科省が2007年4月に実施した全国学力検査（小学校6年生、中学3年生対象、国語と算数・数学）で言えば問題Aにあたる、いわばアルゴリズム的な「学力」を問うものである。筆者はこれで測られたものをタイプAの学力と呼んでいる。

一方今回のOECDの調査は、PISA型調査と呼ばれ、旧来の、貯め込んでおいて必要に応じて速く正確に吐き出す種類の、タイプA学力を測るものではない。さまざまな情報を使って適切な問題解決ができる能力を測る、いわばヒューリスティック的な「学力」を測定する。2000年に第1回の調査が行われ、3年おきに15歳児（高1）を対象として調査が行われる。ここでは、数学的リテラシーに加え読解力、科学的リテラシー、問題解決能力という4種類の能力が測定される。旧来のタイプA学力に対してこれをタイプB学力と呼ぼう。

文科省の全国一斉学力検査の結果と、今回のOECDの調査結果には共通性がある。文科省調査では、タイプAの問題には小中・国数にかかわらずほぼ8割の子どもが正答できていた。それにもかかわらず、タイプBの問題には6割そこそこの正答しかできない。これはOECD調査での右肩下がりの国際順位に反映されている。

なぜか。答えは簡単である。わが国においてはいまだに学力とはタイプAの旧来の学校学力であるとみなされ、2002年の学習指導要領改定でせっかく総合的な学習・ゆとり教育といった「学び」（田中，2004）の方向が打ち出されながらも現場からは猛烈な反対に会い、IEA調査結果等をふまえ、「基礎・基本」「反復練習」「早寝・早起き・朝ごはん」といった耳障りのいいスローガンにながされて再び「学習」偏重の方向に揺れ戻しがかかっている。タイプBの力はタイプAの力をしっかり身につけておけば「自然」に身につくものである、という旧来の発想から抜けきれないのである。

日々の教室で、既存の知識をせっせと溜め込み、やがてくるであろうそれを吐き出すとき（「試験」という制度突破）を目指して「学習」を続けるだけでは、生活世界の中で有効に機能する本当の知識にはならない。タイプBの学力に結びつく教室での経験とは何か。それは子どもたちにとっては「分かる」授業の積み上げで

1) 関西大学文学部
2) 関西大学大学院文学研究科

あり、教師にとっては「分かる」授業の工夫をし続けることである。

「分かる」という経験

「分かる」とは何か。これが「分から」ねば議論は先に進まない。これは議論の出発点ではあるが到達点でもある。ここではアドホックに、「分かるとは、納得すること・腑に落ちる経験をすることである」としておこう。学校教育では「知識」の領域での経験が主であり、先行知識・新知識の関係で言えば、新しく入ってくる知識が既存の知識に過不足なく取り込まれることであり、「ひっかかり」のない状態を言う。また、「分からなかった」ことが「分かる」ようになる経験も重要であり、ここでは、「ひっかかり」が外れるよう、当該の事実・現象・知識を捉えなおした、と言える。

納得すること・腑に落ちる経験をすることは、「正しい」ことを「分かる」ことでは必ずしもない。素朴概念（Carey, 1999）や誤概念、ミスコンセプション、ル・バーシステム等の配慮は、「分かる」ということを考える際に最も基本的に重要な研究の１つである。丸野（1994）、村山（1994）、落合（2000）、中島（2001）、稲垣・波多野（2005）、高垣（2005）のレヴュー・著書が大いに参考になる。学校ではまさに、まちがって「分かっていた」ことを「分かりなおし」することが主たる教育的営為であり、授業を受ける子どもたちが当該の事象について「何もわかっていない」という前提で進めるのは大きな間違いである。生活の中で納得すること・腑に落ちることは沢山存在し、それが学校的「知」と対立していることが多く、授業のスタートはそこにある、と言ってよい。

「分かる」プロセス

「分かる」というプロセスを、田中（2002；2004）の知識獲得における表象のレベルの議論から捉えなおしてみよう。

レベル０＝現実世界；居心地の悪さ；不快感情
「分かる」べき対象に遭遇させられたとき（現実の「モノ・こと」であっても、教室での分からない「知識」でもいい）、最初に抱く感情は不快な、居心地の悪さである。問題解決のプロセスで言えば初期状態（initial state）で、そこから脱出するために目標状態（goal state）を洞察し、そこにいたるオペレータ（operator）を探索する。

レベル１＝サインの世界；垣間見る　オペレータの探索は、それを使えば先に進めそうだという意味で、先の状態を垣間見させてくれる。目標状態の一部としてのサインの発見である。先が見え希望が湧く（prospect）。

レベル２＝サインボルの世界；自分なりに分かる　既存の知識・技術を総動員して当該の対象を自分なりに理解する。自分勝手なラベルを貼り、既存知識との整合性を保つ。仮の「分かる」体験であり、依然居心地の悪さ、「ひっかかり」を感じる。

レベル３＝シンボルの世界；知を共有する　自分なりに分かったことを公に出し、共通の言語で捉えなおしをする。他者（個人、集団、文化）の持つ知識体系と関連づけ、公共の知の中に位置づける。

レベル０１＝腑に落ちる・納得する；快感情・感動　居心地の悪さ・不快感情から脱出し、「なるほど」という感動を伴う快感情を抱く。レベル０の世界をレベル３の世界の知識で捉えなおし、「なるほど」感を強く持つ。目の前の事象はレベル３の知識で再解釈され、その意味と個人的な感情が融合する。

ここにとどまったままでは「ドグマ」の世界

に入り込み、再び居心地の悪さ・不快感情が生じれば1、2、3いずれかのレベルに再び進んで捉えなおし・探求が続く。

また、Kolb（1984）の経験学習論における学習サイクルも同様に「分かる」ことを目指すプロセス、と考えることができる。

具体的経験（Concrete Experience; CE1） やってみる。

反省的観察（Reflective Observation; RO1） もっとやってみる。よく眺める。

抽象的概念化（Abstract Conceptualization; AC1） 仮の理解をことばにする。仮説を持つ。

能動的実験（Active Experimentation; AE1） 仮説を試してみる。

CE2 分かる・納得する

ここでも同様に、CE1→RO1→AC1→AE1⇒CE2→RO2→AC2・・・・と続くことが期待される。

以下、第一筆者及び筆者らが取り組んだ「分かる」授業についての2つのプロジェクトを紹介する。

「分かる」授業プロジェクト1
—分数の割り算を小学生に分からせる—

第一筆者は教職科目の授業の中で、小学生を前提にして分数どおしの割り算をできりだけ分かりやすく説明する工夫を学生に求め、Webでの公開と模擬授業を通して「分かる」ということを授業で工夫する実践を行なった。

（http://www2.ipcku.kansai-u.ac.jp/~ttank/wakaru/wakaru2003.htm）

以下、その紹介をする。

目的（Web上に載せた前文）：理解・納得と感動のある授業、そうしたものの繰り返しがたくましいほんものの「知」の力をつけるものだと考えられます。

ここでは、「納得」するのが難しい、「分数のわり算」の意味の理解をする・させることを目的にしたWebフォーラムを開きます。

「教育方法・技術論」の授業をコアに、それ以外の方々のご参加も歓迎します。

これが正しい、こうやればいい、という「正答」はありません。

それぞれが、理解すること・納得すること、あるいは小学生（6年生くらいを対象としましょう）に納得させることを目指してその試みを発表されたものを載せていきます。

課題：小学生に（3／5）÷（4／7）の意味を理解させる。また、（3／5）÷（4／7）は（3／5）×（7／4）と同じであることを理解させる

表1 エントリーされた「分かる」授業アイデア

発表者	アイデア	アイデアの特徴
A	分けるときのルールで考える	分ける物を分ける人数で割る、というのは分ける物を分ける人数の逆数でかけること、というルール。
B	わり算のきまりで考える	徹底して数式で考えてみる。
C	答えから考える	答えのイメージを持ち、通分の考え方で「割る」が「かける」になることを知る。
D	面積で考える	1時間あたりどのくらいの畑を耕すか、図で考える
E	わり算の形からはいる	分数の形の意味を理解し、「へんな分数」を作り、それを整理する
F	同一性保存の観点	「ある数字を何かで割って、同じものをかけると、元の数字にもどる」ことを利用する
G	事例、数の世界両方で考える	「1のマジック」を使って割る数を1にして考える
H	分数で割る、とは？	いきなり分数÷分数は難しいので、整数を分数でわることの意味を考えてみよう。
I	分数を整数でわる	逆数をかければいい、というところまで帰納するのにまず「割る」ということでなにが起こるかをしる。

計算ができる、ことではなく、意味がわかることを目的とする。

結果：合わせて30件のエントリーがあった。そのうち９件については以下のようにWeb上で公開した。

この内の２人の授業については、学内のFD委員会が主催した公開授業の模様として以下のところで視聴可能である。

（http://www.e-mayl.ipcku.kansai-u.ac.jp/Pub/ZengakuVid/Nattoku.asx）

表１のＡ～Ｇの７名について学生の「分かり易さ」の評定を示したのが以下の図である。発表者の記号と図の記号が一致しているので、教えるアイデアの特徴と「分かりやすさ」の関係をみてとることができる。

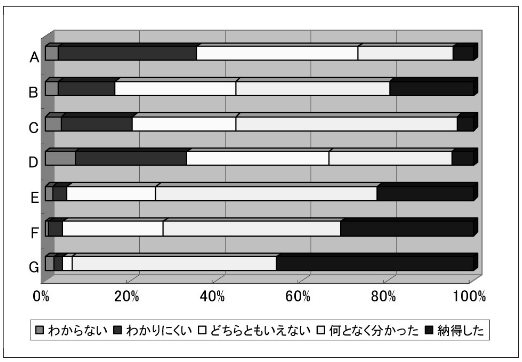


図１　授業の分かりやすさの評価

ただしこの評価は、大学生が「生徒」として聞いたときの評価であり、実際、小学生に評定させた際には異なった結果になることと考えられる。

図１から明らかなように、Ｇ、Ｆ、Ｅの説明が「納得した」「何となく分かった」の比率が高い。特にＧは、表１にまとめたように、事例の世界（レベル０の世界）と数値の世界（レベル３の世界）の両方で説明しており、このタイプの授業だと約半数が「納得」、「なんとなく分かった」も含めると９割以上が「分かった」感を持っている。ここからも、具体的経験と抽象的概念・レベル３の世界を同時に垣間見させることは、「分かる」ということにとって非常に重要な教授法であることが理解される。

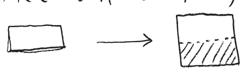
教授法案例

以下に２つの教授案を示す。

１）体験的に「分かる」ことを期待する

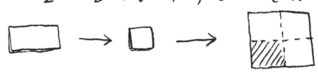
折り紙を折って体験的に理解する。

$\frac{1}{2}$の大きさを作るには，折り紙を半分に折って，開いてみるとできる。



1を2つに分けると$\frac{1}{2}$だ！

では，$\frac{1}{2}$を2つに分けると，どんな大きさになるか？



$\frac{1}{2}$を2つに分けると$\frac{1}{4}$だ！

『$\frac{1}{2}$を2つに分けると$\frac{1}{4}$になる』というのを式で表してみる。

$$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$$

ここをなんとかして答えが$\frac{1}{4}$になるようにできないかなぁ？

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

2，つまり$\frac{2}{1}$を逆さまにした$\frac{1}{2}$をかけると式に合う!!

☆割り算は，逆数をかけるとうまく答えが出る！

応用して，$\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{4}$

$$= \frac{21}{20}$$

ポイントは，1，折り紙を折って，体験（実験）する

2，折り紙の結果に合うように，数字と式をどうすればよいか考えさせること

＊身近なもので実際的にやってみて，それを考えさせて計算法を自ら導かせる

図２　具体的な経験から

これは、折り紙を使って実際にレベル０の世界を体験させ、そこから抽象化を図る方法である。「割る」ということは、もとの形をその数分だけ織り込むこと、と理解させる。

2）数式の世界から感動を与える

$$\boxed{\frac{3}{5}\div\frac{4}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{21}{20}\text{ となるのはなぜか。}}$$

[1]　通分の仕方（を思い出す）

(例) $\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3\times3}{2\times3}+\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{9}{6}+\frac{2}{6}=\frac{11}{6}$

最小公倍数を考え、分母をそろえる!!

※小学6年生なら分数のたし算をマスターしていると思うので説明は詳しくしてません。

[2]　ある数を1で割ってもある数は変わらない

(例)　$3\div1=3$　　$\frac{1}{4}\div1=\frac{1}{4}$

[3]　かけ算においてかける順番を変えても答えは同じ

(例)　$3\times5\times2=2\times3\times5=30$　　$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$

[1]～[3]をふまえて…

[1]を使う　　[2]を使う

$$\frac{3}{5}\div\frac{4}{7}=\boxed{\frac{3\times7}{5\times7}\div\frac{4\times5}{7\times5}}=\frac{21}{35}\div\frac{20}{35}=\frac{21\div20}{35\div35}=\boxed{\frac{21\div20}{1}}$$

$$=21\div20=\frac{21}{20}$$

←これでは答えに納得できても $\div\frac{4}{7}\rightarrow\times\frac{7}{4}$ には納得できないだろう…。

そこで

$$\frac{3\times7}{5\times7}\div\frac{4\times5}{7\times5}=\frac{(3\times7)\div(4\times5)}{\boxed{(5\times\cancel{7})\div(\cancel{7}\times5)}}=(3\times7)\div(4\times5)$$

$\underbrace{\qquad}_{=1}$ ― [2]を使う

$$=\frac{3\times7}{4\times5}=\frac{3\times7}{5\times4}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{21}{20}$$

[3]を使う

半期間で私が考えたわかる解説です。
説明不足な点、意味がわかりにくい点があると思いますが、考えた結果なので提出します…。

図３　数式の規則から

　こちらはまったく逆の、「分数の割り算の計算では割る数の分子・分母を逆転して掛ければいい」という「技術」の理解を目指すものである。レベル３の世界から「分かる」ことを目指すもの、といえよう。

　３つの数式の原則をまず確認し、当該の分数

の割り算の式にそれぞれあてはめて理解を促進しようとする。

「分かる」授業プロジェクト２

―Ｋ市の「分かる授業」プロジェクト参画―

筆者らは、兵庫県Ｋ市の教育委員会の意向を受けて、Ｋ市が2003年度より始めた「特色のあるＫの教育推進アクティブプラン」に基づく平成18年度の目標と行動計画に基づき、「分かる授業・楽しい学校」という施策分類の中の「確かな学力の育成と『わかる授業』の推進」実施に関わっている。

全体計画では、2006年度に自然観察的研究を始め、一方で数学科の授業に特化してその躓きやすい領域を明らかにし、その後デザインしたカリキュラムでその改善を図り効果を査定する、というものであった。

現在、２つの学年についての縦断的データが得られたのでその一部を紹介する。

方法

Ｋ市立Ｕ中学校の１年生と２年生全員に対して、本研究のために作成された数学科のテスト（2006年度実施）分析を行なう。

研究目的に小中連携の望ましい姿を探ることもあるので、まず、１年生については中学入学後間もない７月期の試験の分析を行い、同時に２年生についても、１年生の学習の成果が表れる２年生７月期の成績を分析する。

次に半年間の授業実践を経て、２月末あるいは３月始め（学年により数日の差があるが、一括して３月期テストと記す）に再びテストを行い、その変化過程を捉えるとともに、１年生、２年生の数学科において生徒にとって「分かりにくい」分野の特定を行う。

結果

⑴　１年生７月期の分析

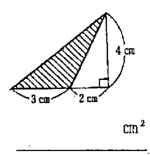
この時期はまだ中学校に入学して３ヶ月強、授業では文字式という新しい経験を始める時期である。

テスト問題は小学校時の基礎学力の習得の確認問題であり、全25問の小問のうち、全体（158名）で84.1%の正答率であった。正答率80%にあたる20問以上の正答者は115名（72.8%）であった。正答率70%を切ったのはわずか４問であった。

最も正答率の低かったのが公約数の問題で50.6%、次いで３角形の面積問題（63.9%）、秒の時間変換（64.6%）、整数と分数の引き算を含む分数の割り算（70.9%）であった。実際の問題は以下の通りである。

⑤　18と24の公約数を求めなさい。　＿＿＿＿＿

②



②　7200秒を時間で表しなさい。　＿＿＿＿＿時間

④　$\frac{3}{8} \div \left(3 - \frac{3}{4}\right)$

図４　１年生７月期の軽度困難問題

⑵　１年生３月期の分析

この時期は、１年生の学習の総決算として、その学習内容の定着・応用力を調べることとした。

表２から明らかなように、中学校での学習が始まると個人差が大変大きくなり、全31問の小問のうち、全体（144名）で54.5%の正答率であった。正答率80%にあたる25問以上の正答者は23名（16%）であった。正答率70%を上回ったものはわずか11問だけであった。ちょうど１年生７月期の、小学校学力を確認した時と逆の形

となっている。

この３月期のデータをクラスター分析した結果が図５の通りである。図中左端の@33等は3-3という問題番号、２列目の14等は問題の通し番号を意味する。表２の問題番号、通番と同じである。

表２　１年生３月期のテスト分析

問題番号	通番	正答者数	正答率
1-1	1	134	93.06
2-1	7	128	88.89
1-3	3	117	81.25
2-2	8	117	81.25
1-2	2	116	80.56
7-1	27	111	77.08
7-5	31	105	72.92
1-6	6	104	72.22
7-3	29	103	71.53
1-5	5	102	70.83
7-2	28	102	70.83
2-5	11	98	68.06
2-4	10	96	66.67
4-1	17	96	66.67
2-3	9	86	59.72
4-4	20	84	58.33
1-4	4	82	56.94
7-4	30	76	52.78
3-5	16	68	47.22
5-1	22	66	45.83
3-4	15	64	44.44
4-2	18	60	41.67
5-3	24	53	36.81
5-4	25	53	36.81
3-1	12	51	35.42
5-2	23	49	34.03
4-3	19	39	27.08
3-2	13	28	19.44
5-5	26	21	14.58
3-3	14	14	9.72
4-5	21	10	6.94

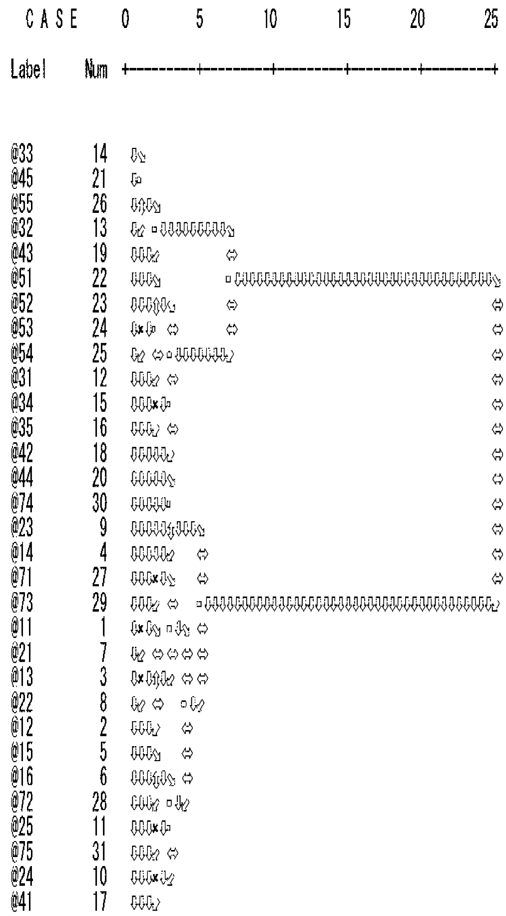


図５　１年３月期のクラスター分析結果

この３月期のデータでは、正答率52.8%以上とそれ以下（50%以下）で大きく２つのクラスターに分かれている。正答率が50%を下回るのはすべて大問３、４、５番の問題で、文字ｘ，ｙや関数・方程式を含む問題である。

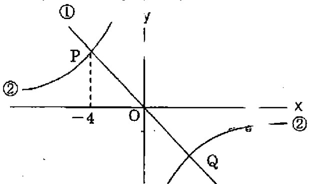
正答率２割を切った下位４問をみると、割合問題（6.9%）、速さ・時間・距離問題（9.7%）、関数グラフ問題（14.6%）、速さ・時間・距離問題（19.4%）である。

具体的な問題は以下の通りである。

⑤　お風呂の水を満たすのに，毎分 x　ℓ の割合で y 分間入れるといっぱいになるとする。このとき、x の値を 20 %減少させると y の値は何%増加しますか。

③　C 君は，A 君と同時に，同じ場所を出発して同じ方向にまわる。C 君が時速 3　km で歩くとき，A 君が C 君に追いつくまでに何分かかりますか。

5　下の図のように，正比例 $y=-\frac{3}{2}x$ ……　①　と，
反比例 $y=\frac{a}{x}$　(ただし，$a<0$)　……　②　のグラフがある。
①と②は，2 点 P，Q で交わっており，P の x 座標は -4 である。これについて，次の問いに答えなさい。(表処)



(1)点 P の y 座標を求めなさい。
(2)点 Q の座標を求めなさい。
(3)反比例②の比例定数 a の値を求めなさい。
(4)点 R(8，b) が反比例②のグラフ上にあるとき，b の値を求めなさい。
(5)　直線 $y=cx$ が，(4)で求めた点 R を通るとき，比例定数 c の値を求めなさい。

②　B 君は，A 君と同時に，同じ場所を出発してお互いに反対方向にまわる。B 君が時速 7　km で走るとき，2 人が出会うまでに何分かかりますか。

図６　１年生３月期の重度困難問題

考察

ここでは図６の②と③の問題が特に正答率が低かった。生徒の解答例をみると、とりあえずあるそこに数字を何とか操作・計算しようとする傾向が目立った。

しかし、文章題はただシンボル操作をする（きはじの法則）だけではなく、まず問題文を理解しなければならない。ここでは、抽象的な文章と、具体的な数字が混在している。問題文を理解するためには、文章内容を自分なりに表象しなおさなければならない。

②なら「２人が出会うまで」を「２人の歩いた合計が２km」、また③ならば「Ａ君がＢ君に追いつくまで」を「Ａ君とＢ君の差は１周の２km＝Ａ君はＢ君よりも２km長く歩く」と抽象的な文章題を自分なりに手の届く内容へ解釈し直さなければならない。

また、池の周囲が２kmに対して、「歩く速さが時速５km」「時速７kmで走る」と設定されていると、生徒にとっては現実感がつかめない。しかし、時速を分速に直すだけでも現実的イメージがつかみやすくなる。

図６の5の(5)の比例定数を求める問題も低い正答率であった。ここではグラフが表されているが、そのグラフは正しい縮尺のグラフではない。生徒の正答率が下がる原因として、このグラフが正しい形で生徒の中で表象されなかった可能性があげられるが、現場では「正しい縮尺で提示すると、生徒の中にはそれを定規で測って回答を出すものが出てくる」のを防ぐためにわざと縮尺をずらしているのだという。「現物」をグラフとして表示するが実はそれは現物そのものではなく、そこから抽象的な関係を読み取ってレベル３の世界のみで判断することを要求している。いわば教師の「略図」をみせて生徒の数学的シンタックスで考えさせる形式であり、その構造自体が困難な課題となっている。

問題文を現実的に考え、自分なりにとらえることができるよう、生徒にとってよりイメージしやすく現実と有意味な関係を持てる心的操作が可能な指導を加えると、生徒にとってははより「わかる」「納得できる」授業になると考えられる。

おわりに

プロジェクト２の１年生３月期の分析でみたように、複数の概念間の関係性を表す問題はこの時期の子どもたちには理解が大変困難（藤村, 1997）であり、まさにここに授業の工夫を必要とする。また、ａ，ｂやｘ，ｙを使った文字式・関数の問題も、小学校時の具体的操作を通した理解からレベル３の世界への移行を要求されることになり、その意味を理解しながら移行するか、単に記号の世界で「でき」ればいいと解釈するかで大きな違いが出てくる。

これは子どもたちにとっての今後の構えの形成になるが、同時に教師にとって、「分かる」授業を工夫するスタンスを維持するか、当面分からなくてもきちんと「でき」ればやがて「分かる」ようになる、と考えるかの違いになって現れてくる。教師の正念場でもある。

文献

Carey, S.　1999　Source of conceptual change. In E.Scholnic, K.Nelson, S.Gelman, & P. Miller（Eds.）*Conceptual development: Piaget's legacy*. 293-326. Mahwah, NJ: Erlbaum.

藤村宣之　1997　児童の数学的概念の理解に関する発達的研究――比例、内包量、乗除法概念の理解を中心に――．風間書房．

稲垣佳世子・波多野誼余夫　2005　子どもの概念発達と変化――素朴生物学をめぐって――．共立出版．

Kolb, D. A.　1984　*Experiential Learning.: Experience as the Source of Learning and Development.* Prentice Hall.

丸野俊一　1994　素朴理論．日本児童研究所（編）児童心理学の進歩（1994年版），Vol.33.　金子書房．91-116.

村山　功　1994　科学教育．日本児童研究所（編）児童心理学の進歩（1994年版），Vol.33.　金子書房．171-193.

中島伸子　2001　科学的思考の発達と教育．日本児童研究所（編）児童心理学の進歩（2001年版），Vol.40.　金子書房．51-76.

落合正行　2000　素朴理論の獲得．日本児童研究所（編）児童心理学の進歩（2000年版），Vol.39.　金子書房．53-77.

高垣マユミ（編著）2005　授業デザインの最前線――理論と実践をつなぐ知のコラボレーション――．北大路書房．

田中俊也　2002　「教える」知識・「学ぶ」知識―知識表象の４つのレベル―．教育科学セミナリー，33，43-52.

田中俊也　2004　思考の発達についての総合的研究．関西大学出版部

＊本研究においては、神戸市立魚崎中学校の浅野修一校長先生、小野原豊前教頭先生、佐藤佳子現教頭先生、魚谷友加先生始め数学科の先生方のご協力を得た。記して心からの謝意を表したい。